

屏東縣第 61 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：**數學科**

組 別：**國小組**

作品名稱：**阿公的數術~算魚栽**

關鍵詞：四則運算、珠心算

編號：**A1041**

題目：阿公的數術~算魚栽

摘要：

早期，魚苗來源主要來自臺灣沿海捕獲的野生魚苗，因數量不多且撈捕不易，魚苗多以「單尾」作計算單位。「算魚栽」即是在交易中精確計算魚苗數量，漁民會雇用專精於數魚苗的工人進行現場點數工作；在累加過程中，數魚苗者必須唱出魚苗數量以協助買賣雙方進行確認。此外，每個數魚苗者所習慣吟唱的旋律與節奏皆不盡相同，其技巧也多經觀察模仿自我學習而非受過數學訓練。數魚苗，也就是數魚苗歌的口訣，這不僅考驗數魚苗者的記憶力也是快速心算能力的累加。我們在記錄過程中逐步分析其中所蘊含的數學規律及快速累加的口訣。這和珠心算所操作的算盤數術有異曲同工之妙，引起我們研究的興趣，最後歸納通用原則。從生活中學習數學，生動有趣。

壹、研究動機：

家鄉在屏東縣沿海鄉鎮，印象中阿公守著一池一池的漁塭，支撐起全家人的生計。有時阿公也會在沿海捕獲的天然魚苗，每一尾得來不易，非常珍貴，因此魚苗是以「單尾」作為交易單位。為精確計數魚苗數量，會僱用專門「算魚栽」的工人現場點數魚苗，累加的過程必須唱出魚苗的數目，取信買賣雙方。小時候常跟著阿公哼唱，雖然滿口數字，也常常不知數到哪兒，但常見阿公數完後貼上包裝，可立即標示魚苗的數量，難道阿公會神算或是預測數字呢？

我們很好奇：每次勺子舀起來的魚苗數量不一，哼唱的旋律也不一，如何分析歸納歌詞中數字的涵義，並與「珠心算」操作算盤作一比較，歸納「數魚苗歌」與「珠心算」共通原則。這數魚歌口訣是否暗藏玄機，我們覺得很有趣？想揭開其中奧秘，就找幾位志同道合的夥伴，展開以下一連串的研究。

貳、研究目的：

- (一) 蒐集與紀錄「數魚苗歌」，分析歸納歌詞中數字代表的涵義。
- (二) 進行「數魚苗歌」數字的統計與「珠心算」作法作一比較，分析蘊含的數學原理。
- (三) 利用上述原理，歸納「數魚苗歌」與「珠心算」共通原則。
- (四) 從生活科技中來學習數學，利用系統化方法來找尋規律性，培養解題能力與細心整

理、分析資料的能力。

參、研究設備器材：

剪刀、彩色筆、計算機、魚網、竹籤、膠水、紀錄紙、小白板、A4 影印紙等。

肆、研究問題：

根據上述的研究目的，我們將研究問題列為以下三大項：

〈一〉蒐集與紀錄「數魚苗歌」，分析歸納歌詞中數字代表的涵義。

〈二〉實際操作「數魚苗歌」數字統計與「珠心算」作法作一比較，分析蘊含的數學原理。

〈三〉歸納「數魚苗歌」與「珠心算」共通原則，俾利數魚苗歌能朗朗上口，傳承保存。

伍、研究過程或方式：

研究（一）蒐集與紀錄「數魚苗歌」內容，分析歸納歌詞中數字代表的涵義。

說明 1：在捕撈天然魚苗的年代，魚苗的買賣具有相當大的經濟規模，為了確認魚苗的數量，負責數魚苗的人必須放聲唱出所數魚苗的數字，來取信於買賣的對方，因而形成了魚苗交易的特殊文化「算魚栽」。

做法：邀請在地社區耆老，實際操作撈魚苗唱出數魚苗歌，進行錄音並轉寫文字稿；同時上網搜尋其他沿海養殖鄉鎮流傳下來的數魚苗歌，進行整理比較，〈如下表 1〉

地 區	數 魚 苗 歌 內 容	備 註
屏東縣沿海鄉鎮如林邊鄉、佳冬鄉、枋山鄉	六尾啦 2 尾〈仔〉共 8 尾；八尾啦 4 尾〈仔〉共 12 尾； 十二啦 4 尾〈仔〉共 16 尾；十六啦 6 尾〈仔〉共 22 尾； 二二啦 6 尾〈仔〉共 28 尾；二八啦 3 尾〈仔〉共 31 尾； 三一啦 5 尾〈仔〉共 36 尾；三六啦 6 尾〈仔〉共 42 尾； 四二啦 3 尾〈仔〉共 45 尾；四五啦 6 尾〈仔〉共 51 尾； 五一啦 3 尾〈仔〉共 54 尾；五四啦 3 尾〈仔〉共 57 尾； 五七啦 5 尾〈仔〉共 62 尾；六二啦 6 尾〈仔〉算 68 尾；	1、用心算將數字累加計算 2、每次撈起的魚苗控制在 10 尾以內

	六八啦 4 尾〈仔〉共 72 尾；七二啦 4 尾〈仔〉算 76 尾； 七六啦 3 尾〈仔〉共 79 尾；七九啦 4 尾〈仔〉算 83 尾； 八三啦 4 尾〈仔〉共 87 尾；八七啦 3 尾〈仔〉算 90 尾； 九六啦 4 尾〈仔〉度好 100。	
彰化縣及台南縣沿海鄉鎮	1 多 1 〈第一撈 6 尾〉；2 多 1 〈第二撈 5 尾〉； 3 少 1 〈第三撈 3 尾〉；3 多 2 〈第四撈 3 尾〉； 80 少 1 〈第...撈...尾〉；80 都好 〈第...撈 1 尾〉；	1、數魚方法以五為基數，最後的數乘 5 即等於總數 2、每次撈起的魚苗控制在 10 尾以內

表〈1〉台灣西南沿海鄉鎮流傳下來數魚苗歌不同計數方法的整理

發現：1、屏東縣沿海鄉鎮流傳的數魚苗歌是用心算將數字累加計算，每次撈起的魚苗控制在 10 尾以內。

2、彰化縣及台南縣沿海鄉鎮流傳的數魚苗歌是以五為基數，最後的數乘 5 即等於總數。

3、不論哪一地區流傳的數魚苗歌在數到一個較大數字時如 100，會以一支竹筷或竹籤做記號代表某一固定數字後，再重新開始起算。

4、數魚苗歌都考驗著數魚苗工作者需熟練掌握到計算能力及記憶能力。

5、依照上述兩地區記錄的不同數魚歌傳唱方式，可歸納為數的數字原則上都在 1 至 100 範圍內，但彰化縣及台南縣沿海鄉鎮傳唱內容前端所表示的數字 1、2、3、...100，是以 5 為的基數。

研究（二）實際操作「數魚苗歌」數字的統計與珠心算作一比較，歸納數學的原理。

探究：根據文獻報導，上述彰化縣及台南縣沿海鄉鎮傳唱數魚方法以五為基數，常用的五種口訣是：加一、加二、欠一、欠二、相抵。我們發現這種數法點收的魚苗數量較大，我們感到好奇，實際操作探究是否口訣內隱藏著數學的原理，就此展開以下的研究。

做法：1、舀起的少量的魚苗〈以小竹籤取代魚苗，避免魚苗被數死〉，操作如下：

第一撈—如果是 3 隻，就數成 1-2〈台語：一欠二〉；

再舀 4 隻，數成 1+2〈台語：一加二〉；再舀 4 隻，數成 2+1〈台語：二加一〉

若再舀進 4 隻，則數成 3 相抵〈抵--台語：do〉，意思就是剛剛好不用加減，也就是每五隻為一數，以數字 5 為基數。

- 2、「一欠二」的意思是一個五不足二，「一加二」的意思則是一個五再加上二，當數到 100 時，就是 500 條魚苗了！放支長條筷子浮在水面上做標記，然後再重新起算進行下一場的第一撈。〈如表 2〉

撈次	第 1 撈	第 2 撈	第 3 撈	第 4 撈	第 5 撈
撈數	3	4	4	4	6
口訣	一欠二	一加二	二加一	三相抵	四加一
數量	3	7	11	15	21
撈次	第 96 撈	第 97 撈	第 98 撈	第 99 撈	第 100 撈
撈數	5	6	3	6	4
口訣	九六相抵	九七加一	九八欠一	九九相抵	一百欠一
數量	480	486	489	495	499

表〈2〉以 5 為基數，數魚苗口訣所實際代表的數量

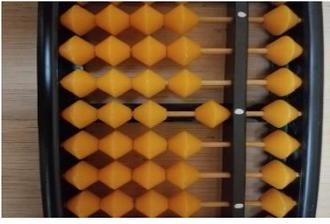
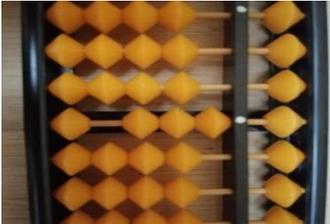
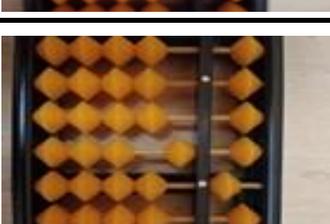
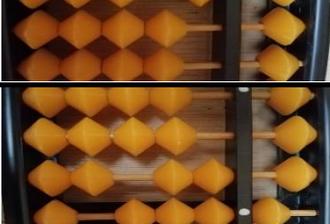
發現：1、在魚苗中的買賣，唱數時每次數量 6、7 尾都還可以，只要買方看得清楚或買方願意信賴，因此每次數 5 尾以上，10 尾以內都可接受。

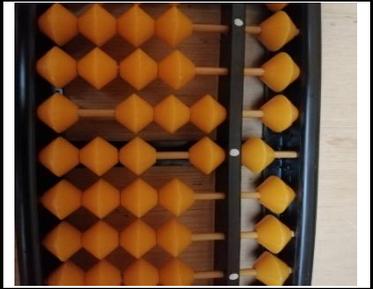
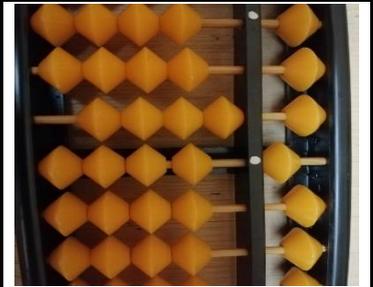
- 2、後續撈起的魚苗數（加的數），先補足前一撈和 5 的湊數，例如：一加一，後續撈起 6 尾，拆成（4，2），4 尾先和前一撈「加一」湊成五，進一位，多出來的 2 尾，唱成二加二。

思考：在上述表 2 中，我們歸納魚苗的數術是逢 5 就進 1，這與我們曾經學習過的珠心算算盤打法（上珠一顆表示 5 個單位，下珠一顆表示 1 個單位）是否有相關，以下繼續我們的研究。

作法：1、實際操作算盤，珠心算是以算盤為工具，用算珠示數計算的獨特運算體系，數與珠都是符號。

- 2、算盤上操作：說明如表〈3〉

計數	口訣	算盤操作	圖片
被加數為 1	一上一	個位下排的算珠往上撥 1 粒	
加 2 時	二上二：	個位下排的算珠往上撥 2 粒	
加 3 時	三下五去二	個位上排的算珠往下撥 1 粒，下排的算珠往下撥 2 粒	
加 4 時	四去六進一	撥去個位的算珠，算盤上十位的下排算珠往上撥 1 粒	
加 5 時	五上五	個位上排的算珠往下撥 1 粒	
加 6 時	六上一去五進一	個位下排的算珠往上撥 1 粒，上排的算珠撥去，算盤十位的下排算珠往上撥 1 粒	
加 7 時	七上七	個位上排的算珠往下撥 1 粒，下排的算珠往上撥 2 粒	

加 8 時	八去二進一	個位下排的算珠往下撥 2 粒，算盤十位的下排算珠往上撥 1 粒	
加 9 時	九去一進一	個位下排的算珠往下撥 1 粒，算盤十位的下排算珠往上撥 1 粒	

表〈3〉操作算盤，以算珠示數計算的口訣

- 發現：**1、珠心算與數學都是採用「十進制」計算法，珠心算只是增加了一個起調整作用的「五升制」。
- 2、珠心算是採用湊 5 加減數，如下說明：
- 湊 5 加口訣：「直加不夠，下 5 減湊」，例 $4+2$ （下 5 減 2 的湊數 3）
- 湊 5 減口訣：「直減不夠，去 5 加湊」，例 $8-4$ （去 5 加 4 的湊數 1）
- 3、珠心算與數魚苗口訣，同樣是運用 5 的湊數，但前者可運用加減法，而後者只適用累積加法。

研究（三）歸納「數魚苗歌」與「珠心算」共通原則，俾利學習數魚苗歌能朗朗上口，傳承保存。

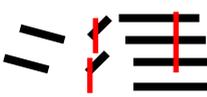
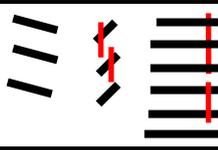
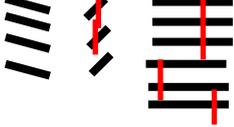
- 說明：**1、珠心算在操作算盤十，每一「位」有五顆可以移動的珠子，上面一顆相當於五個單位；下面四顆，每一顆相當於一個單位。
- 2、在珠心算中，兩數相加的和小於 10，在本位直接通過加「點」和「橫線」，即點和橫線都夠使用，不涉及「五升十進位」，不必消去線和圈掉點，這種加法叫做不進位加法，就是「本位夠加就加」。

- 操作：**1、不進位直加是指在同一數位上兩數相加，只需在本位添加表示上珠的點的上珠或表示下珠的橫線，或「上珠」（點）、「下珠」（線）就可以加上的叫「直接加」，用「幾上幾」的口訣，共九句。

2、例如：計算 $2+6=?$ 珠筆算 $2+6=8$ 以圖示（如表 4）

第一步：用筆在紙上畫出數碼 2。

第二步：紙上已經有數碼 2，現要加 6，直接在 2 左上角加一點，在下面添加一條橫線就行，即「六加點填一」成為八，得出 $2+6=8$ 。

	珠算口訣	筆算口角〈劃記〉	數魚苗歌口訣
被加數為 1	一上一	一添一 	欠四〈1〉
加 2 時	二上二：	二添二 	欠二〈3〉
加 3 時	三下五去二	三加點消二 	一加一〈6〉
加 4 時	四去六進一	四圈點消一進一 	二相抵〈10〉
加 5 時	五上五	五加點 	三相抵〈15〉
加 6 時	六上一去五進一	六添一圈點進一 	四加一〈21〉
加 7 時	七上七	七加點添二 	五加三〈28〉
加 8 時	八去二進一	八消二進一 	七加一〈36〉
加 9 時	九去一進一	九消一進一 	九相抵〈45〉

表〈4〉

推論：1、珠心算法採用不進位直加，是指在同一數位上兩數相加，只需在本位添加表示「上珠」（點）、「下珠」（線），就可「直接加」，用「幾上幾」的口訣。

2、數魚苗歌中的數術，是以數字 5 為基數，湊 5 來進位，前面的大數是依照第幾次撈的順序而不重複；尾數以小於 5（欠）或大於 5（加）來表示。

3、數魚苗歌中前面的大數就如同算盤中在本位添加表示上珠的點的上珠數或上一位表示下珠的橫線，即是以 5 為基數的累加計算數。

4、基於上述，「珠心算法」與「數魚苗歌口訣」在計數上以加點或大數來表示 5 的基

數上實有異曲同工之妙。

陸、研究結果與討論：

- 1、屏東縣沿海鄉鎮流傳的數魚苗歌是用心算將數字累加計算，每次撈起的魚苗控制在 10 尾以內；彰化縣及台南縣沿海鄉鎮流傳的數魚苗歌是以五為基數，最後的數乘 5 即等於總數。
- 2、台灣西南沿海地區流傳的數魚苗歌在數到一個較大數字時如 100，會以一支竹筷或竹籤做記號代表某一固定數字後，再重新開始起算。
- 3、數魚苗歌〈口訣〉都考驗著數魚苗工作者需熟練掌握到計算能力及記憶能力。
- 4、在以 5 為基數的數魚苗口訣中，發現後續撈起的魚苗數（加的數），先補足前一撈和 5 的湊數，湊成五，進一位，多出來的尾數，再唱成比 5 多〈加數〉或比 5 少〈欠數〉。
- 5、珠心算與數魚苗口訣，同樣是運用 5 的湊數，但前者湊 5 加減數，可運用加減法，而後者只操作在累積加法。
- 6、數魚苗歌中前面的大數就如同算盤中在本位添加表示上珠的點的上珠數或上一位表示下珠的橫線，即是以 5 為基數的累加計算數。
- 7、「珠心算法」與「數魚苗歌口訣」在計數上以加點或大數來表示 5 的基數上實有異曲同工之妙。我們從實際操作中尋得推算這兩種計數的數學原理，是這次學習最主要的收穫，大家覺得「算魚栽」有趣又值得傳承啊！