

屏東縣第 61 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學

組 別：國小組

作品名稱：撲克魔術“乘” “加” “減” “除”

關 鍵 詞： 24 點、撲克、排列組合（最多三個）

編號：A1037

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.編號：由承辦學校統一編列。
- 3.封面編排由參展作者自行設計。

撲克魔術 “乘” “加” “減” “除”

摘要

從一副撲克牌中，抽取 3-4 張牌，使得撲克牌上的數字相乘和加減除的組合成為 24，表數字 1，J 代表數字 11，Q 代表數字 12，K 代表數字 13，其餘皆為牌面上的數字。我們三個大關卡，分別找出所有可能的數字組合(數字的順序不同並不列入考量)，最後計算的組數，並記錄過程。並探討所有可能結果之間的規律以及關聯性，以及討論是否還能有可能有的研究方式。

壹、研究動機

撲克牌真的有規律可尋嗎？我們就將神奇的撲克牌和傳說中的“24”加以結合且用最簡單基本運算加減乘除的乘法作為運算的工具，想一探藏在牌底下秘密，是否也有規律可尋呢？

貳、研究目的

- 一、從一副撲克牌中，分別從三個關卡中(同一種花色)，抽取 3-4 張牌，使得撲克牌上的數字相乘或相乘再加或相乘再減或相乘再除成為 24，並盡可能找出所有的組數。
- 二、是否有特別的方法可以快速的找到所有的組數。
- 三、探討所有可能結果之間的規律以及關聯性。
- 四、討論還有其他可能有的研究方式。

參、研究設備及器材

鉛筆、記錄紙、計算機、撲克牌一副

肆、研究過程或方法

我們依撲克牌的特色作三大關卡分類，再將張數依次增加，最終目的使其加減乘除為 24。

一、規則與問題：

- (一) 從一副撲克牌中，抽取 3-4 張牌，使得撲克牌上的數字相加乘或相乘再加或相乘再減或相乘再除為 24，A 代表數字 1，J 代表數字 11，Q 代表數字 12，K 代表數字 13，其餘皆為牌面上的數字。

(二) 我們依三個大關卡，分別找出所有可能的數字組合(數字的順序不同並不列入考量)，最後計算總計的組數，並記錄過程。

(三) 取 3~4 張的原因：(分別有抽取 3-4 張的 7 個小關)

1. 依我們的定義撲克牌最大點數為 13，所以同花色時最少為 13，11(最少兩張)。

2. 整副牌數字變化最多當最小的數字都用上 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3 數字乘積共 8 張最多。

(四) 三大關卡說明：

第一關：我們從同一種花色中(數字不重複)，選出 3-4 張牌並運用四則運算之乘和加，使得牌面上數字相乘和加為 24。(加號只能使用一次)

第二關：我們從同一種花色中(數字不重複)，選出 3-4 張牌並運用四則運算之乘和減，使得牌面上數字相乘和減為 24。(減號只能使用一次)

第三關：我們從同一種花色中(數字不重複)，選出 3-4 張牌並運用四則運算之乘和乘，使得牌面上數字相乘和乘為 24。

第四關：我們從同一種花色中(數字不重複)，選出 3-4 張牌並運用四則運算之乘和除，使得牌面上數字相乘和乘為 24。

*附註：1. 有些關卡可能組數為 0(也就是無法找出可能的組合)。在這裡我們預先發現，有些關卡可能組數為大於 24。

2. 數字的順序不同，並不用另外列入考量，例如：4,6 以及 6,4 視為同一組合。

二、 舉例說明：第一關的抽取 **3 張** 以及 **4 張**

(一) 抽取 3 張：

編號	可能組合	編號	可能組合	編號	可能組合
1	$1 \times 13 + 11$	4		7	
2		5		8	
3		6		9	

總計： 組

說明：第一組：只抽取 3 張， $1 \times 13 + 11$ ，符合題意要求，因此填入第一組。

第二組：我們大家努力找找看還有其他組合嗎？

(二) 抽取 4 張：

編號	可能組合	編號	可能組合	編號	可能組合
1	$1 \times 7 \times 2 + 10$	6		11	
2	$1 \times 13 + 11$	7		12	
3	$1 \times 11 + 13$	8		13	
4		9		14	
5		10		15	

總計： 組

說明：第一組：抽取 4 張， $1 \times 7 \times 2 + 10$ ，符合題意要求，因此填入

第一組。

第二組：抽取 4 張， $1 \times 13 + 11$ ，符合題意要求，因此填入

第二組。

第三組：抽取 4 張， $1 \times 11 + 13$ ，符合題意要求，因此填入第

三組。

第四組：我們大家努力找找看還有其他組合嗎？ 其它第二、

三關依此類推。

伍、研究結果

經過了我們的努力，完成了這個神奇的魔術“乘”遊戲，找出了所有關卡的組合，成為一個厲害的撲克魔數“乘”了！

接下來，我們將要一一條列所有每一關結果，並以表格的方式呈現出來。如果組數為 0 的話，則就不表格呈現出來。詳細結果如下所示：

第一關：

一、抽取三張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	$2 \times 6 + 12$	5	$2 \times 9 + 6$
2	$3 \times 4 + 12$	6	$1 \times 13 + 11$
3	$3 \times 5 + 9$	7	$1 \times 11 + 13$
4	$2 \times 7 + 10$	8	

總計 7 組

二、抽取四張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	$1 \times 7 \times 2 + 10$	7	$1 \times 3 \times 4 + 12$
2	$1 \times 9 \times 2 + 4$	8	$1 \times 3 \times 5 + 9$
3	$1 \times 6 \times 2 + 12$	9	$6 \times 2 + 3 \times 4$
4	$1 \times 12 + 3 \times 4$	10	$1 \times 10 + 2 \times 7$
5	$1 \times 4 + 2 \times 10$	11	$1 \times 6 + 2 \times 9$
6	$1 \times 9 + 3 \times 5$	12	$1 \times 12 + 2 \times 6$

總計 12 組

第二關：

一、抽取三張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	$4 \times 9 - 12$	4	$3 \times 11 - 9$
2	$5 \times 7 - 11$	5	
3	$3 \times 10 - 6$	6	

總計 4 組

二、抽取四張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	$1 \times 4 \times 9 - 12$	16	$5 \times 9 - 7 \times 3$
2	$1 \times 5 \times 7 - 11$	17	$5 \times 10 - 2 \times 13$
3	$1 \times 3 \times 10 - 6$	18	$5 \times 12 - 4 \times 9$
4	$1 \times 3 \times 11 - 9$	19	$6 \times 7 - 2 \times 9$
5	$2 \times 3 \times 5 - 6$	20	$6 \times 8 - 2 \times 12$

6	2×3×6—12	21	6×8—4×6
7	3×10—1×6	22	6×9—3×10
8	3×12—2×6	23	6×10—4×9
9	4×9—1×12	24	7×9—3×13
10	4×9—2×6	25	7×12—5×6
11	4×10—2×8	26	8×9—4×12
12	4×11—2×10	27	9×10—6×11
13	4×12—3×8		
14	5×6—2×3		
15	5×7—1×11		

總計 27 組

第三關：

一、抽取三張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	1×3×8	4	2×3×4
2	1×6×4	5	
3	1×2×12	6	

總計 4 組

二、抽取四張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	1×2×3×4	4	
2		5	
3		6	

總計 1 組

第四關：

一、抽取三張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	0	3	0
2	0	4	0

總計 0 組

二、抽取四張

編號	可能組合	編號	可能組合
1	0	3	0
2	0	4	0

總計 0 組

以上為全部的所有可能組合數的列表，接下來是把所有的總組數作一個表格來比較：

第一關		第二關		第三關	
抽取幾張	最多組合	抽取幾張	最多組合	抽取幾張	最多組合
3	7	3	4	3	4
4	12	4	27	4	1
第四關					
抽取幾張	最多組合				
3	0				
4	0				

由上表其實可以發現一些規律以及關聯性，接下來將逐步來進行整理說明。

陸、討論

在遊戲的過程中，我們從中間或者是結果，發現了一些規律或是規則讓我們一起來分享 我們所觀察到的驚奇發現吧！

我們發現了

- 一、抽取三張時「乘」搭配「加」運算組合數比「乘」搭配「減」或「乘」搭配「乘」運算多
- 二、抽取四張時「乘」搭配「減」運算組合數比「乘」搭配「減」或「乘」搭配「乘」運算多，且組合數高出兩倍以上。
- 三、不管抽取三張或四張，「乘」搭配「乘」運算的組合數都是最少的。
- 四、不管抽取三張或四張，「乘」搭配「除」運算的組合數為零。

柒、結論

- 一、在撲克魔數四則運算的遊戲中，可以發現許多的規律性存在，如同討論中所條列的：
 - (一) 取組合數時，數字有 2、3 倍數規則且固定 1、2、3、4、6、8、12 出現
這些都是 24 的因數。
 - (二) 配合我們研究出的組合整理，我們建立一套如 10 點半簡易撲克魔數乘 24 遊戲規則，若牌洗的均勻，其實湊成 24 點也是有點難度的喔！我們研究的方式是只用乘法搭配加、減、除的方式去 找出 24 點，這其實是有難度性，但若是以加減乘除一起運算的話，才會產生更多的組合結果。
- 二、在研究的過程中，手寫到最後很煩，想或許以後可利用電腦寫個程式：
 - A 輸入(1)同花(2)同色(3)整副做基礎
 - B 輸入抽取的張數
 - C 電腦自動輸出所有其組合
- 三、這次限於時間的關係，只做了單一牌一種花色研究，希望下次能再加以延伸至 2、3、4、5、6 副牌，甚至更多驗證我們的研究結果，希望能找到更多規則，與大家分享。
- 四、這次我們只作乘法搭配加、減、除的研究來湊成 24，未來可考慮加入含括號的運算，相信一定會有更多的變化且又更有趣，非常值得探索。
- 五、在未來展望方面，組合的過程中，因未考慮到失敗的組合機率有多高，所以在實際操作時常會碰到隨機取得的數字過大而造成失敗，後來我們試著加入加法和減法，發現成功率較原來只用乘法組成的組別高，這種形式的遊戲，希望在未來能成為我們研究的方向。

捌、參考資料及其他

- 一、數學 24 詳說 <http://oddest.nc.hcc.edu.tw/math24.htm>
- 二、維基百科 24 點 <http://zh.wikipedia.org/zh-tw/24%E7%82%B9>
- 三、24 點 <http://blog.magicclass.net/2012/07/24.html>
- 四、撲克 24 點 http://tc.wangchao.net.cn/xinxi/detail_1177427.html
- 五、撲克牌遊戲融入數學教學（四則運算單元）<http://blog.ilc.edu.tw/blog/blog/3317/post/9115/430606>

