

# iya manu kumuda !

## 壹、摘要

將解答與策略一般化到新的情境，「解題」從有意義地使用數學中獲得信心；「溝通」啟發反思及闡明數學想法與情境；「推理與證明」創造並評估數學臆測與數學推論；「連結」連結概念與程序性知識。「Piliuq a sumu ita Kenelang aken tasu inalap」選一張吧！我知道你選的內容是什麼？

設計並產出較具多樣化且由學生彩繪排灣族代表性內容，不落痕跡地感應到任何一張與排灣族文化，藉此引動學生好奇心，激發其學習動機，也讓學生們能靈活掌握「等差數列」的特性與建立排灣族文化知識。由淺入深學習研究，藉由教具設計「問題鏈」，逐步拾級而上，獲得成功的體驗和成就的滿足，「iya manu kumuda！」（原來就是這樣）隨手可得桌上遊戲工具。也可藉此玩大老二、撿紅點、心臟病等，進階些可拿來當破冰遊戲，亦可延伸到數學排列組合、配對、機率、魔術等研究，主要提升學生學習慾望與動機，今日就教具遊戲研究，怎樣排列方式可以第一時間不論抽哪張牌方知拿走排灣族文化與數字。

## 貳、研究動機

本研究主題訂為「iya manu kumuda！」原因：主要是所任教的對象為國小的學生，藉由課程啟發科學知識，課堂中總是看著學生學習說著族語、唱古謠、學習排灣文化並彩繪，希望藉由 iya manu kumuda! 跨領域學習，製作 52 張牌卡，取用排灣族代表性顏色「黃、綠、紅、黑」等四色，再將學生彩繪陶壺與百步蛇、手紋等當作圖卡四種花色或市面上通用撲克牌，用遊戲的方式學習因數、倍數、延伸到等差數列研究變化，希望學生藉由本單元的學習後，進而能深刻體會彼此尊重及珍惜自己，而能將這份美德與優良傳統文化的核心素養傳承下來。

## 參、研究目的

### 一、傳統撲克牌運用

1、手中撲克牌挑中一種完整花色，例如黑桃 A、2、3………、Q、K，並將正面朝上，按順序由小到大，再反面扣牌，若隨便抽出一張，怎樣方式可知他抽走哪張。

2、手中撲克牌由上至下按紅心、黑桃、方塊、梅花排序，再依 A、4、7、10、K、3、6、9、Q、2、5、8、J………等排序，這就是等差為 3 的等差數列，就您所知還能怎樣排列。

3、一副撲克牌依紅心、梅花、方塊、黑桃等就以下規律，研究共可排列出幾種。

公差														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														
紅心、黃														
梅花、綠														
方塊、紅														
黑桃、黑														

紅心、黃													
梅花、綠													
方塊、紅													
黑桃、黑													

4、依上述論述，撲克牌四種花色排列順序改變，是否也會構成有 13 種不同等差排列。

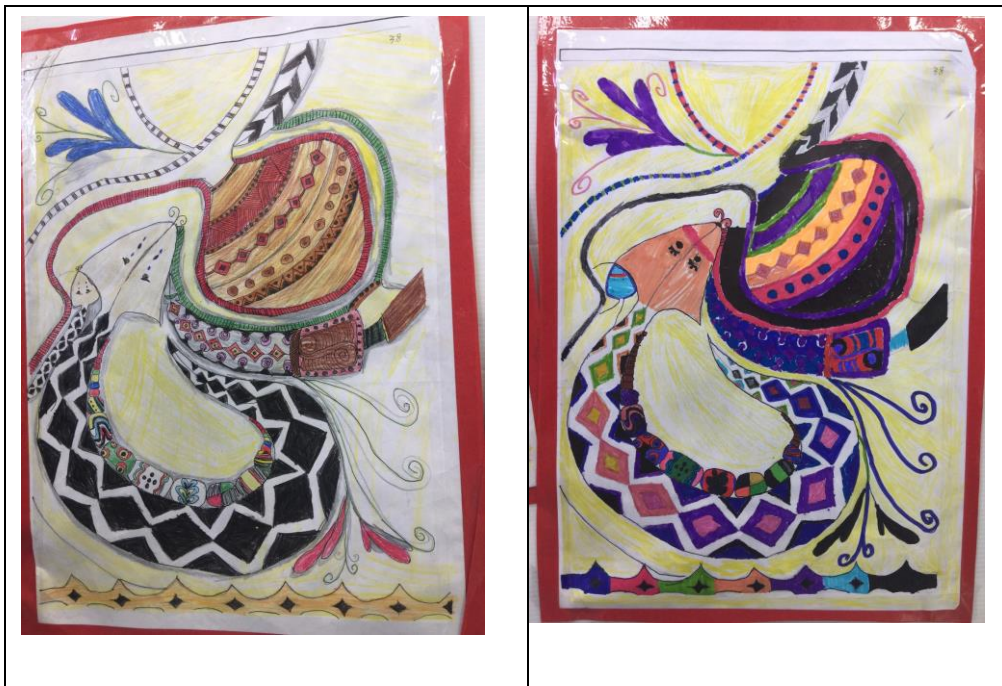
紅心	梅花	方塊	黑桃	黑桃	紅心	梅花	方塊
方塊	黑桃	紅心	梅花	梅花	方塊	黑桃	紅心

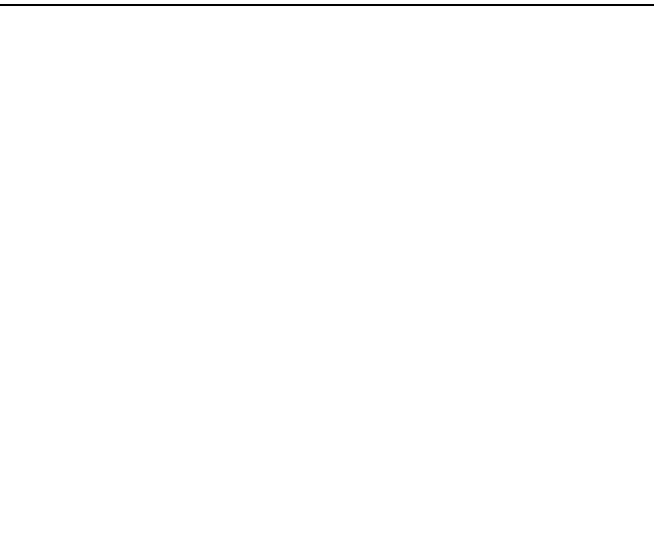
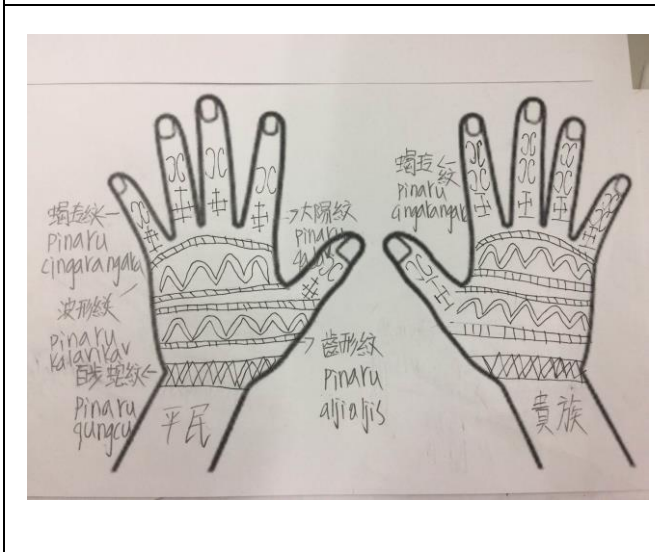
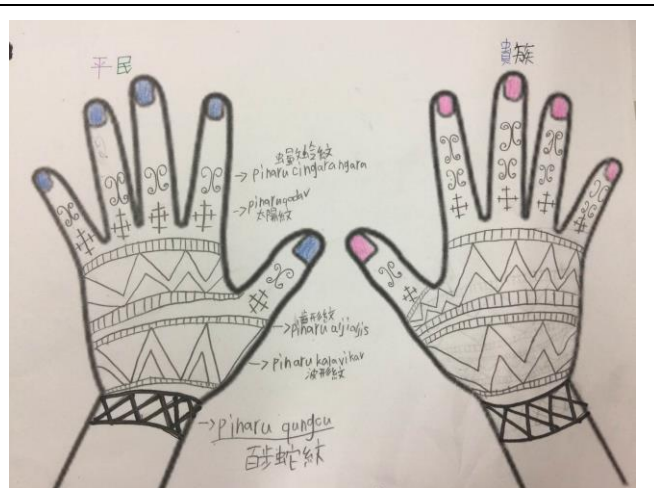
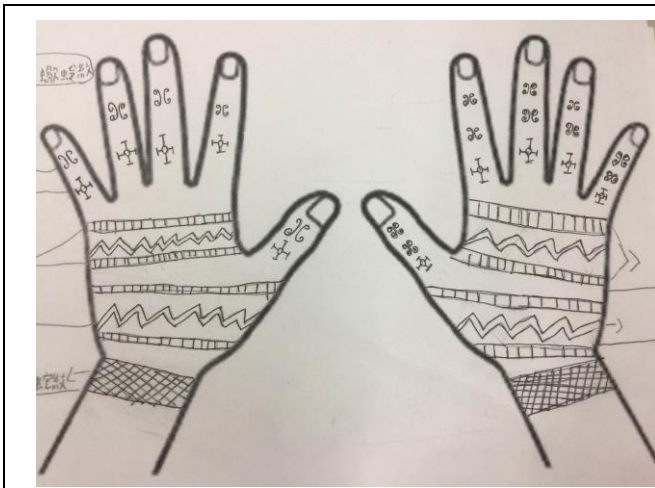
5、排灣族撲克牌運用

原黑桃轉換成→百步蛇，例如：黑桃 A→kamavanan(百步蛇) a
原梅花轉換成→山豬，例如：梅花 A→vavuy(山豬) a
原紅心轉換成→螞蟻，例如：紅心 A→sasi' (螞蟻) a
原方塊轉換成→雄鷹，例如：方塊 A→' adris(雄鷹) a

#### 肆、研究設備及器材

##### 一、排灣族文化繪畫照片





二、創作排灣族撲克牌



# 伍、研究過程或方法、結果

## 一、產生結果

### (1)橫軸探討

公差			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
紅心、黃	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
梅花、綠	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
方塊、紅	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
黑桃、黑	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
紅心、黃	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
梅花、綠	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
方塊、紅	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
黑桃、黑	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
紅心、黃	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
梅花、綠	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
方塊、紅	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
黑桃、黑	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
紅心、黃	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
梅花、綠	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
方塊、紅	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
黑桃、黑	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
紅心、黃	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
梅花、綠	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
方塊、紅	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
黑桃、黑	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
紅心、黃	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
梅花、綠	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
方塊、紅	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
黑桃、黑	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
紅心、黃	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
梅花、綠	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
方塊、紅	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
黑桃、黑	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
紅心、黃	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
梅花、綠	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
方塊、紅	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
黑桃、黑	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
紅心、黃	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
梅花、綠	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
方塊、紅	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
黑桃、黑	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
紅心、黃	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4

梅花、綠	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
方塊、紅	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
黑桃、黑	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
紅心、黃	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
梅花、綠	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
方塊、紅	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
黑桃、黑	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
紅心、黃	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
梅花、綠	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
方塊、紅	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
黑桃、黑	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
紅心、黃	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
梅花、綠	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
方塊、紅	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
黑桃、黑	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

由上述發現，撲克牌排列「等差」的變化，數字1-13中位數為「7」，也是從這中位數起，數字由小到大，1-13大數減小數的等差出現變化。且公差數字越大，有限制數列中，產生數列變化相對有所限制。

(2)橫軸公差變化表

公差	1-13 變化(數字不重複)	備註
1	1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13	0 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(1)-銜接(0 個)=1
2	1、3、5、7、9、11、13、2、4、6、8、10、12 (-11)	1 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(2)-銜接(1 個)=1
3	1、4、7、10、13、3、6、9、12、2、5、8、11 (-10) (-10)	2 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(3)-銜接(2 個)=1
4	1、5、9、13、4、8、12、3、7、11、2、6、10 (-9) (-9) (-9)	3 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(4)-銜接(3 個)=1
5	1、6、11、3、8、13、5、10、2、7、12、4、9 (-8) (-8) (-8) (-8)	4 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(5)-銜接(4 個)=1

6	1、7、13、6、12、5、11、4、10、3、9、2、8 (-7) (-7) (-7) (-7) (-7)	5 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(6)-銜接(5 個)=1
7	1、8、2、9、3、10、4、11、5、12、6、13、7 (-6) (-6) (-6) (-6) (-6) (-6)	在數列中，若後一樣與前一項的差為定值 d，則稱為等差數列，其中 d 為公差。 發現若 a, x, b 三數成等差數列，則稱 x 為 a 與 b 的等差中項或算術平均數。 1-13 中位數為 7 6 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(7)-銜接(6 個)=1
8	1、9、4、12、7、2、10、5、13、8、3、11、6 (-5) (-5)(-5) (-5) (-5)(-5) (-5)	數字 6、7、8，無法構成公差 8 的數列。 7 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(8)-銜接(7 個)=1
9	1、10、6、2、11、7、3、12、8、4、13、9、5 (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4)	數字 5、6、7、8、9，無法構成公差 9 的數列。 8 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(9)-銜接(8 個)=1
10	1、11、8、5、2、12、9、6、3、13、10、7、4 (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3)	數字 4、5、6、7、8、9、10，無法構成公差 10 的數列。 9 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(10)-銜接(9 個)=1
11	1、12、10、8、6、4、2、13、11、9、7、5、3 (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)	數字 3、4、5、6、7、8、9、10、11，無法構成公差 11 的數列。 10 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(11)-銜接(10 個)=1
12	1、13、12、11、10、9、8、7、6、5、4、3、2 (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) (-1)(-1)(-1)	數字 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12，無法構成公差 12

		的數列。 11 個銜接點，發現銜接點與公差 關係 公差(12)-銜接(11個)=1
--	--	--

(3)縱軸探討

公差			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
紅心、黃	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
梅花、綠	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
方塊、紅	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
黑桃、黑	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
紅心、黃	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
梅花、綠	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
方塊、紅	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
黑桃、黑	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
紅心、黃	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
梅花、綠	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
方塊、紅	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
黑桃、黑	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
紅心、黃	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
梅花、綠	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
方塊、紅	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
黑桃、黑	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
紅心、黃	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
梅花、綠	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
方塊、紅	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
黑桃、黑	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
紅心、黃	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
梅花、綠	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
方塊、紅	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
黑桃、黑	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
紅心、黃	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
梅花、綠	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
方塊、紅	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
黑桃、黑	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
紅心、黃	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
梅花、綠	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
方塊、紅	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
黑桃、黑	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
紅心、黃	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
梅花、綠	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
方塊、紅	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
黑桃、黑	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
紅心、黃	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4



梅花、綠	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
方塊、紅	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
黑桃、黑	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
紅心、黃	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
梅花、綠	2	1	3	5	7	9	11	13	2	4	6	8	10	12
方塊、紅	3	1	4	7	10	13	3	6	9	12	2	5	8	11
黑桃、黑	4	1	5	9	13	4	8	12	3	7	11	2	6	10
紅心、黃	5	1	6	11	3	8	13	5	10	2	7	12	4	9
梅花、綠	6	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8
方塊、紅	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
黑桃、黑	8	1	9	4	12	7	2	10	5	13	8	3	11	6
紅心、黃	9	1	10	6	2	11	7	3	12	8	4	13	9	5
梅花、綠	10	1	11	8	5	2	12	9	6	3	13	10	7	4
方塊、紅	11	1	12	10	8	6	4	2	13	11	9	7	5	3
黑桃、黑	12	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

(4)縱軸公差變化表

公差	1-13 變化(數字不重複)	說明
1	1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13	0 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(1)-銜接(0 個)=1
2	1、3、5、7、9、11、13、2、4、6、8、10、12 (-11)	1 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(2)-銜接(1 個)=1
3	1、4、7、10、13、3、6、9、12、2、5、8、11 (-10) (-10)	2 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(3)-銜接(2 個)=1
4	1、5、9、13、4、8、12、3、7、11、2、6、10 (-9) (-9) (-9)	3 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(4)-銜接(3 個)=1
5	1、6、11、3、8、13、5、10、2、7、12、4、9 (-8) (-8) (-8) (-8)	4 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(5)-銜接(4 個)=1
6	1、7、13、6、12、5、11、4、10、3、9、2、8 (-7) (-7) (-7) (-7) (-7)	5 個銜接點，發現銜接點與公差關係 公差(6)-銜接(5 個)=1
7	1、8、2、9、3、10、4、11、5、12、6、13、7 (-6) (-6) (-6) (-6) (-6) (-6)	在數列中，若後一樣與前一項的差為定值 d，則稱為等差數列，其中 d 為公差。

		<p>發現若 a, x, b 三數成等差數列，則稱 x 為 a 與 b 的等差中項或算術平均數。</p> <p>1-13 中位數為 7</p> <p>6 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(7)-銜接(6 個)=1</p>
8	<p>1、9、4、12、7、2、10、5、13、8、3、11、6</p> <p>(-5) (-5)(-5) (-5) (-5)(-5) (-5)</p>	<p>數字 6、7、8，無法構成公差 8 的數列。</p> <p>7 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(8)-銜接(7 個)=1</p>
9	<p>1、10、6、2、11、7、3、12、8、4、13、9、5</p> <p>(-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4) (-4)(-4)</p>	<p>數字 5、6、7、8、9，無法構成公差 9 的數列。</p> <p>8 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(9)-銜接(8 個)=1</p>
10	<p>1、11、8、5、2、12、9、6、3、13、10、7、4</p> <p>(-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3) (-3)(-3)(-3)</p>	<p>數字 4、5、6、7、8、9、10，無法構成公差 10 的數列。</p> <p>9 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(10)-銜接(9 個)=1</p>
11	<p>1、12、10、8、6、4、2、13、11、9、7、5、3</p> <p>(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)</p>	<p>數字 3、4、5、6、7、8、9、10、11，無法構成公差 11 的數列。</p> <p>10 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(11)-銜接(10 個)=1</p>
12	<p>1、13、12、11、10、9、8、7、6、5、4、3、2</p> <p>(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) (-1)(-1)(-1)</p>	<p>數字 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12，無法構成公差 12 的數列。</p> <p>11 個銜接點，發現銜接點與公差關係</p> <p>公差(12)-銜接(11 個)=1</p>

發現不論橫軸探討與縱軸探討，其結果是一樣的。原來這樣學習方式好比幾何中 n 平方。

## 陸、討論

### 1、「正公差」與「負公差」的判斷

操作過程中都是小到大排列組合，自然的都是正公差，然而大致小排列，會有負公差。

例如：公差為-1的牌，誤以為是公差1。

### 2、兩種花色銜接處要如何注意到細節。同時多樣化嘗試不同公差的新排法。

例如：公差-3和公差5的排列。讓參與同學作檢視和批判，以培養融會貫通後可以再行創造的能力。

### 3、嘗試用排灣族特有動物取代花色，再用排灣語方式進行，藉此語言生活化、文化生活化、學習生活化，創造12年國教核心素養。

### 4、創造排灣族自己的撲克牌，編排方式和通用撲克牌略不同，主要讓學生藉由羅馬拼音更活絡北排灣語，解此提升學生反應能力。

## 柒、結論

經過這次的上設練習我們了解到等差數列變化，結合撲克牌部分，讓課程更活絡，讓排灣文化更科學、更活用，每個花色都是有一定模式的排列。當我們遇到很多組合的時候，可以先以小到大或大到小，如此規律性的計算過程，提升我們數學的基本能力，原來數學可以結合我們的母語。另外我們發現經由反向思考可以增加我們看事情的角度，有些從一定方向無法解決的難題，如果能從反方向去著手，難題馬上可以迎刃而解。最後，我們知道了數學是很有趣的學問。