

# 屏東縣第 61 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：原來

關 鍵 詞： 桌遊、排列組合、等差（最多三個）

編號： A1028

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.編號：自報名系統報名完取得作品編號後，先填寫回作品封面上，再存成 docx 及 pdf 檔後再上傳。
- 3.封面編排由參展作者自行設計。

# 作品名稱：原來

## 摘要

能不落痕跡地感應到任何一張牌數與花色，藉此引動學生好奇心，激發其學習動機，也讓學生們能靈活掌握「等差數列」的特性。由淺入深學習研究，藉由撲克牌設計「問題鏈」，逐步拾級而上，獲得成功的體驗和成就的滿足，「iya manu kumuda！」(原來就是這樣)隨手可得桌上遊戲工具，可玩大老二、撿紅點、心臟病等，進階些可拿來當破冰遊戲，亦可延伸到數學排列組合、配對、機率、魔術等教學，主要提升學生學習慾望與動機，今日就撲克牌遊戲，怎樣排列方式可以第一時間不論抽哪張牌方知拿走花色與數字。

### 壹、研究動機

能將解答與策略一般化到新的情境，「解題」從有意義地使用數學中獲得信心；「溝通」啟發反思及闡明數學想法與情境；「推理與證明」創造並評估數學臆測與數學推論；「連結」連結概念與程序性知識。

「Piliuq a sumu ita Kenelang aken tasu inalap」選一張吧！我知道你選的內容是什麼？

### 貳、研究目的

- 一、vuvu 們的語言。
- 二、一副撲克牌可怎樣規律排列？又有什麼秘訣？

### 參、研究設備及器材

計算紙、筆、千詞表、電腦、撲克牌

### 肆、研究過程或方法

- 一、手中撲克牌挑中一種完整花色，例如黑桃 A、2、3……、Q、K，並將正面朝上，按順序由小到大，再反面扣牌，若隨便抽出一張，怎樣方式可知他抽走哪張。
- 二、手中撲克牌由上至下按紅心、黑桃、方塊、梅花排序，再依 A、4、7、10、K、3、6、9、Q、2、5、8、J……等排序，這就是等差為 3 的等差數列，就您所知還能怎樣排列。
- 三、一副撲克牌依紅心、梅花、方塊、黑桃等就以下規律，研究共可排列出幾種。

公差														
紅心														



方塊														
黑桃														

四、依上述論述，撲克牌四種花色排列順序改變，是否也會構成有 13 種不同等差排列。

紅心	梅花	方塊	黑桃	黑桃	紅心	梅花	方塊
方塊	黑桃	紅心	梅花	梅花	方塊	黑桃	紅心

五、圖案轉換遊戲

原黑桃轉換成→陶壺，例如：黑桃 A→kamavanan(百步蛇)a
原梅花轉換成→山豬，例如：梅花 A→vavuy(山豬)a
原紅心轉換成→琉璃珠，例如：紅心 A→sasi' (螞蟻)a
原方塊轉換成→雄鷹，例如：方塊 A→' adris(雄鷹)a

伍、研究結果

一、橫軸研究

公差		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
紅心	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
梅花	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
方塊	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10
黑桃	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8
紅心	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6
梅花	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4
方塊	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2
黑桃	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
紅心	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11
梅花	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9
方塊	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7
黑桃	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5
紅心	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
梅花	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
方塊	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
黑桃	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10
紅心	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8
梅花	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6
方塊	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4
黑桃	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2
紅心	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
梅花	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11
方塊	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9

黑桃	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
紅心	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
梅花	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
方塊	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
黑桃	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
紅心	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
梅花	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
方塊	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
黑桃	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
紅心	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
梅花	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
方塊	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
黑桃	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
紅心	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
梅花	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
方塊	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
黑桃	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
紅心	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
梅花	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
方塊	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
黑桃	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
紅心	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
梅花	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
方塊	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
黑桃	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
紅心	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
梅花	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
方塊	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
黑桃	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

由上述研究發現，撲克牌排列「等差」的變化，數字1-13中位數為「7」，也是從這中位數起，數字由小到大，1-13大數減小數的等差出現變化。且公差數字越大，有限制數列中，產生數列變化相對有所限制。

二、橫軸公差變化表

公差	1-13 變化(數字不重複)	備註
1	1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13	0 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(1)-銜接(0 個)=1
2	1、3、5、7、9、11、13、2、4、6、8、10、12 (-11)	1 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(2)-銜接(1 個)=1
3	1、4、7、10、13、3、6、9、12、2、5、8、11 (-10) (-10)	2 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(3)-銜接(2 個)=1
4	1、5、9、13、4、8、12、3、7、11、2、6、10 (-9) (-9) (-9)	3 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(4)-銜接(3 個)=1
5	1、6、11、3、8、13、5、10、2、7、12、4、9 (-8) (-8) (-8) (-8)	4 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(5)-銜接(4 個)=1
6	1、7、13、6、12、5、11、4、10、3、9、2、8 (-7) (-7) (-7) (-7) (-7)	5 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(6)-銜接(5 個)=1
7	1、8、2、9、3、10、4、11、5、12、6、13、7 (-6) (-6) (-6) (-6) (-6) (-6)	在數列中，若後一樣與前一項的差為定值 d，則稱為等差數列，其中 d 為公差。 發現若 a, x, b 三數成等差數列，則稱 x 為 a 與 b 的等差中項或算術平均數。 1-13 中位數為 7 6 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(7)-銜接(6 個)=1
8	1、9、4、12、7、2、10、5、13、8、3、11、6 (-5) (-5)(-5) (-5) (-5)(-5) (-5)	數字 6、7、8，無法構成公差 8 的數列。 7 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(8)-銜接(7 個)=1

9	1、10、6、2、11、7、3、12、8、4、13、9、5 (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4)	數字 5、6、7、8、9，無法構成公差 9 的數列。 8 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(9)-銜接(8個)=1
10	1、11、8、5、2、12、9、6、3、13、10、7、4 (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3)	數字 4、5、6、7、8、9、10，無法構成公差 10 的數列。 9 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(10)-銜接(9個)=1
11	1、12、10、8、6、4、2、13、11、9、7、5、3 (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)	數字 3、4、5、6、7、8、9、10、11，無法構成公差 11 的數列。 10 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(11)-銜接(10個)=1
12	1、13、12、11、10、9、8、7、6、5、4、3、2 (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) (-1)(-1)(-1)	數字 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12，無法構成公差 12 的數列。 11 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(12)-銜接(11個)=1

### 三、縱軸研究

公差			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
紅心	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
梅花	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
方塊	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
黑桃	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
紅心	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
梅花	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
方塊	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
黑桃	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
紅心	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
梅花	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
方塊	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
黑桃	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
紅心	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
梅花	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
方塊	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
黑桃	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12

紅心	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
梅花	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
方塊	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
黑桃	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
紅心	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
梅花	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
方塊	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
黑桃	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
紅心	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
梅花	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
方塊	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
黑桃	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
紅心	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
梅花	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
方塊	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
黑桃	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
紅心	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
梅花	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
方塊	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
黑桃	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
紅心	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
梅花	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
方塊	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
黑桃	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
紅心	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
梅花	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
方塊	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
黑桃	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
紅心	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
梅花	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
方塊	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
黑桃	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
紅心	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
梅花	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
方塊	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
黑桃	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

四、縱軸公差變化表

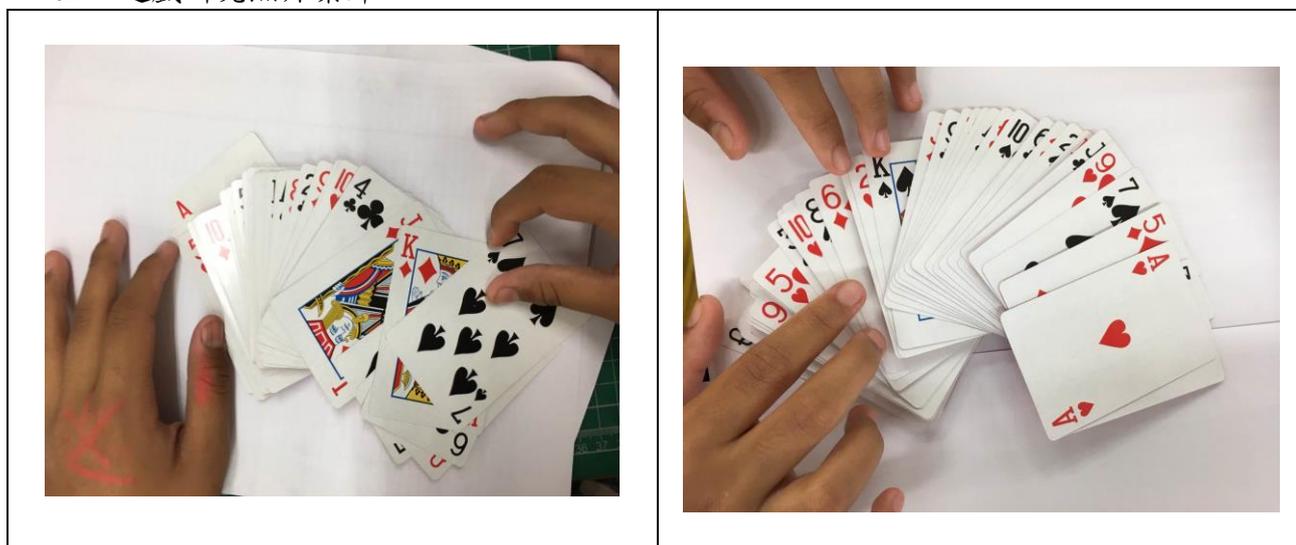
公差	1-13 變化(數字不重複)	說明
1	1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13	0 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(1)-銜接(0個)=1

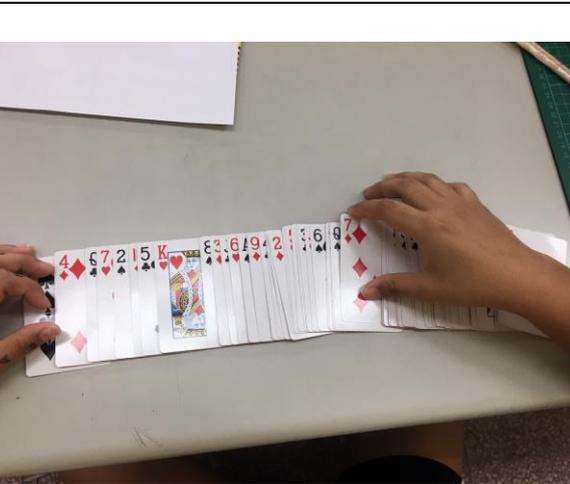
2	1、3、5、7、9、11、13、2、4、6、8、10、12 (-11)	1 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(2)-銜接(1 個)=1
3	1、4、7、10、13、3、6、9、12、2、5、8、11 (-10) (-10)	2 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(3)-銜接(2 個)=1
4	1、5、9、13、4、8、12、3、7、11、2、6、10 (-9) (-9) (-9)	3 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(4)-銜接(3 個)=1
5	1、6、11、3、8、13、5、10、2、7、12、4、9 (-8) (-8) (-8) (-8)	4 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(5)-銜接(4 個)=1
6	1、7、13、6、12、5、11、4、10、3、9、2、8 (-7) (-7) (-7) (-7) (-7)	5 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(6)-銜接(5 個)=1
7	1、8、2、9、3、10、4、11、5、12、6、13、7 (-6) (-6) (-6) (-6) (-6) (-6)	在數列中，若後一樣與前一項的差為定值 d，則稱為等差數列，其中 d 為公差。 發現若 a、x、b 三數成等差數列，則稱 x 為 a 與 b 的等差中項或算術平均數。 1-13 中位數為 7 6 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(7)-銜接(6 個)=1
8	1、9、4、12、7、2、10、5、13、8、3、11、6 (-5) (-5)(-5) (-5) (-5)(-5) (-5)	數字 6、7、8，無法構成公差 8 的數列。 7 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(8)-銜接(7 個)=1
9	1、10、6、2、11、7、3、12、8、4、13、9、5 (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4)	數字 5、6、7、8、9，無法構成公差 9 的數列。 8 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(9)-銜接(8 個)=1

10	<p>1、11、8、5、2、12、9、6、3、13、10、7、4</p> <p>(-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3)</p>	<p>數字 4、5、6、7、8、9、10，無法構成公差 10 的數列。</p> <p>9 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(10)-銜接(9個)=1</p>
11	<p>1、12、10、8、6、4、2、13、11、9、7、5、3</p> <p>(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)</p>	<p>數字 3、4、5、6、7、8、9、10、11，無法構成公差 11 的數列。</p> <p>10 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(11)-銜接(10個)=1</p>
12	<p>1、13、12、11、10、9、8、7、6、5、4、3、2</p> <p>(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) (-1)(-1)(-1)</p>	<p>數字 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12，無法構成公差 12 的數列。</p> <p>11 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(12)-銜接(11個)=1</p>

發現不論橫軸研究與縱軸研究，其結果是一樣的。原來這樣研究方式好比幾何中 n 平方研究。

### 五、遊戲研究照片集錦





陸、討論

一、公差正」與「公差負」的判斷

操作過程中都是小到大排列組合，自然的都是公差正，然而大致小排列，會有公差負。

例如：公差為-1的牌，誤以為是公差1。

二、兩種花色銜接處要如何注意到細節。同時多樣化嘗試研究實驗不同公差的新排法。

例如:公差-3和公差5的排列。讓餐與同學作檢視和批判，以培養融會貫通後可以再行創造的能力。

三，嘗試用排灣族特有動物取代花色，再用排灣語方式進行，藉此語言生活化、文化生活化、學習生活化，創造12年國教核心素養。

### 柒、結論

經過這次的研究我們了解到等差數列變化，結合撲克牌部分，讓研究更活絡，讓排灣文化更科學，每個花色都是有一定模式的排列。當我們遇到很多組合的時候，可以先以小到大或大到小，如此規律性的計算過程，提升我們數學的基本能力，原來數學可以結合我們的母語。另外我們發現經由反向思考可以增加我們看事情的角度，有些從一定方向無法解決的難題，如果能從反方向去著手，難題馬上可以迎刃而解。最後，我們知道了數學是很有趣的學問。

### 捌、參考資料及其他

千詞表:行政院原住民委員會

等差公式:維基百科全書

### 千詞表

分類	序號	族語：北排灣語	中文
數字計量	1	ita	一
數字計量	2	drusa	二
數字計量	3	tjelu	三
數字計量	4	sepatj	四
數字計量	5	lima	五
數字計量	6	unem	六
數字計量	7	pitju	七
數字計量	8	alu	八
數字計量	9	siva	九
數字計量	10	tapulu' /pulu'	十
數字計量	11	tapulu' katu ita	十一
數字計量	12	tapulu' katu drusa	十二
數字計量	13	tapulu' katu tjelu	十三

		kamavanoan	百步蛇
		vavuy	山豬
		sasi'	螞蟻
		' adris	雄鷹