

屏東縣第63屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：辛克曼的難題-Z形棋的挑戰與擴充

關 鍵 詞：連方塊、節點圖、交換路徑

編號：A1012

製作說明：

1. 說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
2. 編號：由承辦學校統一編列。
3. 封面編排由參展作者自行設計。

辛克曼的難題—Z 形棋的挑戰與擴充

摘要

我們從一本數學遊戲書裡找到西洋棋盤衍生的遊戲，叫做辛克曼的難題，又叫做 Z 形棋。因為全部棋子必須移動過，並且讓國王到達黑騎士的旁邊，這個要求看似簡單，但要達到的旗子移動步數卻異常的多，因此讓我們想探究這些旗子移動有沒有特殊規律。

關鍵詞：連方塊、節點圖、交換路徑

壹、研究動機

我們從一本數學遊戲書裡找到西洋棋盤衍生的遊戲，叫做辛克曼的難題，又叫做 Z 形棋。因為全部棋子必須移動過，並且讓國王到達黑騎士的旁邊，這個要求看似簡單，但要達到的旗子移動步數卻異常的多，因此讓我們想探究這些旗子移動有沒有特殊規律。

貳、研究問題

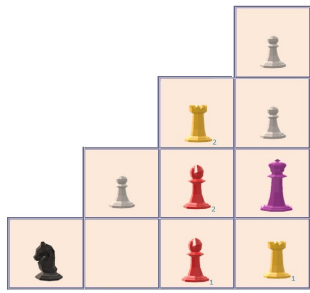
- 一、棋子移動總步數及其唯一解。
- 二、從節點圖探討棋子移動路徑與步數的關係。

參、研究設備與材料

- 一、電腦設備、文書處理程式、Geogebra 程式。
- 二、自製棋盤。

肆、研究過程及方法

- 一、現有文獻分析



辛克曼的 Z 形棋設計配置



實際作用棋子

二、名詞定義

(一)節點圖由點與邊構成，點代表棋子的位置，由連方塊而來；邊表示點之間的關係，又分為兩種，第一種是直線，用 E_ℓ 表示；第二種是弧形邊，以 E_a 表示。

1.點 以 v 表示， $v_1 v_2 v_3 \dots v_n$ 分別「由下而上，由左而右」對應連方塊的位置

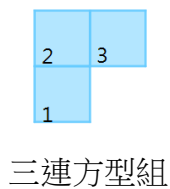
2.邊 E_ℓ

3.弧形邊 E_a

4.有序對 $G=(V, E_\ell, E_a)$

空格在連方塊以及圖中視需要以「x」或以大寫「E」表示。

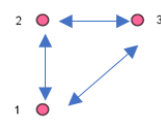
連方塊表示方法，由下而上由左而右標號。例如三連方有兩種，第 1 種是連方塊連成直條，是一個 1×3 長方形，稱為 I 型；第 2 種是 V 型，考慮鏡射、旋轉視為同一型，以下以旋轉 135° 作為代表連方塊圖。



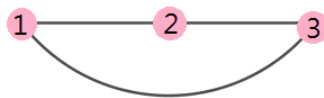
三連方型組



方格轉化為點



以節點圖標註點和點之間的關係



v_n

第 1 種

第 2 種

第 3 種

第 4 種

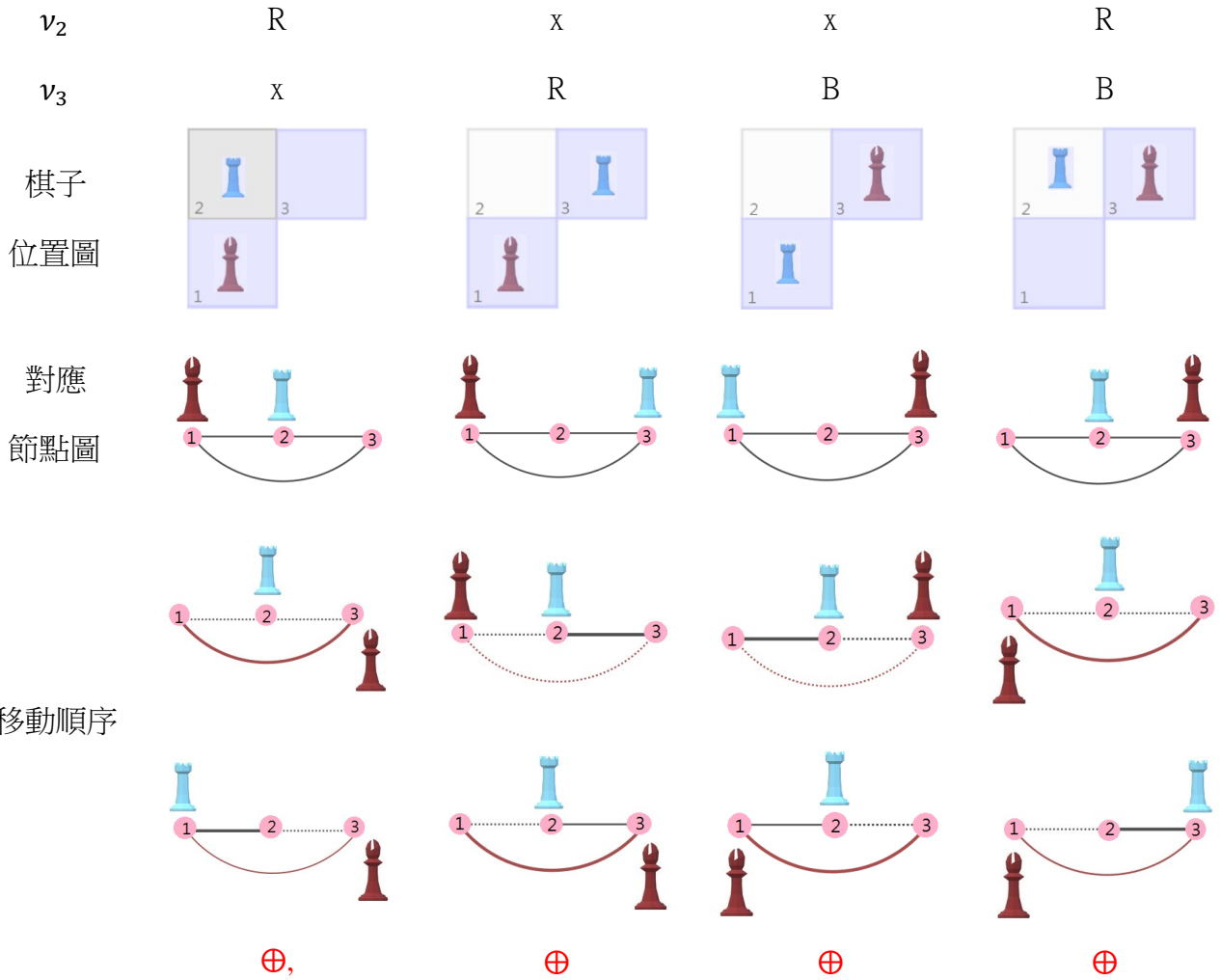
v_1

B

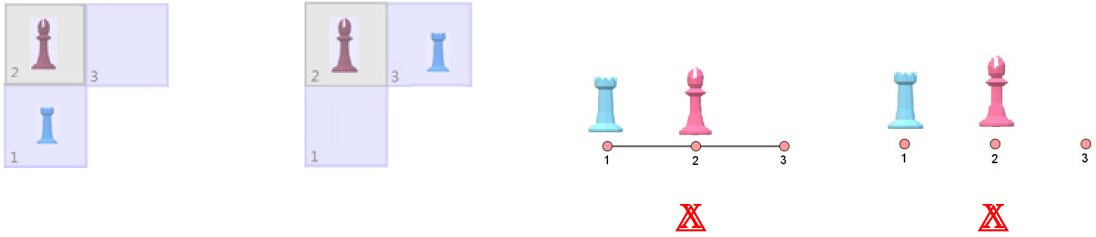
B

R

x



【說明】依序配置棋子後不能動的配置圖有兩種

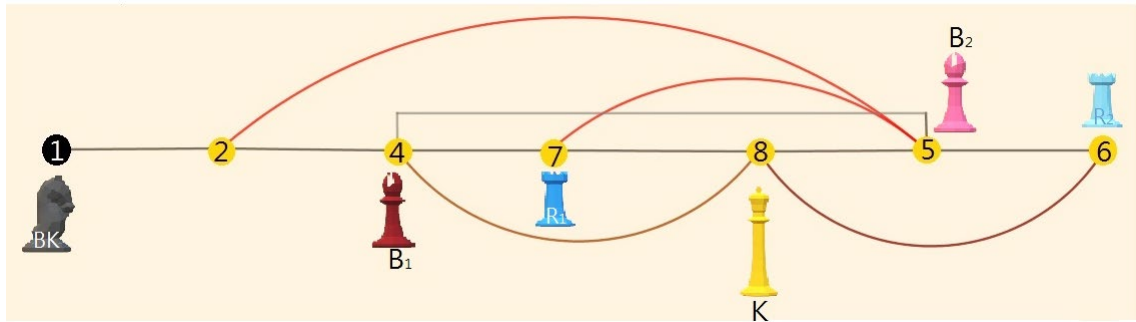


【發現】兩圖是一樣的結果，主教不動，城堡就動不了。

【分析】主教沒有可供斜走的點，無法移動的情形下造成 3 個孤立點，彼此毫無關係。左圖與右圖乍看不一樣，事實上是旋轉、翻轉後一樣的圖，因此視為同一種狀態，節點圖呈現相同狀態。

【結果】從節點圖來看，沒有弧的主教不能動，只能供城堡移動，因此是個無效圖。

根據以上初步分析，我們將辛克曼難題以節點圖表示如下



第一階段 移動狀態示意—遙遠的距離是關鍵

首先，我們試走完可移動全步數後發現，三個小兵沒有移動，換言之，是沒有作用的棋子。

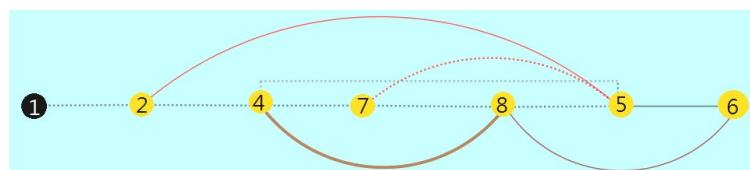
原始配置	第 1 步	第 2 步	第 3 步

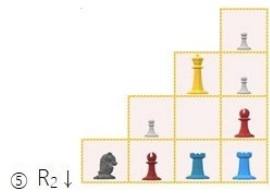
【發現 1】我們發現國王避開了黑騎士路徑，在第三步時來到最上方的位置，從原本距離 4 步，增加到 5 步距離。

第二階段 移動狀態示意—六連方 F 型

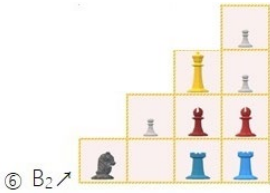
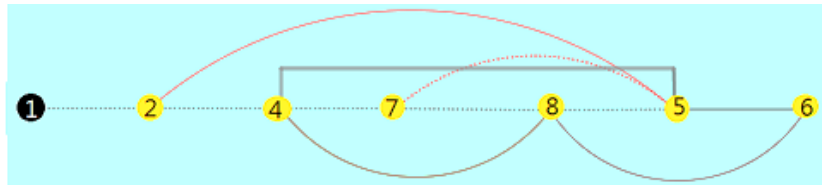
第 4 步

④ B₁ ↗

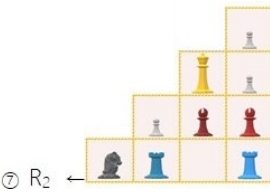
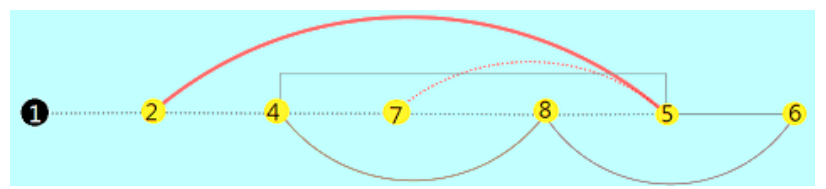




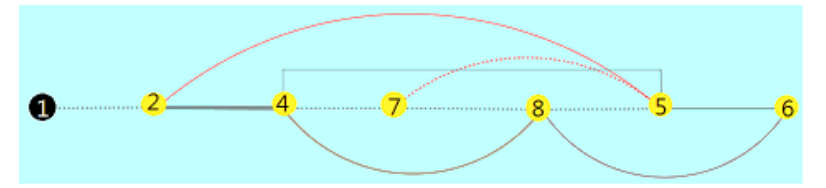
第
5
步



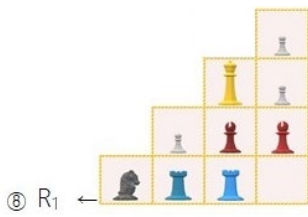
第
6
步



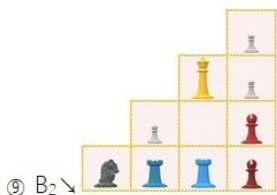
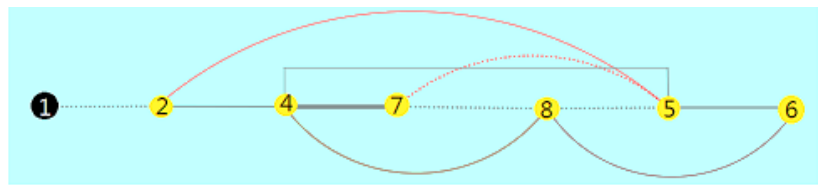
第
7
步



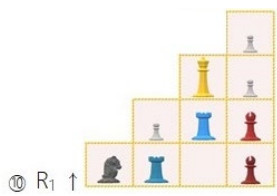
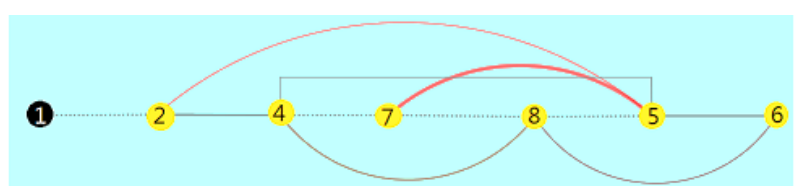
第三階段 移動狀態示意 — R 型可視為 2 個 P 型交錯



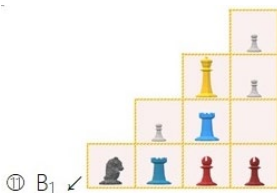
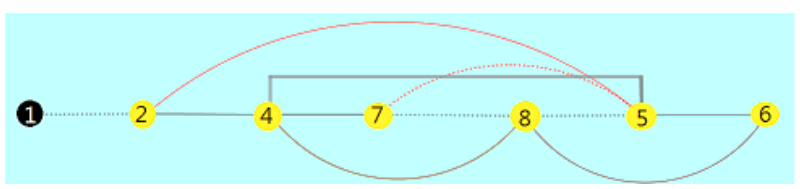
第
8
步



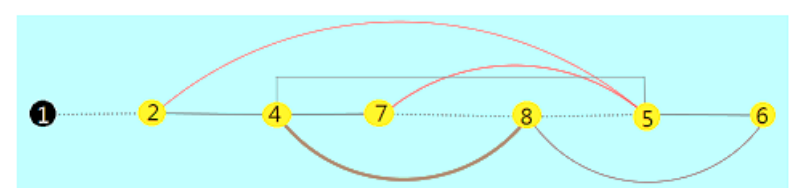
第
9
步

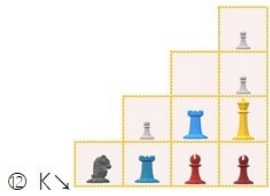


第
10
步

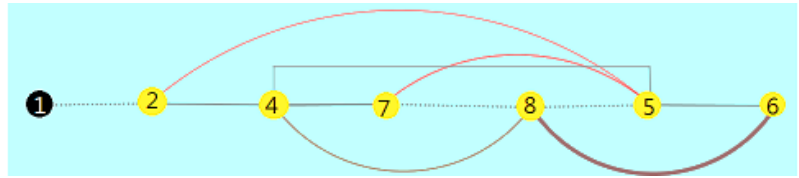


第
11
步

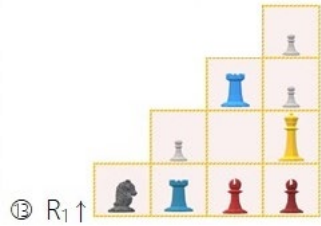




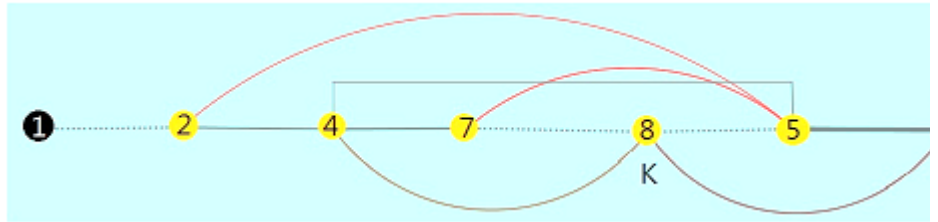
第
12
步



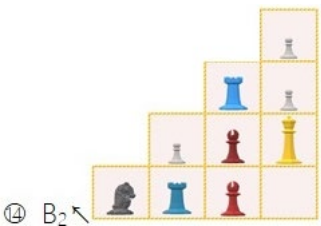
第四階段 移動狀態示意 — R 型析出 N 型四連方



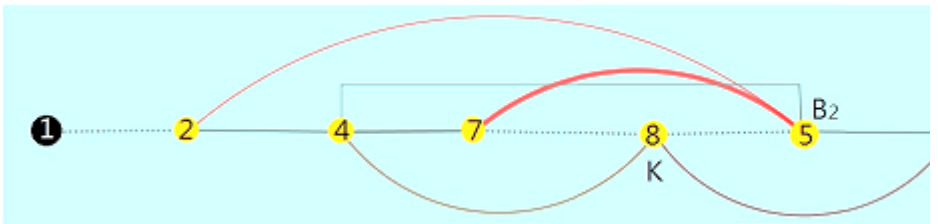
⑬ R₁↑



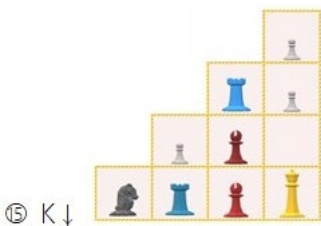
第 13 步



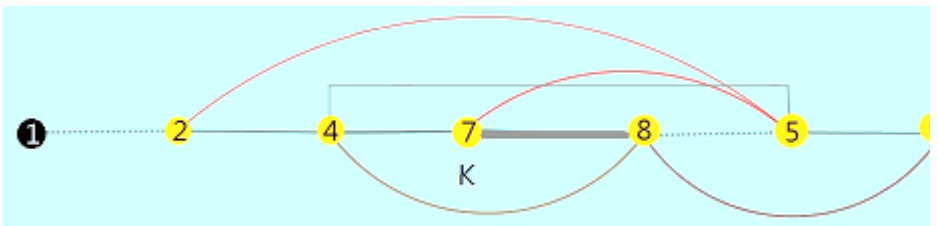
⑭ B₂↖



第 14 步



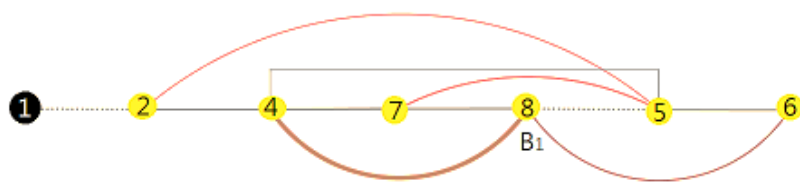
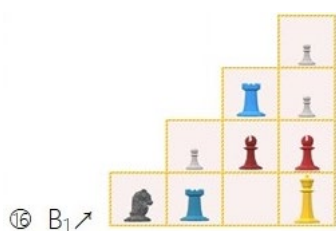
⑮ K↓



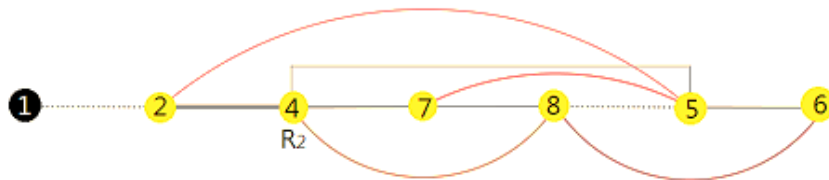
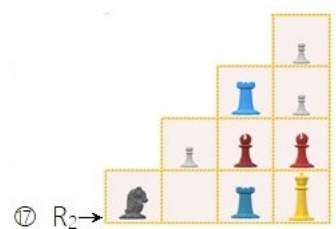
第 15 步

【發現與討論】關於國王-主教-城堡(1 組)與空格的四連方狀態探討，我們分析出 24 種獨立圖形，再進一步與黑騎士組合得到可用圖

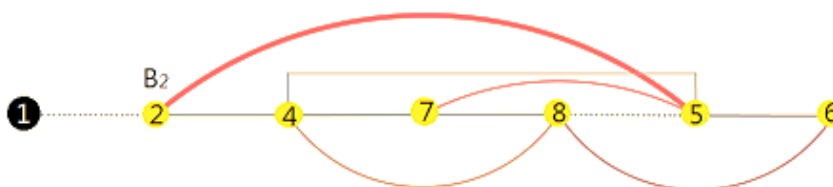
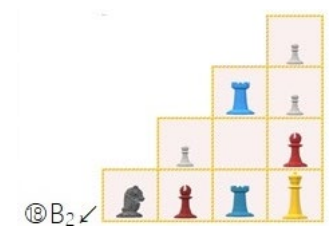
第五階段 移動狀態示意



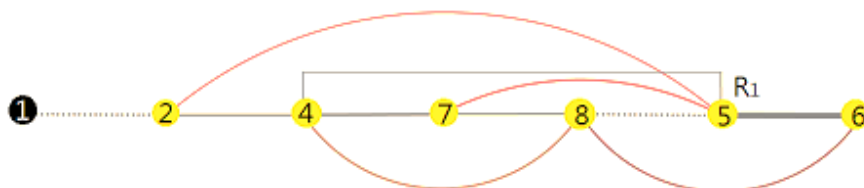
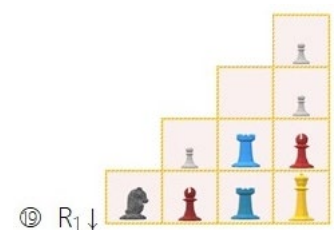
第 16 步



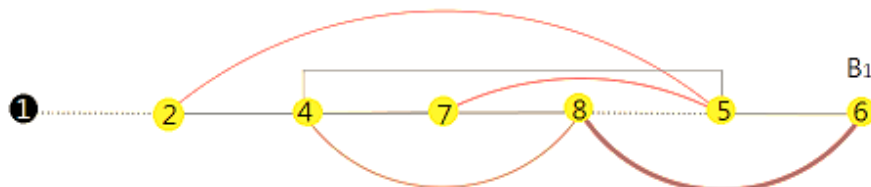
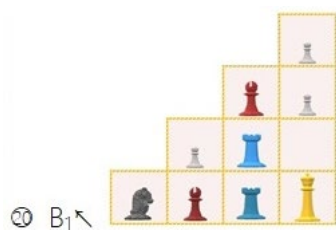
第 17 步



第 18 步

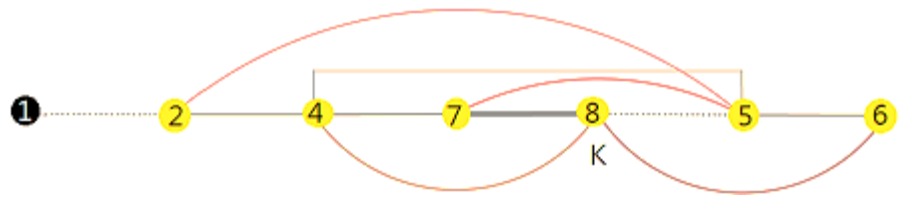
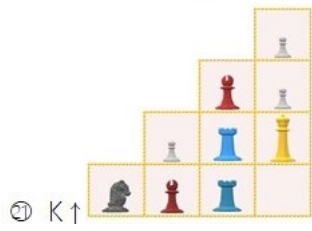


第 19 步

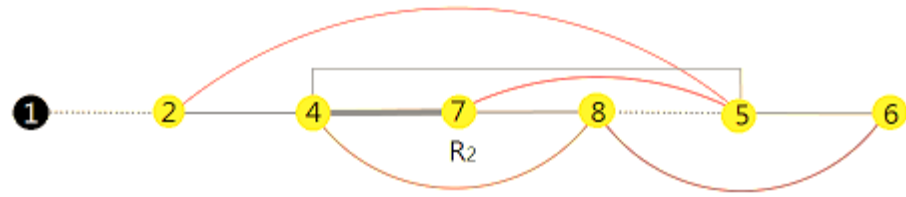
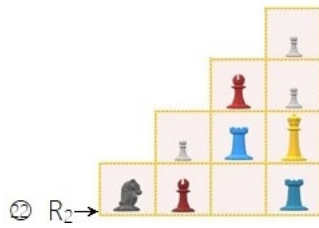


第 20 步

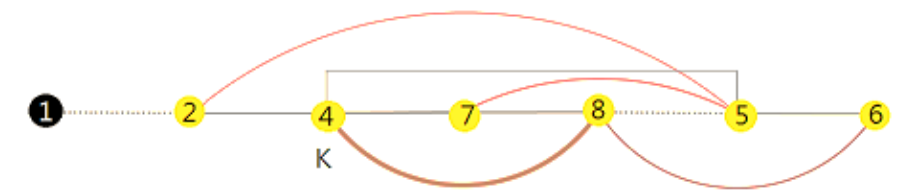
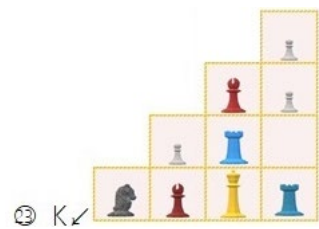
第五階段 逼近狀態示意—協商讓位



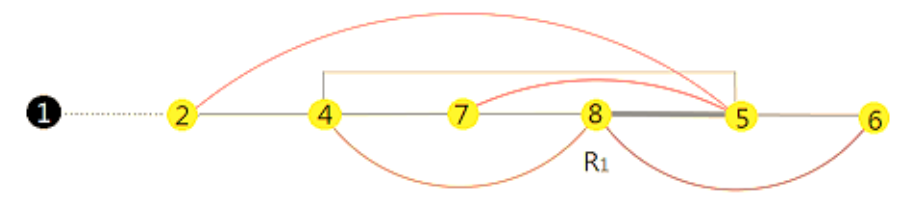
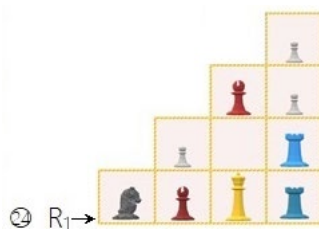
第 21 步



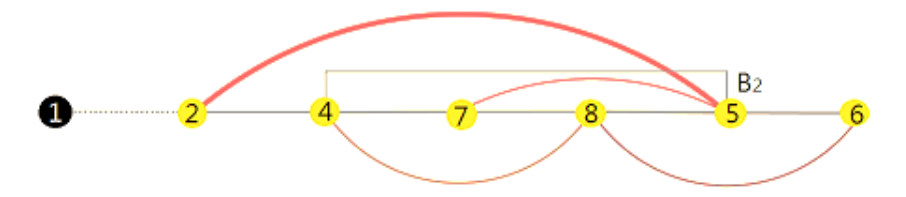
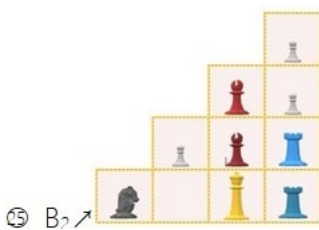
第 22 步



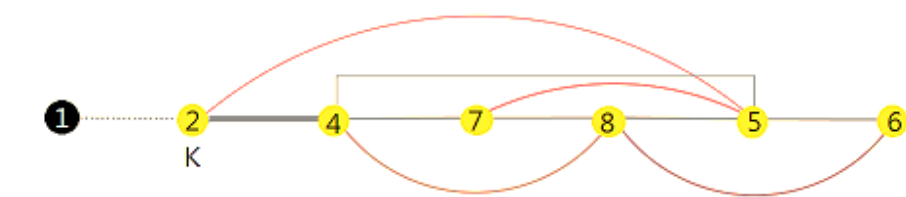
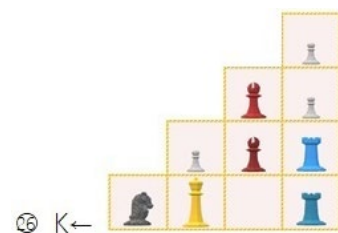
第 23 步



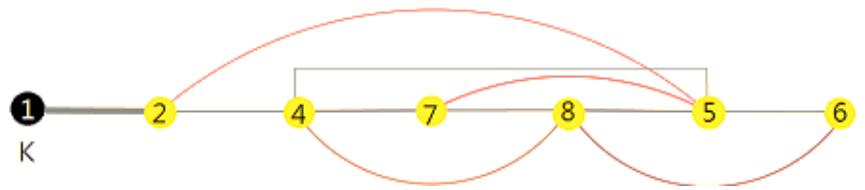
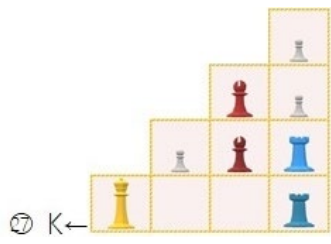
第 24 步



第 25 步

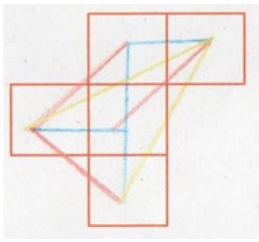


第 26 步

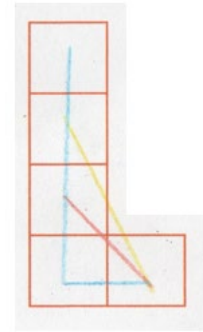


第 27 步

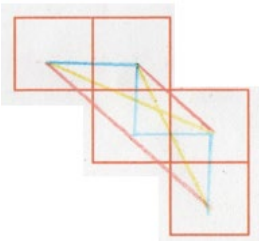
伍、研究結果與討論



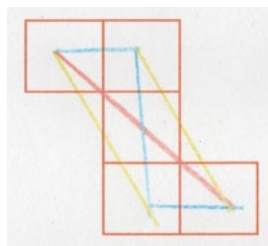
F/f 型



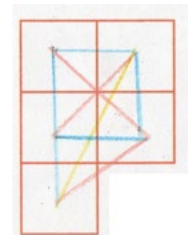
L 型



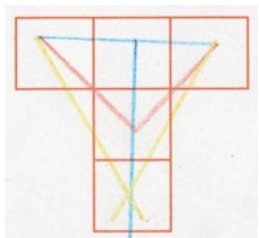
M 型



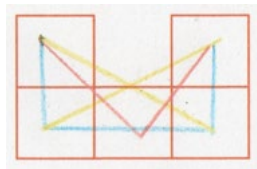
N 型



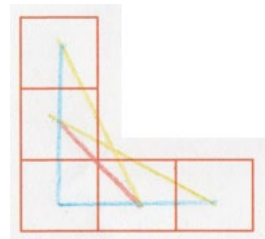
P 型



T 型



U 型



V 型

