屏東縣第 61 屆國中小學科學展覽會

作品說明書

科別：數學科

組別：國小組

作品名稱：擊敗莊家!?

關 鍵 詞：機率、統計、博奕

編號：A1038

壹、 摘要

一、 介紹一個台灣坊間過年會玩的骰子遊戲。

二、 以隨機的方式下注，從研究(一)至研究(六)逐漸增加籌碼，研究 分析機率如何？勝負如何？

三、 大家討論是否有必勝的可能，在研究(七)中實驗出結果。

四、 探討研究所得的結果，在實際的應用中是否可行？

貳、 研究動機

華人是賭性堅強的民族，所以每年過年時，大家難免會有一些風俗習慣，例如摸摸麻將，打打撲克牌、擲擲骰子……等等。家中的大人們自然也不能免俗的娛樂一下，我們小孩看了也覺得好奇，不過麻將我們是不會，撲克牌又有點複雜，至於骰子嘛！我們倒是覺得有些樂趣，且此研究所用到的方法為機率與統計，老師都曾講解過，所以在研究上並沒有太大的困難，於是我們就決定想想是否有方法可以贏得這項遊戲。

參、 研究目的

一、藉由骰子的遊戲，來了解機率及統計。

二、研究不同的下注方式對勝負的影響。

三、研究是否有方法可以贏得這項遊戲。

四、告知大家賭博想贏的機率是很小的，十賭九輸，千萬不要去去賭博。

肆、 研究設備及器材

一、骰子 3 個

二、原子筆、鉛筆各 3 枝

三、籌碼 500 個

四、記錄紙 300 張

五、手機 1 台

六、自製遊戲紙 1 張

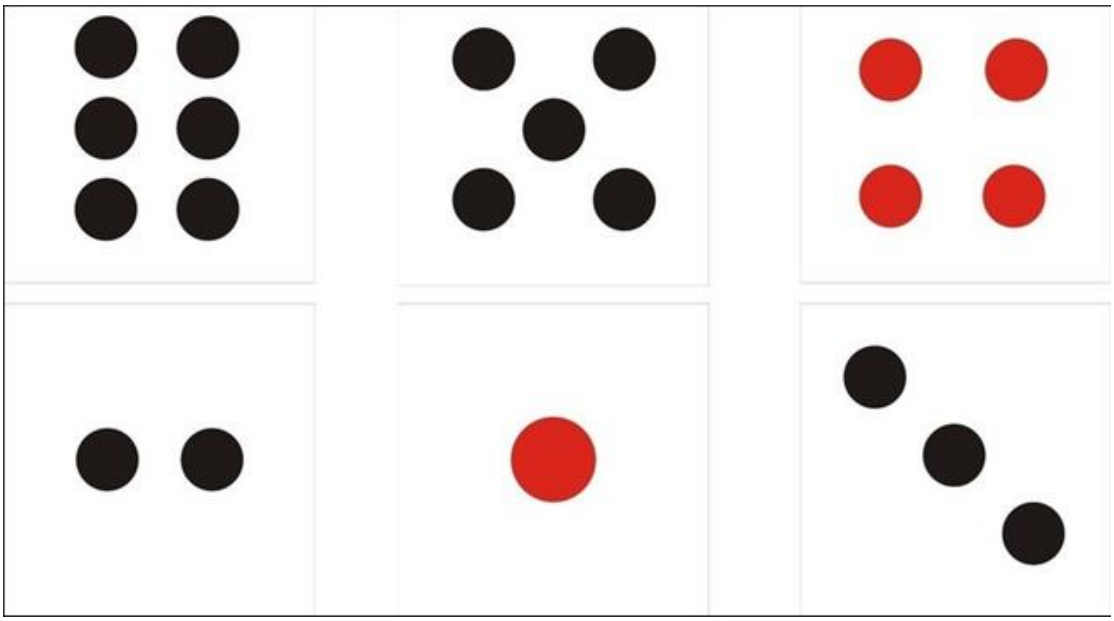
七、擲骰子的盒子 1 個

八、電腦、影印機各 1 台

伍、 研究過程與方法

一、 玩法解說：

首先，準備三個骰子、擲骰子的盒子及自製遊戲紙(如下圖)，遊戲中有一莊家負責擲骰子(同時擲三個骰子)，另一玩家在遊戲紙上任一點數放下若干籌碼，若押中莊家所擲三個骰子中的任一個骰子的點數，則獲得相等籌碼。例：玩家放 1 個籌碼在  上，若莊家所擲出的三個骰子是  ，則玩家贏得 1 個籌碼。若莊家所擲出的骰子是  ，則玩家沒中任何一個，所以輸了 1 個籌碼；但若莊家擲出的骰子是  ，則因為有兩個  ，所以可得到 2 倍的籌碼，也就是 2 個籌碼；若莊家擲出的是  ，則同理，玩家可得到 3 倍也就是 3 個籌碼。



二、　實驗研究：

(一) 實驗一：首先我們討論玩家要如何才可能贏得遊戲？討論的結果，我們打算運用不同的方式下注，最後看結果如何？第一次我們先試試看玩家每次隨機下注在  某一格中，下注數目為 1 個籌碼，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次，結果如下表。)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			-1	
2			-1	
3			+1	
4			+1	
5			+1	
6			+1	
7			+2	
8			-1	

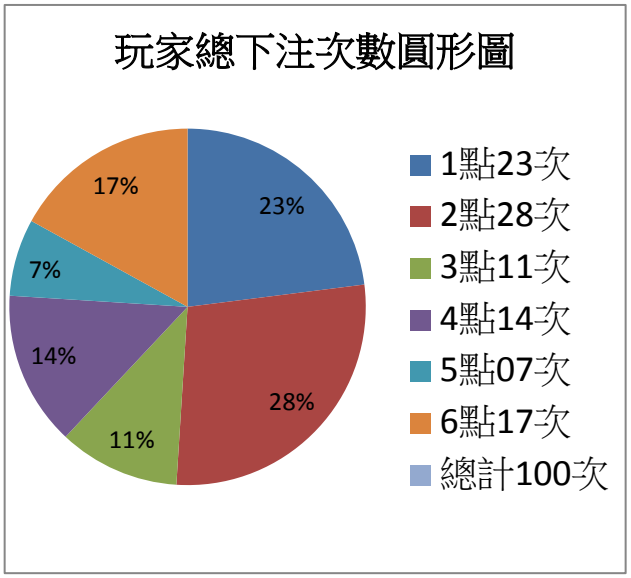
9			-1	
10			+1	
11			-1	
12			+1	
13			+1	
14			+2	
15			-1	
16			-1	
17			-1	
18			-1	
19			+1	
20			-1	
21			+1	
22			+2	
23			+1	
24			+1	
25			+1	
26			-1	
27			+1	
28			+1	
29			-1	
30			-1	
31			-1	
32			-1	
33			-1	

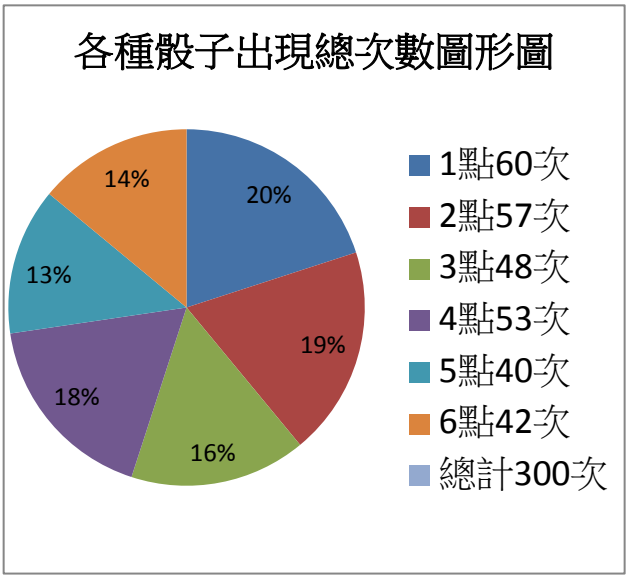
34			+2	
35			-1	
36			-1	
37			+1	
38			-1	
39			-1	
40			+1	
41			+1	
42			+1	
43			-1	
44			-1	
45			-1	
46			+2	
47			-1	
48			-1	
49			-1	
50			+3	
51			-1	
52			-1	
53			-1	
54			-1	
55			+1	
56			-1	
57			+1	
58			-1	

59			+1	
60			+1	
61			+1	
62			+1	
63			+1	
64			-1	
65			-1	
66			-1	
67			+1	
68			+1	
69			+2	
70			+1	
71			-1	
72			+1	
73			-1	
74			-1	
75			-1	
76			-1	
77			-1	
78			+1	
79			-1	
80			-1	
81			+1	
82			+1	
83			-1	

84			-1	
85			-1	
86			+1	
87			+1	
88			-1	
89			-1	
90			-1	
91			+1	
92			-1	
93			-1	
94			-1	
95			-1	
96			+1	
97			-2	
98			-1	
99			-1	
100			-1	

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →23 次  →28 次  →11 次  →14 次  →07 次  →17 次 總計→100 次	→60 次 →57 次 →48 次 →53 次 →40 次 →42 次 總計→300 次	-3	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為-3、+2、-14、-12、-11，五次平均為-7.6。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究一：以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在  ，則莊家所擲出的骰子有下列可能：

出現  的數目	勝負	機率	理論上玩家下注 216 次產生的勝負	備註
0	-1	(5/6)×(5/6)×(5/6)=125/216	(-1)×125=-125	請參考計算說明 1
1	+1	(1/6)×(5/6)×(5/6)×3=75/216	1×75=75	請參考計算說明 2
2	+2	(1/6)×(1/6)×(5/6)×3=15/216	2×15=30	請參考計算說明 3
3	+3	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	3×1=3	請參考計算說明 4
理論下注 100 次勝負籌碼數： (-125+75+30+3)×(100/216)≒-7.87 個				請參考計算說明 5
實際下注 100 次勝負籌碼數：-7.6 個				此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 5/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 5/6，同理，第三個骰子機率

也是 5/6。

計算說明 2：第一個骰子出現  的機率是 1/6，則第二個骰子就不能出現  機率是 5/6、第三個骰子也不能出現  機率是 5/6，才符合擲出一個  的條件；但若第二個骰子出現  ，則第一、三個骰子就不能出現  ；同理，第三個骰子出現  ，則第一、二個骰子就不能出現  ，因為有三種情形，所以必須乘 3。

計算說明 3：計算上要乘 3，因為有以下三種情形，

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為其他點數，機率 5/6。
2. 骰子一為  ，骰子二為其他點數，骰子三為  。
3. 骰子一為其他點數，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 4：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，機率一樣是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計算說明 5：(-125+75+30+3)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為 (-125+75+30+3)×(100/216)≒-7.87。

(二) 實驗二：第二次我們再試試看玩家每次隨機下注在  其中二格中，下注數目為各 1 個籌碼，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			+2	
2			+1	

3			-2	
4			0	
5			0	
6			+2	
7			-2	
8			+2	
9			-2	
10			0	
11			-2	
12			-2	
13			0	
14			0	
15			-2	
16			+2	
17			0	
18			+3	
19			-2	
20			0	
21			-2	
22			+1	
23			0	
24			0	
25			-2	
26			-2	
27			0	

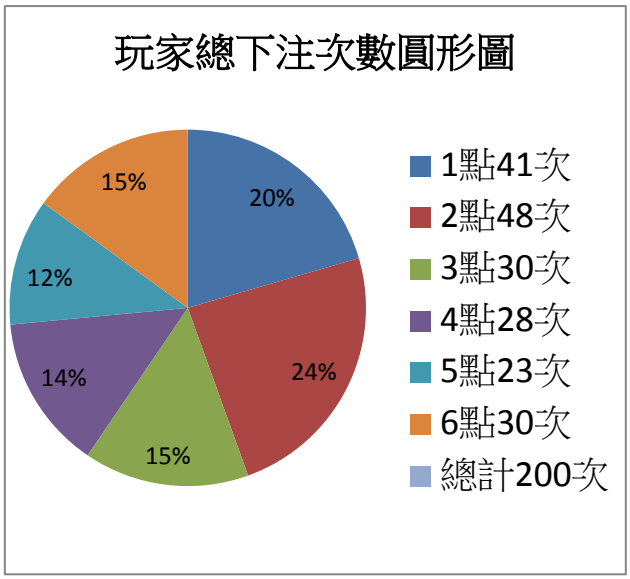
28			-2	
29			+1	
30			+1	
31			+1	
32			-2	
33			-2	
34			-2	
35			0	
36			0	
37			0	
38			0	
39			-2	
40			0	
41			0	
42			+3	
43			0	
44			+2	
45			+2	
46			+2	
47			+1	
48			0	
49			+2	
50			-2	
51			0	
52			+2	

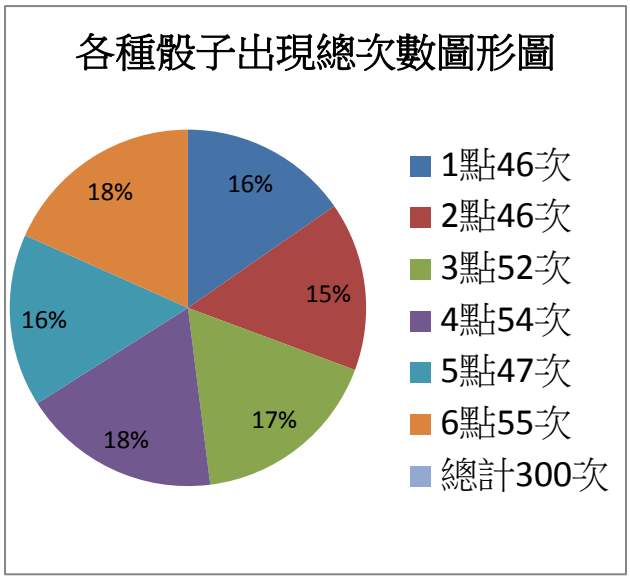
53			0	
54			-2	
55			-2	
56			-2	
57			+3	
58			+2	
59			-2	
60			-2	
61			-2	
62			0	
63			0	
64			+1	
65			0	
66			-1	
67			0	
68			+2	
69			0	
70			+1	
71			-2	
72			-2	
73			-2	
74			-2	
75			+1	
76			+2	
77			0	

78			0	
79			-2	
80			+1	
81			0	
82			0	
83			+2	
84			+1	
85			0	
86			0	
87			-2	
88			+1	
89			+1	
90			-2	
91			-2	
92			-2	
93			0	
94			+1	
95			+1	
96			-2	
97			-2	
98			+1	
99			-2	
100			0	

統	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
計	→41 次	→46 次	-16	此項實驗我們重

結果	→48 次 →30 次 →28 次 →23 次 →30 次 總計→200 次	→46 次 →52 次 →54 次 →47 次 →55 次 總計→300 次		覆做了五回，總勝負結果依序為 -16、-3、-20、-8、-14，五次平均為 -12.2。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究二：以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在 ，則莊家所擲出的骰子有下列可能：

出現 的數目	出現 的數目	勝負	機率	理論上玩家下注 216 次產生的勝負	備註
0	0	-2	(4/6)x(4/6)x(4/6)=64/216	(-2)x64=-128	請參考計算說明 1

0	1	0	(1/6)×(4/6)×(4/6)×3=48/216	0×48=0	請參考計算說明 2
0	2	+1	(1/6)×(1/6)×(4/6)×3=12/216	1×12=12	請參考計算說明 3
0	3	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	2×1=2	請參考計算說明 4
1	0	0	(1/6)×(4/6)×(4/6)×3=48/216	0×48=0	請參考計算說明 2 計算方法相似
1	1	+2	(1/6)×(1/6)×(4/6)×6=24/216	2×24=48	請參考計算說明 6
1	2	+3	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	3×3=9	請參考計算說明 7
2	0	+1	(1/6)×(1/6)×(4/6)×3=12/216	1×12=12	請參考計算說明 3 計算方法相似
2	1	+3	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	3×3=9	請參考計算說明 7 計算方法相似
3	0	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	2×1=2	請參考計算說明 4 計算方法相似
	理論下注 100 次勝負籌碼數： (-128+0+12+2+0+48+9+12+9+2)×(100/216)≒-15.74 個				請參考計算說明 5
	實際下注 100 次勝負籌碼數：-12.2 個				此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 4/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 4/6，同理，第三個骰子機率也是 4/6。

計算說明 2：第一個骰子出現  的機率是 1/6，則第二個骰子就不能出現  機率是 4/6、第三個骰子也不能出現  機率是 4/6，才符合擲出一個  的條件；但若第二個骰子出現  ，則第一、三個骰子就不能出現  ；同理，第三個骰

子出現  ，則第一、二個骰子就不能出現  ，因為有三種情形，所以必須乘3。

計算說明 3：計算上要乘 3，因為有以下三種情形，

4. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  ，機率 4/6。

5. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。

6. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 4：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，機率一樣是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計算說明 5：(-128+0+12+2+0+48+9+12+9+2)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為 (-128+0+12+2+0+48+9+12+9+2)×(100/216)≒-15.74。

計算說明 6：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為其他點數，機率 4/6。

2. 骰子一為  ，骰子二為其他點數，骰子三為  。

3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為其他點數。

4. 骰子一為  ，骰子二為其他點數，骰子三為  。

5. 骰子一為其他點數，骰子二為  ，骰子三為  。

6. 骰子一為其他點數，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 7：因為有下列 3 種情形，所以計算最後要乘 3。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

2. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

(三)實驗三：第 3 次我們再試試看玩家每次隨機下注在  某 3 格中，下注數目為各 1 個籌碼，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			+1	
2			-1	
3			-1	
4			+3	
5			0	
6			+1	
7			+2	
8			-3	
9			+2	
10			+1	
11			-3	
12			-1	
13			-1	
14			+2	
15			-1	
16			-1	
17			-1	
18			-1	

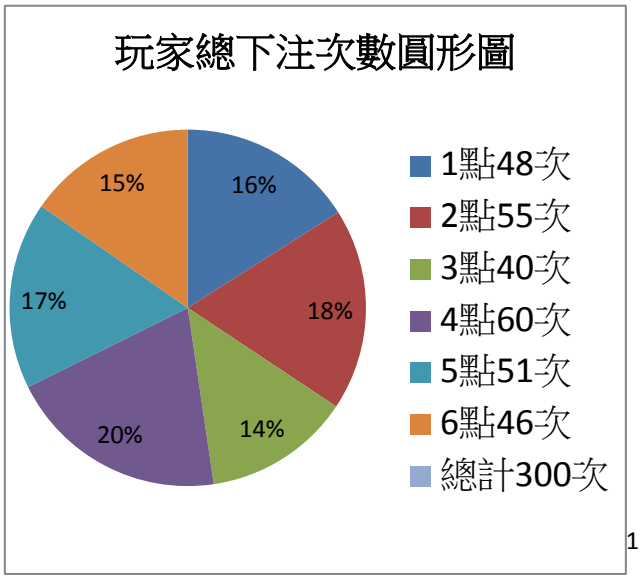
19			0	
20			-3	
21			0	
22			-1	
23			-1	
24			-1	
25			+2	
26			+1	
27			-1	
28			0	
29			+1	
30			-1	
31			-1	
32			+2	
33			-1	
34			-1	
35			+2	
36			-1	
37			+3	
38			0	
39			-1	
40			+1	
41			+1	
42			-1	
43			+1	

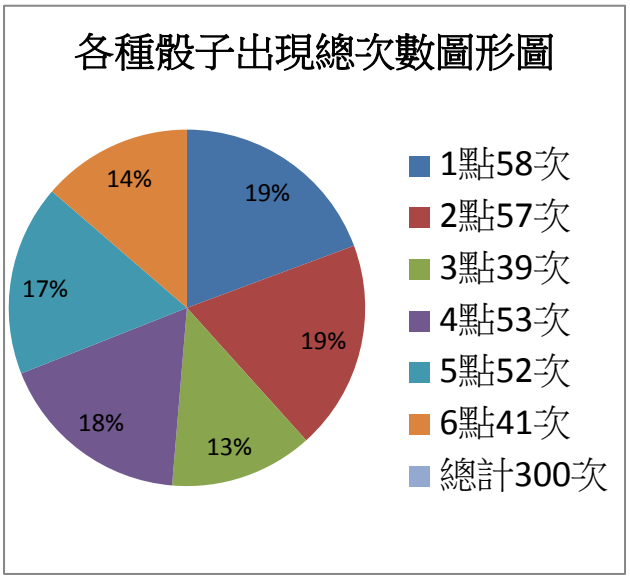
44			+1	
45			+1	
46			-1	
47			+1	
48			0	
49			+1	
50			-3	
51			-1	
52			-1	
53			-1	
54			-1	
55			-1	
56			-1	
57			+1	
58			0	
59			-3	
60			+2	
61			-1	
62			+2	
63			-1	
64			+1	
65			+1	
66			-1	
67			+1	
68			-3	

69			-3	
70			-1	
71			+1	
72			-1	
73			0	
74			-1	
75			-1	
76			+2	
77			+1	
78			-1	
79			-3	
80			+1	
81			-1	
82			-1	
83			-3	
84			+1	
85			-1	
86			+2	
87			-1	
88			-1	
89			+1	
90			+1	
91			-1	
92			+1	
93			+1	

94			-1	
95			0	
96			-1	
97			+1	
98			-1	
99			0	
100			-1	

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →48 次  →55 次  →40 次  →60 次  →51 次  →46 次 總計→300 次	 →58 次  →57 次  →39 次  →53 次  →52 次  →41 次 總計→300 次	-20	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為-20、-42、-25、-18、-21，五次平均為-25.2。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究三 以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在  ，則莊家所擲出的骰子有下列可能：

出現  的數目	出現  的數目	出現  的數目	勝負	機率	理論上玩家下注216次產生的勝負	備註
0	0	0	-3	(3/6)×(3/6)×(3/6)=27/216	(-3)×27=-81	請參考計算說明 1
0	0	1	-1	(1/6)×(3/6)×(3/6)×3=27/216	(-1)×27=-27	請參考計算說明 2
0	0	2	0	(1/6)×(1/6)×(3/6)×3=9/216	0×9=0	請參考計算說明 3
0	0	3	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	1×1=3	請參考計算說明 4
0	1	0	-1	(1/6)×(3/6)×(3/6)×3=27/216	(-1)×27=-27	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	1	1	+1	(1/6)×(1/6)×(3/6)×6=18/216	1×18=18	請參考計算說明 6
0	1	2	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7
0	2	0	0	(1/6)×(1/6)×(3/6)×3=9/216	0×9=0	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	2	1	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	3	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	1×1=1	請參考計算說明 4 計算方法相似
1	0	0	-1	(1/6)×(3/6)×(3/6)×3=27/216	(-1)×27=-27	請參考計算說明 2 計算方法相似
1	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(3/6)×6=18/216	1×18=18	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	2	2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7 計算方法相似

1	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(3/6)×6=18/216	1×18=18	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	1	1	+3	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	3×6=18	請參考計算說明 8
1	2	0	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(3/6)×3=9/216	0×9=0	請參考計算說明 3 計算方法相似
2	0	1	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	1	0	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	2×3=6	請參考計算說明 7 計算方法相似
3	0	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	1×1=1	請參考計算說明 4 計算方法相似

理論下注 100 次勝負籌碼數： (-51-27+0+1-27+18+6+0+6+1-27+18+6+18+18+6+0+6+6+1)×(100/216)≒-26.3 個	請參考計算說明 5
實際下注 100 次勝負籌碼數：-25.2 個	此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 3/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 3/6，同理，第三個骰子機率也是 3/6。

計算說明 2：第一個骰子出現  的機率是 1/6，則第二個骰子就不能出現  機率是 3/6、第三個骰子也不能出現  機率是 3/6，才符合擲出一個  的條件；但若第二個骰子出現  ，則第一、三個骰子就不能出現  ；同理，

第三個骰子出現  ，則第一、二個骰子就不能出現  ，因為有三種情形，所以必須乘 3。

計算說明 3：計算上要乘 3，因為有以下三種情形，

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  ，機率 3/6。
2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
3. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 4：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，機率一樣是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計算說明 5：(-51-27+0+1-27+18+6+0+6+1-27+18+6+18+18+6+0+6+6+1)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為 (-51-27+0+1-27+18+6+0+6+1-27+18+6+18+18+6+0+6+6+1)×(100/216)≒-26.3。

計算說明 6：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  機率 3/6。
2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三不能出現  。
4. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
5. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。
6. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 7：因為有下列 3 種情形，所以計算最後要乘 3。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

2. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

3. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

計算說明 8：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

2. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

4. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

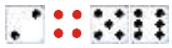
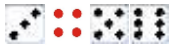
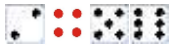
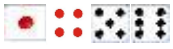
5. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

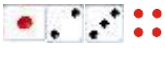
6. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

(四)實驗四：第 4 次我們再試試看玩家每次隨機下注在  某 4 格中，下注數目為各 1 個籌碼，下注 100 次，研完勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			+1	
2			-2	
3			+1	
4			0	
5			-2	
6			-2	

7			+2	
8			-2	
9			-1	
10			+1	
11			-2	
12			0	
13			-2	
14			-2	
15			+1	
16			-3	
17			0	
18			-1	
19			+1	
20			-4	
21			-1	
22			-1	
23			+1	
24			+1	
25			0	
26			0	
27			0	
28			0	
29			-2	
30			0	
31			0	

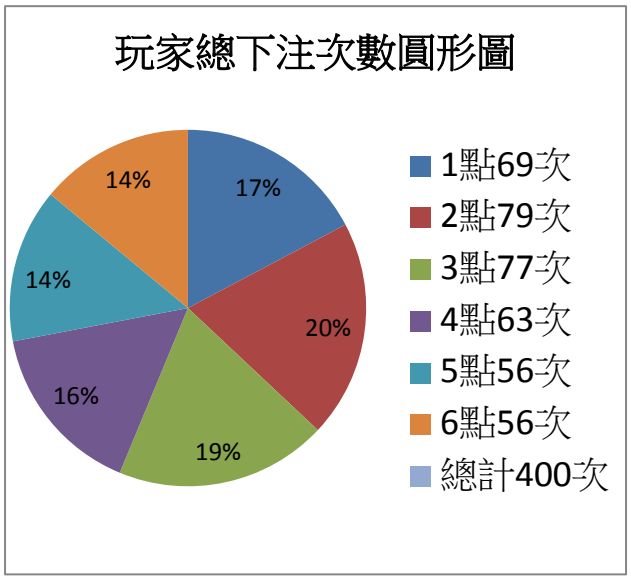
32			0	
33			-2	
34			0	
35			0	
36			0	
37			+1	
38			+2	
39			0	
40			-2	
41			0	
42			+1	
43			-2	
44			0	
45			-2	
46			-1	
47			+2	
48			0	
49			+1	
50			+1	
51			-2	
52			0	
53			-2	
54			-2	
55			0	
56			+2	

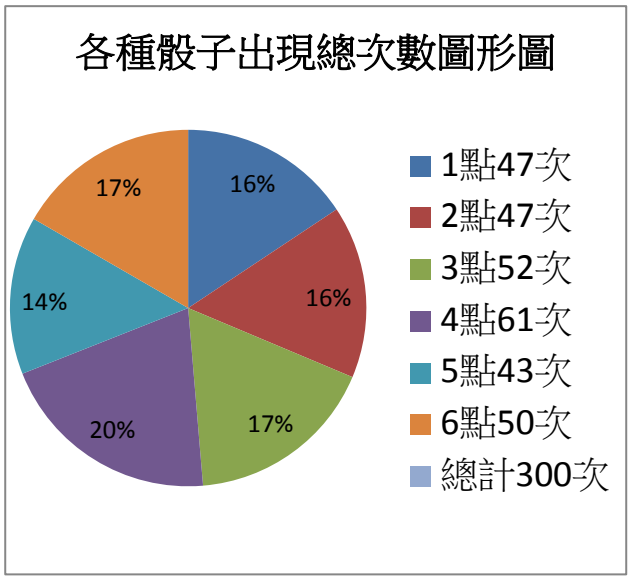
57			0	
58			+1	
59			0	
60			0	
61			-2	
62			0	
63			0	
64			+1	
65			0	
66			0	
67			-2	
68			+1	
69			-1	
70			-4	
71			-1	
72			0	
73			+1	
74			+1	
75			-1	
76			-1	
77			-2	
78			0	
79			+2	
80			-2	
81			-2	

82			-2	
83			0	
84			0	
85			-1	
86			0	
87			+1	
88			+2	
89			-2	
90			+2	
91			+2	
92			0	
93			0	
94			0	
95			-2	
96			-2	
97			+2	
98			0	
99			+2	
100			+1	

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →69 次  →79 次 →77 次 →63 次 →56 次	→47 次 →47 次 →52 次 →61 次 →43 次	-35	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為-35、-24、-33、-30、-28，五次平

	→56 次 總計→400 次	→50 次 總計→300 次		均為-30。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究四：以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在 ，則莊家所擲出的骰子有下列可能：

出現 的數目	出現 的數目	出現 的數目	出現 的數目	勝負	機率	理論上玩家下注 216 次產生的勝負	備註
0	0	0	0	-4	(2/6)×(2/6)×(2/6)=8/216	(-4)×8=-32	請參考計算說明 1
0	0	0	1	-2	(1/6)×(2/6)×(2/6)×3=12/216	(-2)×12=-24	請參考計算說明 2
0	0	0	2	-1	(1/6)×(1/6)×(2/6)×3=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 3
0	0	0	3	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	0×1=0	請參考計算說明 4

0	0	1	0	-2	(1/6)×(2/6)×(2/6)×3=12/216	(-2)×12=-24	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	0	1	1	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6
0	0	1	2	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7
0	0	2	0	-1	(1/6)×(1/6)×(2/6)×3=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	0	2	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	3	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	0×1=0	請參考計算說明 4 計算方法相似
0	1	0	0	-2	(1/6)×(2/6)×(2/6)×3=12/216	(-2)×12=-24	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	1	0	1	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	1	0	2	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	1	1	0	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	1	1	1	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	2×6=12	請參考計算說明 8
0	1	2	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	2	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(2/6)×3=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	2	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似

0	2	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	3	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	0×1=0	請參考計算說明 4 計算方法相似
1	0	0	0	-2	(1/6)×(2/6)×(2/6)×3=12/216	(-2)×12=-24	請參考計算說明 2 計算方法相似
1	0	0	1	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	0	2	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
1	0	1	0	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	1	1	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	2×6=12	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	0	2	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
1	1	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(2/6)×6=12/216	0×12=0	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	1	0	1	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	2×6=12	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	1	1	0	+2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	2×6=12	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	2	0	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	0	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(2/6)×3=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 3

							計算方法相似
2	0	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7
2	0	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	1	0	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	1×3=3	請參考計算說明 7 計算方法相似
3	0	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	0×1=0	請參考計算說明 4 計算方法相似

	理論下注 100 次勝負籌碼數： (-32-24-6+0-24+0+3-6+3+0-24+0+3+0+12+3-6+3+3+0-24+0+3+0+12+3+0+12+12 +3-6+3+3+3)×(100/216)≒-31.48 個	請參考計算說明 5
	實際下注 100 次勝負籌碼數：-30 個	此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 2/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 2/6，同理，第三個骰子機率也是 2/6。

計算說明 2：第一個骰子出現  機率是 1/6，則第二個骰子就不能出現  機率是 2/6、第三個骰子也不能出現  機率是 2/6，才符合擲出一個  的條件；但若第二個骰子出現  ，則第一、三個骰子就不能出現  ；同理，第三個骰子出現  ，則第一、二個骰子就不能出現  ，因為有三種情形，所以必須乘 3。

計算說明 3：計算上要乘 3，因為有以下三種情形，

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  ，機率 3/6。

2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。

3. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 4：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，機率一樣是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計算說明 5：(-32-24-6+0-24+0+3-6+3+0-24+0+3+0+12+3-6+3+3+0-24+0+3+0+12+3+0+12+12+3-6+3+3+3)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為(-32-24-6+0-24+0+3-6+3+0-24+0+3+0+12+3-6+3+3+0-24+0+3+0+12+3+0+12+12+3-6+3+3+3)×(100/216)≒-31.48。

計算說明 6：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  機率 2/6。

2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。

3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三不能出現  。

4. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。

5. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

6. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 7：因為有下列 3 種情形，所以計算最後要乘 3。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

2. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

3. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

計算說明 8：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

2. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

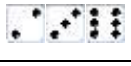
4. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

5. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

6. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。

(五)實驗五：第 5 次我們再試試看玩家每次隨機下注在  某 5 格中，下注數目為各 1 個籌碼，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			+1	
2			+1	
3			-2	
4			0	
5			0	
6			0	
7			0	
8			+1	
9			0	

10			0	
11			-1	
12			-2	
13			0	
14			-1	
15			0	
16			-2	
17			0	
18			1	
19			0	
20			0	
21			-1	
22			+1	
23			0	
24			-1	
25			0	
26			+1	
27			+1	
28			0	
29			-1	
30			0	
31			0	
32			+1	
33			-3	
34			-1	

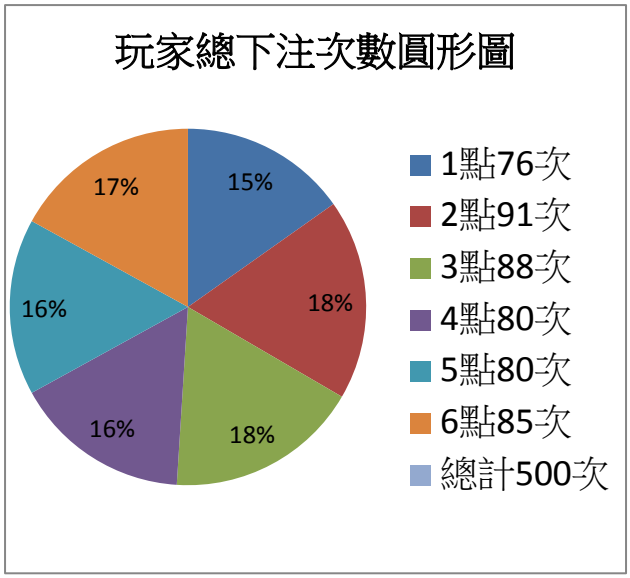
35			+1	
36			-1	
37			-3	
38			+1	
39			+1	
40			-1	
41			-2	
42			-1	
43			0	
44			+1	
45			+1	
46			0	
47			0	
48			-2	
49			-3	
50			+1	
51			0	
52			0	
53			-1	
54			+1	
55			-1	
56			-3	
57			0	
58			-2	
59			+1	

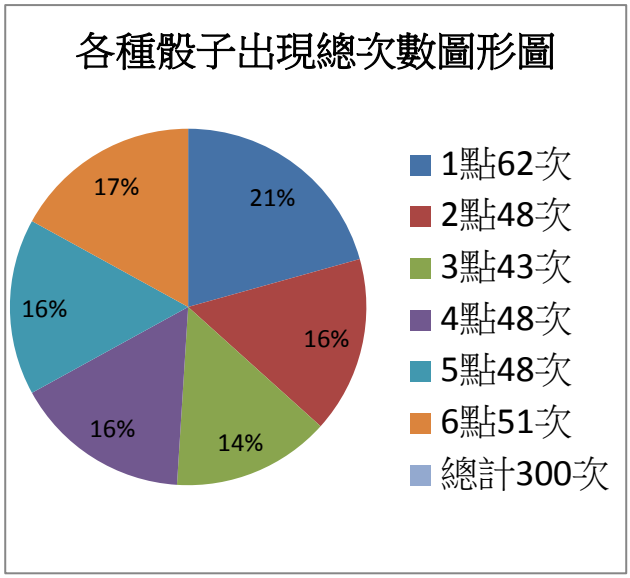
60			+	
61			0	
62			+1	
63			+1	
64			+1	
65			-1	
66			-1	
67			-2	
68			+1	
69			-3	
70			+1	
71			-1	
72			+1	
73			-1	
74			-1	
75			-1	
76			+1	
77			+1	
78			0	
79			-3	
80			+1	
81			+1	
82			+1	
83			-1	
84			-2	

85			+1	
86			-3	
87			-1	
88			-1	
89			-1	
90			+1	
91			-1	
92			-1	
93			+1	
94			+1	
95			0	
96			0	
97			-3	
98			-3	
99			-1	
100			+1	

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →76 次  →91 次  →88 次  →80 次  →80 次  →85 次 總計→500 次	 →62 次  →48 次 →43 次 →48 次 →48 次 →51 次 總計→300 次	-33	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為-33、-53、-32、-39、-42，五次平均為-39.8。由於篇幅所限，故在此只列了第一回

				實驗所得數據。





研究五：以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在  ，則莊家所擲出的骰子有下列可能：

出現  的數目	出現  的數目	出現  的數目	出現  的數目	出現  的數目	勝負	機率	理論上玩家下注 216 次產生的勝負	備註
0	0	0	0	0	-4	(1/6)x(1/6)x(1/6)=1/216	(-4)x1=-4	請參考計算說明 1
0	0	0	0	1	-3	(1/6)x(1/6)x(1/6)x3=3/216	(-3)x3=-9	請參考計算說明 2
0	0	0	0	2	-2	(1/6)x(1/6)x(1/6)x3=3/216	(-2)x3=-6	請參考計算說明 3
0	0	0	0	3	-1	(1/6)x(1/6)x(1/6)=1/216	(-1)x1=-1	請參考計算說明 4
0	0	0	1	0	-3	(1/6)x(1/6)x(1/6)x3=3/216	(-3)x3=-9	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	0	0	1	1	-1	(1/6)x(1/6)x(1/6)x6=6/216	(-1)x6=-6	請參考計算說明 6

0	0	0	1	2	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7
0	0	0	2	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-2)×3=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	0	0	2	1	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	0	3	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	(-1)×1=-1	請參考計算說明 4 計算方法相似
0	0	1	0	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-3)×3=-9	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	0	1	0	1	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	0	1	0	2	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	1	1	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	0	1	1	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8
0	0	1	2	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	2	0	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-2)×3=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	0	2	0	1	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	2	1	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	0	3	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	(-1)×1=-1	請參考計算說明 4

								計算方法相似
0	1	0	0	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-3)×3=-9	請參考計算說明 2 計算方法相似
0	1	0	0	1	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	1	0	0	2	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	1	0	1	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	1	0	1	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
0	1	0	2	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	1	1	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
0	1	1	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
0	1	1	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
0	1	2	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	2	0	0	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-2)×3=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
0	2	0	0	1	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似

0	2	0	1	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	2	1	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
0	3	0	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	(-1)×1=-1	請參考計算說明 4 計算方法相似
1	0	0	0	0	-3	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-3)×3=-9	請參考計算說明 2 計算方法相似
1	0	0	0	1	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	0	0	2	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
1	0	0	1	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	0	1	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	0	0	2	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
1	0	1	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	0	1	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	0	1	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	0	2	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7

								計算方法相似
1	1	0	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	(-1)×6=-6	請參考計算說明 6 計算方法相似
1	1	0	0	1	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	1	0	1	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	1	1	0	0	+1	(1/6)×(1/6)×(1/6)×6=6/216	1×6=6	請參考計算說明 8 計算方法相似
1	2	0	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	0	0	0	0	-2	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	(-2)×3=-6	請參考計算說明 3 計算方法相似
2	0	0	0	1	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	0	0	1	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	0	1	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
2	1	0	0	0	0	(1/6)×(1/6)×(1/6)×3=3/216	0×3=0	請參考計算說明 7 計算方法相似
3	0	0	0	0	-1	(1/6)×(1/6)×(1/6)=1/216	(-1)×1=-1	請參考計算說明 4 計算方法相似
		理論下注 100 次勝負籌碼數： (-4-9-6-1-9-6+0-3+0-1-9-6+0-6+6+0-6+0+0-1-9-6+0-6+6+0-6+6+6+0-6+0+0+0-1-9-						請參考計算說明 5

		6+0-6+6+0-6+6+6+0-6+6+6+6+0-6+0+0+0+0-1)×(100/216)≒-37.5 個	
		實際下注 100 次勝負籌碼數：-39.8 個	此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計算說明 2:第一個骰子出現  機率是 1/6，則第二個骰子就不能出現  機率是 1/6、第三個骰子也不能出現  機率是 1/6，才符合擲出一個  的條件；但若第二個骰子出現  ，則第一、三個骰子就不能出現  ；同理，第三個骰子出現  ，則第一、二個骰子就不能出現  ，因為有三種情形，所以必須乘 3。

計算說明 3：計算上要乘 3，因為有以下三種情形，

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  ，機率 1/6。
2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
3. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 4：第一個骰子只能出現  ，所以機率是 1/6，第二個骰子也只能出現  ，所以機率也是 1/6，同理，第三個骰子機率也是 1/6。

計　　算　　說　　明　　5：(-4-9-6-1-9-6+0-3+0-1-9-6+0-6+6+0-6+0+0-1-9-6+0-6+6+0-6+6+6+0-6+6+6+6+0-6+0+0+0+0-1)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為(-4-9-6-1-9-6+0-3+0-1-9-6+0-6+6+0-6+0+0-1-9-6+0-6+6+0-6+6+6+0-6+0+0+0-1-9-6+0

-6+6+0-6+6+6+0-6+6+6+6+0-6+0+0+0+0-1)×(100/216)≒-37.5 個。

計算說明 6：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三不能出現  機率 1/6。
2. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三不能出現  。
4. 骰子一為  ，骰子二不能出現  ，骰子三為  。
5. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。
6. 骰子一不能出現  ，骰子二為  ，骰子三為  。

計算說明 7：因為有下列 3 種情形，所以計算最後要乘 3。

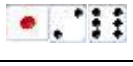
1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。
2. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。
3. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。

計算說明 8：因為有下列 6 種情形，所以計算最後要乘 6。

1. 骰子一為  機率 1/6，骰子二為  機率 1/6，骰子三為  機率 1/6。
2. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。
3. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。
4. 骰子一為  ，骰子二為  ，骰子三為  。
5. 骰子一為  ，骰子二為，骰子三為。
6. 骰子一為，骰子二為，骰子三為。

(六)實驗六：第 6 次我們再試試看玩家每次下注在  6 格中的每一格，下注數目為各 1 個籌碼，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註
1			0	
2			0	
3			-1	
4			-1	
5			0	
6			-1	
7			0	
8			0	
9			-1	
10			-1	
11			-1	
12			-1	
13			0	
14			-1	
15			0	
16			0	
17			0	
18			-1	
19			-1	
20			0	
21			-1	

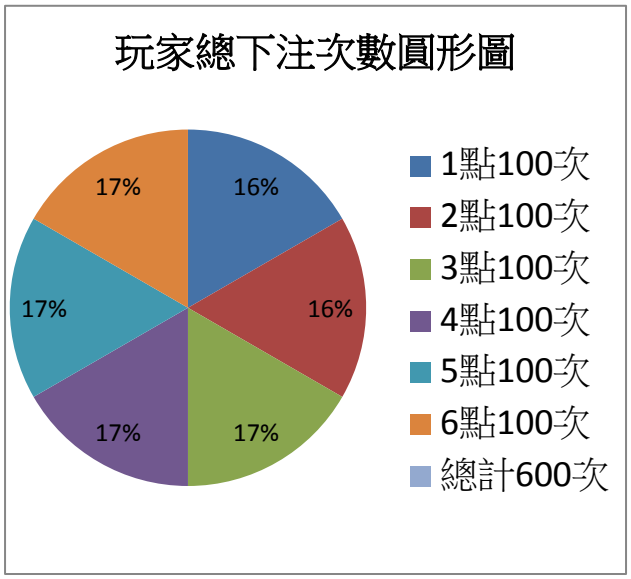
22			0	
23			-1	
24			-1	
25			0	
26			0	
27			0	
28			0	
29			0	
30			-1	
31			0	
32			0	
33			0	
34			-1	
35			0	
36			0	
37			-1	
38			-1	
39			0	
40			-1	
41			0	
42			-1	
43			-1	
44			-1	
45			0	
46			0	

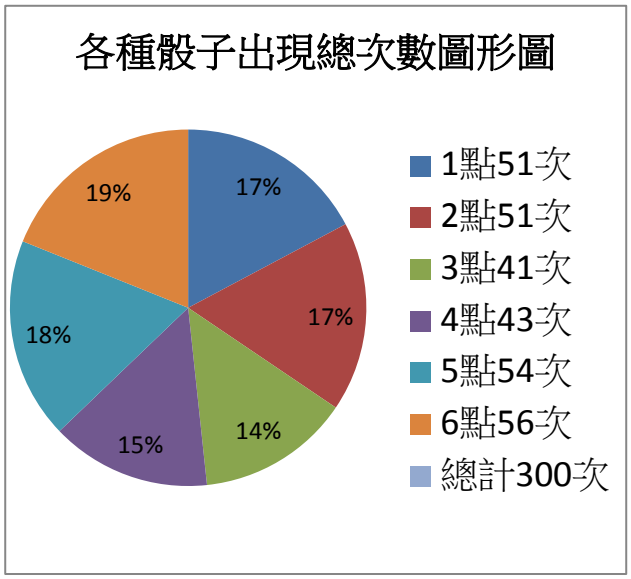
47			0	
48			-1	
49			-1	
50			-1	
51			-2	
52			-1	
53			0	
54			0	
55			0	
56			0	
57			0	
58			-1	
59			0	
60			-1	
61			-1	
62			-2	
63			0	
64			0	
65			-1	
66			-1	
67			0	
68			-1	
69			0	
70			0	
71			0	

72			0	
73			0	
74			-1	
75			0	
76			-1	
77			0	
78			0	
79			-1	
80			-1	
81			0	
82			-1	
83			-1	
84			0	
85			0	
86			-1	
87			-1	
88			0	
89			0	
90			0	
91			0	
92			-1	
93			0	
94			-1	
95			0	
96			0	

97			-1	
98			0	
99			-1	
100			0	

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →100 次  →100 次  →100 次  →100 次  →100 次  →100 次 總計→600 次	 →51 次  →55 次  →41 次  →43 次  →54 次  →56 次 總計→300 次	-47	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為 -47、-44、-40、-48、-51，五次平均為-46。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究六：以機率與統計概念計算出來的理論值--

假設玩家下注在  ，則莊家所擲出的骰子只有下列三種可能：

骰子出現種類	勝負	機率	理論上玩家下注 216 次產生的勝負	備註
三個骰子點數都相同	-2	(1/6)x(1/6)x(1/6)x6=6/216	(-2)x6=--12	請參考計算說明 1
二個骰子點數相同，另一個不同	-1	(1/6)x(1/6)x(5/6)x6x3=90/216	(-1)x90=-90	請參考計算說明 2
三個骰子點數都不同	0	(6/6)x(5/6)x(4/6)=120/216	0x120=0	請參考計算說明 3
理論下注 100 次勝負籌碼數： (-12-90+0)x(100/216)≒-47.22 個				請參考計算說明 4
實際下注 100 次勝負籌碼數：-46 個				此為重覆實驗 5 回後的平均

計算說明 1：三個骰子可以是  ，也可以是  ，也可以是  ……，以此類推，共有六種情形，所以乘 6。

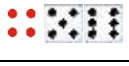
計算說明 2：二個相同點數的骰子可以是  、  、  ……機率是(1/6)x(1/6)，以此類推，共有六種情形，所以乘 6，另一骰子必須和前二個骰子為不同點數，機率是 5/6。二個相同骰子和一個不同骰子的排列可以有三種情形，例如  、  、  ，所以另乘 3。

計算說明 3：第 1 個骰子可以是  的任一個，機率是 6/6。則第 2 個骰子必須是除了第 1 個骰子點數的其餘 5 個，機率是 5/6。第 3 個骰子不能和第 1、第 2 骰子相同，只剩 4 種點數，機率是 4/6。

計算說明 4：(-12-90+0)，此為下注 216 次的結果，所以若下注 1 次應除以 216，若下注 100 次則再乘 100，所以下注 100 次的算法為(-12-90+0)×(100/216) ≒-47.22 個。

(七)實驗七：經過以上六次的實驗，我們發現玩家最後都會輸了這比賽，於是我們再討論是否有其他方式可能贏得比賽。大家不斷的討論後，終於想出了一個可能勝利的方法，我們稱之為”倒金字塔”，方法為：每次從 1 個籌碼開始下注，若贏了，則還是下 1 個籌碼。若輸了，則下注的籌碼加倍變成 2 個，贏了，則重新回到 1 個籌碼。若輸了，則再加倍為 4 個籌碼，以此類推，贏了回到 1 個籌碼，輸了繼續加倍成 8 個、16 個、32 個、64 個、128 個……直到贏為止，下注 100 次，研究勝負如何？機率如何？是否真的可能贏得遊戲？(下注 100 次結果如下表)

次數	玩家下注	莊家擲出點數	玩家勝負	備註 (每次下注籌碼數)
1			+1	1
2			-1	1
3			+2	2
4			-1	1
5			-2	2
6			-4	4
7			-8	8
8			+16	16
9			-1	1
10			+4	2
11			-1	1

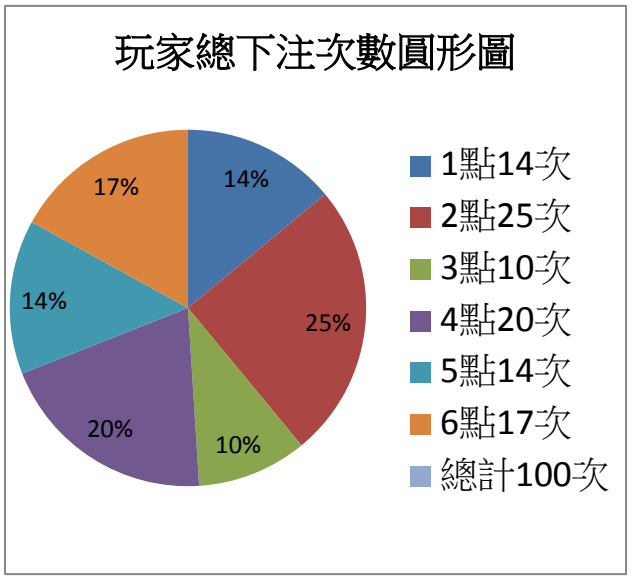
12			-2	2
13			+4	4
14			-1	1
15			+2	2
16			-1	1
17			-2	2
18			+4	4
19			+2	1
20			+1	1
21			+1	1
22			+1	1
23			+1	1
24			-1	1
25			-2	2
26			+4	4
27			-1	1
28			+2	2
29			+2	1
30			+1	1
31			+1	1
32			-1	1
33			-2	2
34			+12	4
35			+1	1
36			+1	1

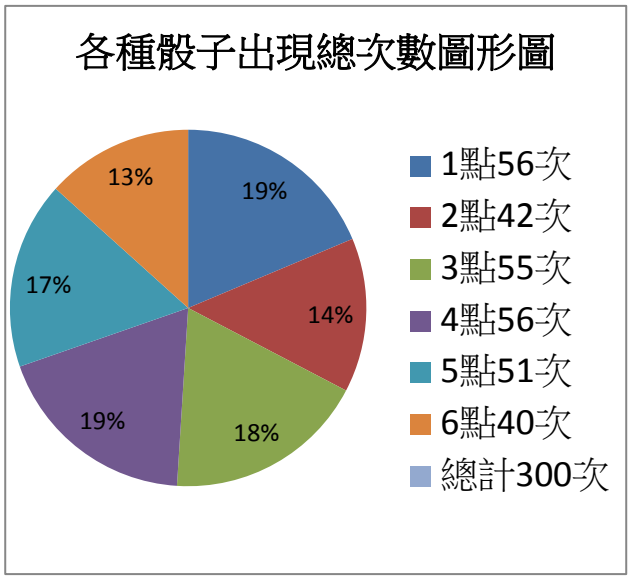
37			-1	1
38			+2	2
39			-1	1
40			+2	2
41			-1	1
42			+2	2
43			-1	1
44			-2	2
45			-4	4
46			+8	8
47			-1	1
48			-2	2
49			+4	4
50			-1	1
51			-2	2
52			-4	4
53			+8	8
54			+1	1
55			-1	1
56			-2	2
57			-4	4
58			-8	8
59			-16	16
60			-32	32
61			-64	64

62			-128	128
63			-256	256(此處之後道具籌碼不足，以記帳方式繼續遊戲)
64			-512	512
65			+2048	1024
66			-1	1
67			+2	2
68			-1	1
69			-2	2
70			+4	4
71			+1	1
72			+1	1
73			+2	1
74			-1	1
75			+2	2
76			-1	1
77			-2	2
78			-4	4
79			+8	8
80			-1	1
81			+2	2
82			-1	1
83			+2	2
84			+2	1

85			-1	1
86			+2	2
87			-1	1
88			+2	2
89			-1	1
90			+2	2
91			+1	1
92			+2	1
93			+1	1
94			+1	1
95			+1	1
96			-1	1
97			-2	2
98			-4	4
99			-8	8
100			-16	16

	玩家總下注次數	各種骰子出現總次數	總勝負結果	備註
統計結果	 →14 次  →25 次  →10 次  →20 次  →14 次  →17 次 總計→100 次	 →56 次  →42 次 →55 次 →56 次 →51 次 →40 次 總計→300 次	+1054	此項實驗我們重覆做了五回，總勝負結果依序為+1054、+68、+127、+58、+42，五次平均為+269.8。由於篇幅所限，故在此只列了第一回實驗所得數據。





研究七：

假設玩家下注在  上，

若第一次就中  ，則籌碼+1。

若第二次才中  ，則為(2-1)=1(說明：因第一次沒中後，下注籌碼變為 2 倍，且需減掉第一次沒中所失去的個籌碼)

若第三次才中  則為$(2^2-2^1-1)=1$。(說明：因第一、二次沒中後，下注籌碼變為 2×2=4 倍，且需減掉第一、二次沒中所失去的 1 及 2 個籌碼)

若第四次才中  則為$(2^3-2^2-2^1-1)=1$

……

……

……

若第 n 次才中  ，則為$(2^n-2^{n-1}-2^{n-2}-\cdots\cdots-2^2-2-1)=1$)

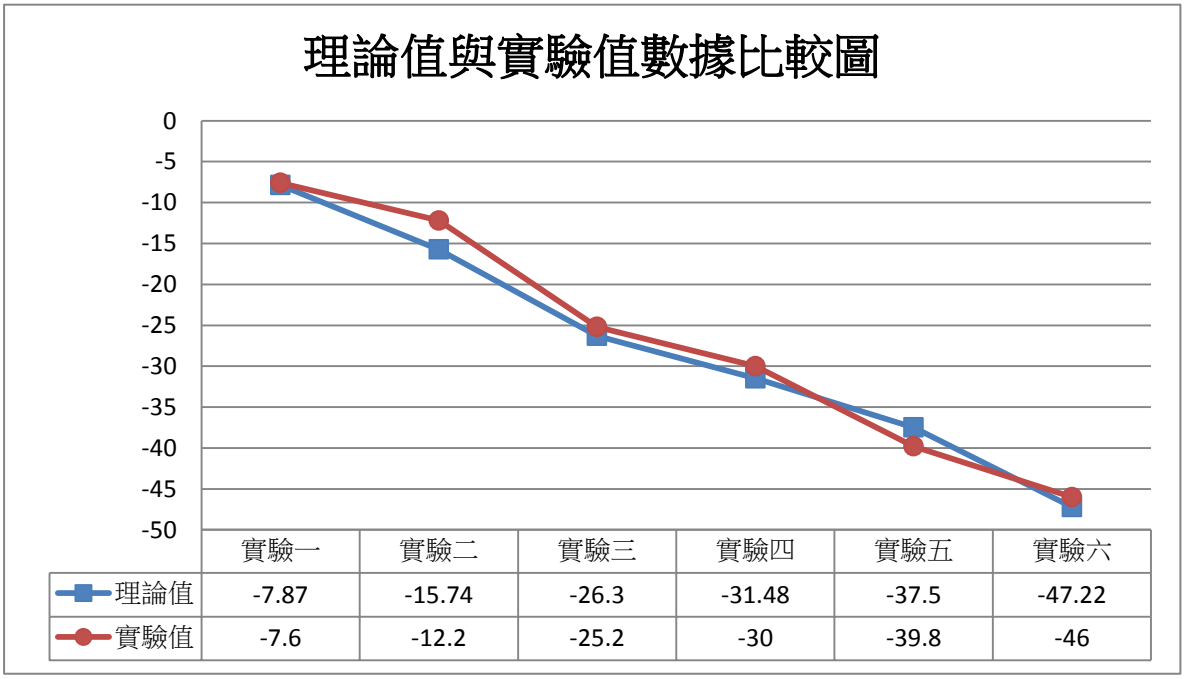
所以每個回合結果均為：

$1+(2^1-1)+(2^2-2^1-1)+(2^3-2^2-2^1-1)+\cdots\cdots+(2^n-2^{n-1}-\cdots\cdots-2^2-2^1-1)=n$ 個籌碼

也就是說，下注次數越多，則贏得越多，而且還有可能一次中二個或三個，讓籌碼數倍增的機會。

陸、 研究結果

經過我們不斷的實驗，歸納出下注個數越多，通常輸的可能越高，當六個點數均下注時，完全沒有贏的可能。我們認為，在像拉斯維加斯或澳門般的國際賭場中，通常下注的人可能更多，所以莊家的勝算會比我們所認為的還要高，而且玩的越久輸的越多。以實驗五為例，若下注 1000 次，則理論上會輸掉 37.5 x1000/100-375 個籌碼。若下注 10000 次則理論上輸掉 37.5x10000/100=3750 個籌碼，且與實際做過實驗的數據相差無幾。以下為實驗一~實驗六理論上的數據，及實驗的數據折線圖做一比較：(由於實驗七與實驗一~六有些許不同，所以不並列討論，研究七的結果另寫於下方)



	實驗一	實驗二	實驗三	實驗四	實驗五	實驗六
理論值	-7.87	-15.74	-26.3	-31.48	-37.5	-47.22
實驗值	-7.6	-12.2	-25.2	-30	-39.8	-46

研究七實驗出來的結果則顯示，擊敗莊家是有可能的，在 100 次下注的實驗下成功的贏了，另做了 4 回的 100 次下注，均能獲勝，也就是總計 500 次內的下注確實擊敗了莊家。

柒、 討論及結論

一、 由實驗一~實驗六所做的研究顯示出下注越多，則輸得越多。

二、 只有在實驗七中，玩家確實可能贏得勝利，但如實驗七表格第 55-65 次記錄所顯示，須要有相當多的籌碼才可行，且根據我們的了解，在過年時家中所玩的骰子及像澳門、拉斯維加斯這類的國際賭城中，均有下注的上限。就算沒有上限的規定，當連輸 10 次以上，所需的籌碼倍數會在 1024 以上，且在理論上只要下注的次數愈多，連續輸的機會就愈高，若連輸 15 次，就要下注高達 32768 枚籌碼，必須要有很龐大的資金，以及很強大的心臟與抗壓性才有辦法持續下注。所以這個方法在理論上雖可行，但在實際的應用中卻不容易。

三、 經由此次的研究發現，機率在實際的運用上是相當準確的且可靠的，機率所算出來的數據，與我們長時間做實驗所得出來的數據幾乎相差無幾，所以我們認為，如果可以將機率好好的運用在日常生活中，將可以為我們省下非常多的時間與金錢。像我們所做的那麼多實驗大約花了三個月的時間才完成，但以機率來做計算，不到一天的工夫就算出來了，真的很方便。

四、 我們在這次的研究中，另外還學到了統計的重要，統計可以將許多雜亂零散的數據整理成大家都容易了解的東西，且原本看起來好像沒有相關的數字，在經過整理之後就可能發現它們的關聯性，例如：經由數字的整理，我們發現了我們下注的習慣通常中間的點數較常下注，旁邊的點數如 1 或 6 點就較少下注。另外，經由統計，我們也發現了下注越多，

輸得越多這個現象。

五、 最後，要告訴大家的是，機率有空一定要學，多算算就能了解賭博能贏的機率是微乎奇微的，通常是十賭九輸，千萬不要去賭博以免傷財、傷神又傷心。順帶一提：老師教我們算過大樂透頭獎的機率是(6×5×4×3×2×1)/(49×48×47×46×45×44)=1/13,983,816，每注為 50 元，也就是要花 699,190,800 元，接近 7 億才能買到一個頭獎，頭獎獎金通常在 1 億左右就算把 2 獎以下的所有獎別都算進去也不到 2 億，而且頭獎還有可能不只一個人中，會有平分的情形，所以別太貪心了，做做公益就好。