

屏東縣第63屆中小學科學展覽會

作品說明書

科別：數學科

組別：國中組

作品名稱：會不會很”利“害

關鍵詞：內外標、底標、得標最低利率

編號：B1014

摘要

標會是一種傳統取得資金的方式之一，本文透過標會的運作原理，探討內標與外標的利率的差別，以及底標，標金，會費，期數等因素對得標最低利率的影響。雖然標會的每期標金是浮動的，卻常見標會規章為了確保會員的基本利潤而設定底標，故本文將以底標做為得標最低利率的計算標準。

透過列表觀察，發現得標最低利率與浮動利率之絕對值，內標皆高於外標，且皆呈現左、右對稱，而利息成等差數列的情形。此外，發現底標(標金)與會費兩者對利率的影響較大。在觀察不同期數的尾會的最低利率，會隨者期數的增加，而逐漸趨近於定值；顯示期數的因子，不若期數對房貸利率影響之深，反而對標會利率的影響較低。同時經由模擬逐步增加浮動標金的模式，期望相關研究成果，對急需要資金、追求穩定收益或轉投資者，能提供其標會的參考時機。

壹、前言

一、研究動機

隨者高物價的來臨，如何取得一桶金進行投資理財，以對抗通膨所帶來的貨幣貶值，已是近期熱門民生議題。近年投資的管道相當多元，標會亦是一種傳統取得資金的方式之一，因此我們想要瞭解：標會相關利率的研究，以做為資金投報的評估參考。

二、文獻探討

(一) 標會的計算標準：

楊明娟等人(1977)等人在標會計算利潤中的探討中，以銀行的利率（放款及存款）及二分五厘（約二倍於銀行利率作估算此會利率）為計算標準，認為會首的利潤最高、最初得標(如：2、3、4)的負擔利息大於定存利息，如欲儲蓄，過2/3以後(利息已漸低)，得標再存入銀行。然而時過境遷，目前國內銀行的定存利率較低，以文獻中的假設來探究已顯不合時宜，因此我們決定先以底標做為各期的標金的最低計算標準，進而探討不同因素對標會各期之最低利率(或投報利率)的影響。

(二) 標會的利率因素：

鄧家駿(無年分)在買房裡的數一文中，提及房貸利率有單利與複利的區別，同時發現本金的增加，的確會影響利息，但借錢期數的加倍，造成的影響更大。而標會亦有內標及外標的區別，因此本文想探討，內標與外標在得標最低利率或浮動利率的差別，以及底標(標金)，會費，會數等對標會各期得標最低利率的影響。

三、研究目的

- (一) 探討內(外)標在各期得標的利率(或投報利率)的差異
- (二) 探討底標(標金)，會費，會數等對標會各期得標最低利率的影響
- (三) 模擬標金逐步增加下最低利率的觀察

貳、研究設備及器材

EXCEL(軟體)、電腦、紙、筆

參、研究過程與方法

- (一) 探討內(外)標在各期得標的最低利率(或投報利率)的差異

對想要賺取或減輕利息的會員，內、外標哪一種利息會比較划算？分別探討如下：

- 1. 內、外標的每月(期)繳款規則

內(下)標~死會固定繳交**會費**，活會繳交：**會費 - 各期標金 (至少為底標)**

外(上)標~活會繳交**會費**，死會固定繳交：**會費 + 自己得標的標金 (至少為底標)**

- 2. 內、外標得標的利率公式

$$\text{借款利率(負數)} = \frac{\text{負擔利息}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{收的會錢} - \text{付的會錢}}{\text{收的會錢}} \times 100\%$$

$$\text{放款利率(正數)} = \frac{\text{淨賺利息}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{收的會錢} - \text{付的會錢}}{\text{付的會錢}} \times 100\%$$

- 3. 觀察內外標的差異：

(1)我們先以會費1萬、底標500元及會數30期(偶數)及29期(偶數)為例，各期標金皆先以底標500元為計算標準的條件下，分別列出內、外標表格：

30會的外標表格：

外標 (30會，每會1萬元，底標 500元)：每期先以最低的底標 500元，外標 計算各期得標金額的最小值																														
得標 收款	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
29		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.05	1	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.1	1	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.15	1	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.2	1	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.25	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.3	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.35	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.4	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.45	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.5	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.55	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.6	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.65	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.7	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.75	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.8	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.85	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.9	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.95	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1
30.05	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1
30.1	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1
30.15	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1
30.2	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1
30.25	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1
30.3	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1
30.35	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1
30.4	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	
付款(萬元)	29.00	30.40	30.35	30.30	30.25	30.20	30.15	30.10	30.05	30.00	29.95	29.90	29.85	29.80	29.75	29.70	29.65	29.60	29.55	29.50	29.45	29.40	29.35	29.30	29.25	29.20	29.15	29.10	29.05	29.00
利息(萬元)	0.00	-1.40	-1.30	-1.20	-1.10	-1.00	-0.90	-0.80	-0.70	-0.60	-0.50	-0.40	-0.30	-0.20	-0.10	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40
利率 (%)	0.00	-4.83	-4.48	-4.12	-3.77	-3.42	-3.08	-2.73	-2.39	-2.04	-1.70	-1.36	-1.02	-0.68	-0.34	0.00	0.34	0.68	1.02	1.36	1.70	2.04	2.39	2.73	3.08	3.42	3.77	4.12	4.48	4.83

備註：外標30期之得標最低利率絕對值：(1)中間第16期的為最低 (0%)，數對(X,Y)={ (第2期，第30期)、(第3期，29期) ... (第15期，第17期)}之 X,Y值皆相同。除第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期為負利率(賠)，17~30期為正利率(賺)。

30會的內標表格：

內標（30會，每會1萬元，底標500元）：每期先以最低的底標500元，內標計算各期得標金額的最小值																														
得標 收款	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
29		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
27.6	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.65	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.7	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.75	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.8	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.85	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.9	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.95	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.05	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.55	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.65	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
28.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	
28.8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	
28.85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	
28.9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.95	
28.95	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.95	
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
付款(萬元)	29.00	29.00	28.95	28.90	28.85	28.80	28.75	28.70	28.65	28.60	28.55	28.50	28.45	28.40	28.35	28.30	28.25	28.20	28.15	28.10	28.05	28.00	27.95	27.90	27.85	27.80	27.75	27.70	27.65	27.60
利息(萬元)	0.00	-1.40	-1.30	-1.20	-1.10	-1.00	-0.90	-0.80	-0.70	-0.60	-0.50	-0.40	-0.30	-0.20	-0.10	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40
利率 (%)	0.00	-5.07	-4.70	-4.33	-3.96	-3.60	-3.23	-2.87	-2.50	-2.14	-1.78	-1.42	-1.07	-0.71	-0.35	0.00	0.35	0.71	1.07	1.42	1.78	2.14	2.50	2.87	3.23	3.60	3.96	4.33	4.70	5.07

備註：內標30期之得標最低利率絕對值：(1)中間第16期的為最低(0%)，數對(X,Y)={ (第2期，第30期)、(第2期，29期) ... (第15期，第17期) }之X,Y值皆相同。除第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期為負利率(賠)，17~30期為正利率(賺)。

29會的外標表格：

外標 (29 會，每會 1 萬元，底標 500 元) : 每期先以最低的底標 500 元，外標計算各期得標金額的最小值。																													
得標 收款	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	28		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.05	1	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.1	1	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.15	1	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.2	1	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.25	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.3	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.35	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.4	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.45	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.5	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.55	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.6	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.65	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.7	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.75	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.8	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.85	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.9	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1	1
28.95	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1	1
29.05	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1	1
29.1	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1	1
29.15	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1	1
29.2	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1	1
29.25	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1	1
29.3	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05		1
29.35	1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	
付款(萬元)	28.00	29.35	29.30	29.25	29.20	29.15	29.10	29.05	29.00	28.95	28.90	28.85	28.80	28.75	28.70	28.65	28.60	28.55	28.50	28.45	28.40	28.35	28.30	28.25	28.20	28.15	28.10	28.05	28.00
利息(萬元)	0.00	-1.35	-1.25	-1.15	-1.05	-0.95	-0.85	-0.75	-0.65	-0.55	-0.45	-0.35	-0.25	-0.15	-0.05	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.05	1.15	1.25	1.35
總利率(%)	0.00	-4.82	-4.46	-4.09	-3.73	-3.37	-3.01	-2.65	-2.29	-1.94	-1.58	-1.23	-0.88	-0.52	-0.17	0.17	0.52	0.88	1.23	1.58	1.94	2.29	2.65	3.01	3.37	3.73	4.09	4.46	4.82

備註：外標29期之得標最低利率絕對值：(1)中間第15、16期的為最低(0.17%)，數對(X, Y)={(第2期，第29期)、(第3期，28期) ... (第15期，第16期)}之 X,Y值皆相同。除第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期負利率(賠)，16~29期正利率(賺)。

29會的內標表格：

內標（29會，每會1萬元，底標500元）：每期先以最低的底標500元，內標計算各期得標金額的最小值																														
收款	得標	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
28		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
26.65	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.7	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.75	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.8	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.85	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.9	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
26.95	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.05	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.55	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.65	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	
27.8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	0.95	
27.85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	0.95	
27.9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	0.95	
27.95	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0.95	
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
付款(萬)	28.00	28.00	27.95	27.90	27.85	27.80	27.75	27.70	27.65	27.60	27.55	27.50	27.45	27.40	27.35	27.30	27.25	27.20	27.15	27.10	27.05	27.00	26.95	26.90	26.85	26.80	26.75	26.70	26.65	
利息(萬元)	0.00	-1.35	-1.25	-1.15	-1.05	-0.95	-0.85	-0.75	-0.65	-0.55	-0.45	-0.35	-0.25	-0.15	-0.05	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.05	1.15	1.25	1.35	
利率(%)	0.00	-5.07	-4.68	-4.30	-3.92	-3.54	-3.16	-2.78	-2.41	-2.03	-1.66	-1.29	-0.92	-0.55	-0.18	0.18	0.55	0.92	1.29	1.66	2.03	2.41	2.78	3.16	3.54	3.92	4.30	4.68	5.07	

備註：內標29期之得標最低利率絕對值：(1)中間第15、16期的為最低(0.17%)，數對(X, Y)={(第2期，第29期)、(第3期，28期)...(第15期，第16期)}之X,Y值皆相同。除第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期負利率(賠)，16~29期正利率(賺)。

從上述中，我們初步發現，無論是奇數(或偶數)期數：

- (a) 各期的最低利率的絕對值，內標都比外標高。
- (b) 扣除第一期後，各期最低利率的絕對值，內、外標皆呈現以中間期數利率為最低的對稱中心，而利息絕對值呈現各往兩側逐步遞增的等差數列。

(2) 以30期(1萬元會費)，底標500元為例，將表格重新列歸納如下：

外標(以30會·底標500元為例)					
期數	收款(萬元)	付款(萬元)	利息(萬元)	利率(%)	備註
1	29	29	0	0	
2	29	30.4	-1.4	-4.83	$1.4 \div 29 \times 100\% = 4.83\%$
3	29.05	30.35	-1.3	-4.48	$1.3 \div 29.05 \times 100\% = 4.48\%$
4	29.1	30.3	-1.2	-4.12	$1.2 \div 29.1 \times 100\% = 4.12\%$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
15	29.65	29.75	-0.1	-0.34	
16	29.7	29.7	0	0	
17	29.75	29.65	0.1	0.34	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
28	30.3	29.1	1.2	4.12	$-1.2 \div 29.1 \times 100\% = -4.12\%$
29	30.35	29.05	1.3	4.48	$-1.3 \div 29.05 \times 100\% = -4.48\%$
30	30.4	29	1.4	4.83	$-1.4 \div 29 \times 100\% = -4.83\%$

內標(以30會·底標500元為例)					
期數	收款(萬元)	付款(萬元)	利息(萬元)	利率(%)	備註
1	29	29	0	0	
2	27.6	29	-1.4	-5.07	$-1.4 \div 27.6 \times 100\% = -5.07\%$
3	27.65	28.95	-1.3	-4.7	$-1.3 \div 27.65 \times 100\% = -4.7\%$
4	27.7	28.9	-1.2	-4.33	$-1.2 \div 27.7 \times 100\% = -4.33\%$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
15	28.25	28.35	-0.1	-0.35	$-0.1 \div 28.35 \times 100\% = -0.35\%$
16	28.3	28.3	0	0	$0 \div 28.3 \times 100\% = 0\%$
17	28.35	28.25	0.1	0.35	$0.1 \div 28.35 \times 100\% = 0.35\%$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
28	28.9	27.7	1.2	4.33	$1.2 \div 27.7 \times 100\% = 4.33\%$
29	28.95	27.65	1.3	4.7	$1.3 \div 27.65 \times 100\% = 4.7\%$
30	29	27.6	1.4	5.07	$1.4 \div 27.6 \times 100\% = 5.07\%$

從上面重新歸納表格的對照中，很明顯可看出內、外標在同期的利息都相同，唯獨在收款或付款的金額上內標較外標小，因此內標的最低利率絕對值反而較外標大；即利率分子(利息)相同，分母(收款或付款金額)愈小，分數(利率)的絕對值愈大。

(3) 將上述表格重新推導公式如下：

外標收款之通式推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	收款 (萬元)	分解	通式
1	29	29×1	$(N - 1) \times M$
2	29	$(30 - 2 + 1) \times 1 + 0 \times 1.05$	$(N - 2 + 1) \times M + (2 - 2) \times (M + A)$
3	29.05	$(30 - 3 + 1) \times 1 + 1 \times 1.05$	$(N - 3 + 1) \times M + (3 - 2) \times (M + A)$

4	29.1	$(30 - 4 + 1) \times 1 + 2 \times 1.05$	$(N - 4 + 1) \times M + (4 - 2) \times (M + A)$
5	29.15	$(30 - 5 + 1) \times 1 + 3 \times 1.05$	$(N - 5 + 1) \times M + (5 - 2) \times (M + A)$
⋮	⋮	⋮	⋮
i			$(N - i + 1) \times M + (i - 2) \times (M + A)$ $= (N - 1) \times M + (i - 2) \times A$
⋮	⋮	⋮	⋮

外標付款之通式推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	付款 (萬元)	分解	通式
1	29	29×1	$(N - 1) \times M$
2	30.4	$(2 - 1) \times 1 + (30 - 2) \times 1.05$	$(2 - 1) \times M + (N - 2) \times (M + A)$
3	30.35	$(3 - 1) \times 1 + (30 - 3) \times 1.05$	$(3 - 1) \times M + (N - 3) \times (M + A)$
4	30.3	$(4 - 1) \times 1 + (30 - 4) \times 1.05$	$(4 - 1) \times M + (N - 4) \times (M + A)$
5	30.25	$(5 - 1) \times 1 + (30 - 5) \times 1.05$	$(5 - 1) \times M + (N - 5) \times (M + A)$
⋮	⋮	⋮	⋮
i			$(i - 1) \times M + (N - i) \times (M + A)$ $= (N - 1) \times M + (N - i) \times A$
⋮	⋮	⋮	⋮

$$\begin{aligned} \text{由上表：外標第 } i \text{ 期標會利息} &= [(N-i+1) \times M + (i-2) \times (M+A)] - [(i-1) \times M + (N-i) \times (M+A)] \\ &= (2i-2-N) \times A \end{aligned}$$

$$\therefore \text{外標第 } i \text{ 期負利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M + (i-2) \times A} \times 100\% \dots\dots(1)$$

$$\left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N}{2} \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N+1}{2} \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle$$

$$\therefore \text{外標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\% \dots\dots(2)$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle$$

內標收款之通式推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	收款 (萬元)	分解	通式
1	29	29×1	$(N - 1) \times M$
2	27.6	$(2 - 1) \times 1 + (30 - 2) \times 0.95$	$(2 - 1) \times M + (N - 2) \times (M - A)$
3	27.65	$(3 - 1) \times 1 + (30 - 3) \times 0.95$	$(3 - 1) \times M + (N - 3) \times (M - A)$

4	27.7	$(4-1) \times 1 + (30-4 \times 0.95)$	$(4-1) \times M + (N-4) \times (M-A)$
5	27.75	$(5-1) \times 1 + (30-5 \times 0.95)$	$(5-1) \times M + (N-5) \times (M-A)$
⋮	⋮	⋮	⋮
i			$(i-1) \times M + (N-i) \times (M-A)$ $= (N-i) \times M - (N-i) \times A$
⋮	⋮	⋮	⋮

內標付款之通式推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	付款 (萬元)	分解	通式
1	29	29×1	$(N-1) \times M$
2	29	$(30-2+1) \times 1 + 0 \times 0.95$	$(N-2+1) \times M + (2-2) \times (M-A)$
3	28.95	$(30-3+1) \times 1 + 1 \times 0.95$	$(N-3+1) \times M + (3-2) \times (M-A)$
4	28.9	$(30-4+1) \times 1 + 2 \times 0.95$	$(N-4+1) \times M + (4-2) \times (M-A)$
5	28.85	$(30-5+1) \times 1 + 3 \times 0.95$	$(N-5+1) \times M + (5-2) \times (M-A)$
⋮	⋮	⋮	⋮
i			$(N-i+1) \times M + (i-2) \times (M-A)$ $= (N-1) \times M - (i-2) \times A$
⋮	⋮	⋮	⋮

$$\begin{aligned} \text{由上表：內標第 } i \text{ 期利息} &= [(i-1) \times M + (N-i) \times (M-A)] - [(N-i+1) \times M + (i-2) \times (M-A)] \\ &= (2i-2-N) \times A \end{aligned}$$

$$\therefore \text{內標第 } i \text{ 期負利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-i) \times M - (N-i) \times A} \times 100\% \dots\dots(3)$$

$$\left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N}{2} \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N+1}{2} \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle$$

$$\therefore \text{內標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% \dots\dots(4)$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle$$

$$\text{由(1)(3)：} \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M - (N-i) \times A} \times 100\% > \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (i-2) \times A} \times 100\% \text{ [負利率絕對值：內>外]}$$

$$\left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N}{2} \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = 2, 3, \dots, \frac{N+1}{2} \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle$$

$$\text{由(2)(4): } \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% > \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\% \quad \text{〔正利率絕對值: 內>外〕}$$

$$\left(i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right) \text{ 或 } \left(i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right)$$

故 | 內標第 i 期標會的正(負)最低利率 | > | 外標第 i 期標會正(負)最低利率 |

由此可知，若以底標為計算標準所得之最低利率，其絕對值在各期都是內標大於外標。另外，發現內標與外標同期的利息均相同，當標金以底標為計算標準時，利息也呈現等差數列的型態，其推導如下：

$$\text{由上述知道：第 } k \text{ 期標會利息 } r_k = (2k - 2 - N) \times A$$

$$\text{則 } r_{k+1} - r_k = [(2(k+1) - 2 - N) \times A] - [(2k - 2 - N) \times A] = 2 \times A$$

$$r_k - r_{k-1} = [(2k - 2 - N) \times A] - [(2(k-1) - 2 - N) \times A] = 2 \times A$$

$$\therefore r_{k+1} - r_k = r_k - r_{k-1}, \text{ 故各期利息呈現等差數列。}$$

上述為以底標為計算標準之結果。另外，假設： b_k = 第 k 期比底標額外增加的浮動標金，即第 k 期的標金 = A (底標) + b_k ，則上述表格得延伸如下：(紅色:增加部分)

外標收款之延伸推導〔 N = 期數(30期)； M = 會費(1萬元)； A = 底標(500元)〕

期數 (I)	收款 (萬元)	通式
1	29×1	$(N - 1) \times M$
2	$(30 - 2 + 1) \times 1$	$(N - 2 + 1) \times M + (2 - 2) \times (M + A)$
3	$(30 - 3 + 1) \times 1 + 1 \times (1 + 0.05) + b_2$	$(N - 3 + 1) \times M + (3 - 2) \times (M + A) + b_2$
4	$(30 - 4 + 1) \times 1 + 2 \times (1 + 0.05) + b_2 + b_3$	$(N - 4 + 1) \times M + (4 - 2) \times (M + A) + b_2 + b_3$
5	$(30 - 5 + 1) \times 1 + 3 \times (1 + 0.05) + b_2 + b_3 + b_4$	$(N - 5 + 1) \times M + (5 - 2) \times (M + A) + b_2 + b_3 + b_4$
⋮	⋮	⋮
i		$(N - i + 1) \times M + (i - 2) \times (M + A) + \sum_{k=2}^{i-1} b_k$ $= (N - 1) \times M + (i - 2) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k$
⋮	⋮	⋮

外標付款之延伸推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	付款 (萬元)	通式
1	29×1	$(N-1) \times M$
2	$1 \times 1 + (30-2) \times (1+0.05) + (30-2) \times b_2$	$(2-1) \times M + (30-2) \times (M+A) + (30-2) \times b_2$
3	$2 \times 1 + (30-3) \times (1+0.05) + (30-3) \times b_3$	$(3-1) \times M + (30-3) \times (M+A) + (30-3) \times b_3$
4	$3 \times 1 + (30-4) \times (1+0.05) + (30-4) \times b_4$	$(4-1) \times M + (30-4) \times (M+A) + (30-4) \times b_4$
5	$4 \times 1 + (30-5) \times (1+0.05) + (30-5) \times b_5$	$(5-1) \times M + (30-5) \times (M+A) + (30-5) \times b_5$
⋮	⋮	⋮
i		$(i-1) \times M + (N-i) \times (M+A) + (N-i) \times b_i$ $= (N-1) \times M + (N-i) \times A + (N-i) \times b_i$
⋮	⋮	⋮

則上述公式得延伸如下：(紅色:增加部分)

外標第 i 期標會利息 = 第 i 期收的會錢 - 往後需付的會錢

$$= \{ (N-i+1) \times M + (i-2) \times (M+A) + \sum_{k=2}^{i-1} b_k \} - \{ (i-1) \times M + (N-i) \times (M+A+b_i) \}$$

$$= (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i$$

$$\therefore \text{外標第 } i \text{ 期負利率} = \frac{(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i}{(N-1) \times M + (i-2) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\% \cdots (5) \text{ [當分子為負]}$$

$$\therefore \text{外標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i}{(N-1) \times M + (N-i) \times A + (N-i) \times b_i} \times 100\% \cdots (6) \text{ [當分子為正]}$$

內標收款之延伸推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	收款 (萬元)	通式
1	29×1	$(N - 1) \times M$
2	$1 \times 1 + (30 - 2) \times (1 - 0.05) - (30 - 2) \times b_2$	$(2 - 1) \times M + (30 - 2) \times (M - A) - (30 - 2) \times b_2$
3	$2 \times 1 + (30 - 3) \times (1 - 0.05) - (30 - 3) \times b_3$	$(3 - 1) \times M + (30 - 3) \times (M - A) - (30 - 3) \times b_3$
4	$3 \times 1 + (30 - 4) \times (1 - 0.05) - (30 - 4) \times b_4$	$(4 - 1) \times M + (30 - 4) \times (M - A) - (30 - 4) \times b_4$
5	$4 \times 1 + (30 - 5) \times (1 - 0.05) - (30 - 5) \times b_5$	$(5 - 1) \times M + (30 - 5) \times (M - A) - (30 - 5) \times b_5$
⋮	⋮	⋮
i		$(i - 1) \times M + (N - i) \times (M - A) - (N - i) \times b_i$ $= (N - 1) \times M - (N - i) \times A - (N - i) \times b_i$
⋮	⋮	⋮

內標付款之延伸推導〔N = 期數(30期)；M = 會費(1萬元)；A = 底標(500元)〕

期數 (I)	付款 (萬元)	通式
1	29×1	$(N - 1) \times M$
2	$(30 - 2 + 1) \times 1$	$(N - 2 + 1) \times M + (2 - 2) \times (M - A)$
3	$(30 - 3 + 1) \times 1 + 1 \times (1 - 0.05) - b_2$	$(N - 3 + 1) \times M + (3 - 2) \times (M - A) - b_2$
4	$(30 - 4 + 1) \times 1 + 2 \times (1 - 0.05) - b_2 - b_3$	$(N - 4 + 1) \times M + (4 - 2) \times (M - A) - b_2 - b_3$
5	$(30 - 5 + 1) \times 1 + 3 \times (1 - 0.05) - b_2 - b_3 - b_4$	$(N - 5 + 1) \times M + (5 - 2) \times (M - A) - b_2 - b_3 - b_4$
⋮	⋮	⋮
i		$(N - i + 1) \times M + (i - 2) \times (M - A) - \sum_{k=2}^{i-1} b_k$ $= (N - 1) \times M - (i - 2) \times A - \sum_{k=2}^{i-1} b_k$
⋮	⋮	⋮

由上表：內標第 i 期利息 = $[(i-1) \times M + (N-i) \times (M-A) - (N-i) \times b_i] - [(N-i+1) \times M + (i-2) \times (M-A) - \sum_{k=2}^{i-1} b_k]$

$$= (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i$$

$$\therefore \text{內標第 } i \text{ 期負利率} = \frac{(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i}{(N-1) \times M - (N-i) \times A - (N-i) \times b_i} \times 100\% \dots\dots(7) \text{ [當分子為負]}$$

$$\therefore \text{內標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i}{(N-1) \times M - (i-2) \times A - \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\% \dots\dots(8) \text{ [當分子為正]}$$

由(5)(7)知道：[當分子為負]

$$\frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M - (N-i) \times A - (N-i) \times b_i} \times 100\% > \frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M + (i-2) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\%$$

由(6)(8)知道：[當分子為正]

$$\frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M - (i-2) \times A - \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\% > \frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A + (N-i) \times b_i} \times 100\%$$

故 | 內標第 i 期標會的正(負)浮動利率 | > | 外標第 i 期標會的正(負)浮動利率 |

由以上可知，無論是以底標為計算標準的**最低利率絕對值**，或是延伸推廣之**各期浮動標金**為計算標準的浮動利率絕對值，內標均比外標高。換言之，對**前期想要減輕利息的投標者**，可選擇利率相對較低的**外標**互助會，可以節省更多的利息；而對**後期想要賺利息的投標者**，選擇利率相對較高**內標**互助會更佳，可賺更多的利息。

二、探討底標(標金)，會費，會數…等對標會各期得標最低利率的影響

對底標(標金)，會費，會數…等因素，哪一種對標會利率的影響比較大？分別探討如下：

(一) 固定期數，觀察**底標或會費**的影響：

1. 會費加倍與底標不變

我們以會數30期外標會為例，將1萬會費調為2萬(2倍)、底標不變仍為500元，各期以底標做為計算標準，表格如下：

30期的外標會表格 (2萬，500元)

外標 (30 會，每會 2 萬元，底標 500 元) : 每期先以最低的 底標 500 元，外標 計算各期得標金額的 最小值。																															
收款	得標	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
58		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58	2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.05	2	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.1	2	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.15	2	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.2	2	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.25	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.3	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.35	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.4	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.45	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.5	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.55	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.6	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.65	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.7	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.75	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.8	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.85	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.9	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.95	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	2	
59.05	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	2	
59.1	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	2	
59.15	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	2	
59.2	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	2	
59.25	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	2	
59.3	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	2	
59.35	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		2	
59.4	2	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05	2.05		
付款(萬元)	58.00	59.40	59.35	59.30	59.25	59.20	59.15	59.10	59.05	59.00	58.95	58.90	58.85	58.80	58.75	58.70	58.65	58.60	58.55	58.50	58.45	58.40	58.35	58.30	58.25	58.20	58.15	58.10	58.05	58.00	
利息(萬元)	0.00	-1.40	-1.30	-1.20	-1.10	-1.00	-0.90	-0.80	-0.70	-0.60	-0.50	-0.40	-0.30	-0.20	-0.10	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	
總利率(%)	0.00	-2.41	-2.24	-2.07	-1.89	-1.72	-1.55	-1.37	-1.20	-1.03	-0.86	-0.68	-0.51	-0.34	-0.17	0.00	0.17	0.34	0.51	0.68	0.86	1.03	1.20	1.37	1.55	1.72	1.89	2.07	2.24	2.41	

備註：比較本表(外標會費2萬元，底標500元，30期)與前述(外標會費1萬，底標500元，30期)的差別：(1) 與前述的一樣，除了第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期為負利率(賠)，17~30期為正利率(賺)。(2) **會費加倍，底標不變**，則各期**利息不變**，但**利率趨近減少一半**，顯示在相同的期數與底標下，**會費的加倍**對標會最低利率有關鍵性的影響。

2. 底標加倍與會費不變

我們以會數30期外標會為例，將1萬會費不變，底標由500元調為1000元(2倍)，各期以底標做為計算標準，表格如下：

30期的外標會表格(1萬，1000元)

外標 (30 會，每會 1 萬元，底標 1000 元) : 每期先以最低的底標 1000 元，外標計算各期得標金額的最小值。																															
收款	得標	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
29		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.1	1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.2	1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.3	1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.4	1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.5	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.6	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.7	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.8	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29.9	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.1	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.2	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.3	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.4	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.5	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.6	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.7	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.8	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30.9	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
31	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1	1
31.1	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1	1
31.2	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1	1
31.3	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1	1
31.4	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1	1
31.5	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1	1
31.6	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1	1
31.7	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1	1
31.8	1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1		1
付款(萬元)	29.00	31.80	31.70	31.60	31.50	31.40	31.30	31.20	31.10	31.00	30.90	30.80	30.70	30.60	30.50	30.40	30.30	30.20	30.10	30.00	29.90	29.80	29.70	29.60	29.50	29.40	29.30	29.20	29.10	29.00	
利息(萬元)	0.00	-2.80	-2.60	-2.40	-2.20	-2.00	-1.80	-1.60	-1.40	-1.20	-1.00	-0.80	-0.60	-0.40	-0.20	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.20	2.40	2.60	2.80	
總利率(%)	0.00	-9.66	-8.93	-8.22	-7.51	-6.80	-6.10	-5.41	-4.71	-4.03	-3.34	-2.67	-1.99	-1.32	-0.66	0.00	0.66	1.32	1.99	2.67	3.34	4.03	4.71	5.41	6.10	6.80	7.51	8.22	8.93	9.66	

備註：比較本表(外標會費1萬元，底標1000元，30期)與前述(外標會費1萬，底標500元，30期)的差別：(1) 與前述的一樣，除了第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期為負利率(賠)，17~30期為正利率(賺)。(2) 會費不變，底標加倍，則各期利息加倍且最低利率趨近加倍，顯示在相同的期數與會費下，底標的加倍對標會之最低利率有關鍵性的影響。

3. 底標加倍與會費加倍

我們以會數30期外標會為例，將1萬元調為2萬元(加倍)，底標由500元調為1000元(加倍)，各期以底標做為計算標準，表格如下：

30期的外標會表格(2萬，1000元)

外標 (30 會，每會 2 萬元，底標 1000 元) : 每期先以最低的底標 1000 元，外標 計算各期得標金額的 最小值。																														
得標 收款	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
58		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58	2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.1	2	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.2	2	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.3	2	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.4	2	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.5	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.6	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.7	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.8	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
58.9	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.1	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.2	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.3	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.4	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.5	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.6	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.7	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.8	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	
59.9	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	2	
60	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	2	
60.1	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	2	
60.2	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	2	
60.3	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	2	
60.4	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	2	
60.5	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	2	
60.6	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2	
60.7	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1		2
60.8	2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	
付款(萬元)	58.00	60.80	60.70	60.60	60.50	60.40	60.30	60.20	60.10	60.00	59.90	59.80	59.70	59.60	59.50	59.40	59.30	59.20	59.10	59.00	58.90	58.80	58.70	58.60	58.50	58.40	58.30	58.20	58.10	58.00
利息(萬元)	0.00	-2.80	-2.60	-2.40	-2.20	-2.00	-1.80	-1.60	-1.40	-1.20	-1.00	-0.80	-0.60	-0.40	-0.20	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.20	2.40	2.60	2.80
總利率(%)	0.00	-4.83	-4.48	-4.12	-3.77	-3.42	-3.08	-2.73	-2.39	-2.04	-1.70	-1.36	-1.02	-0.68	-0.34	0.00	0.34	0.68	1.02	1.36	1.70	2.04	2.39	2.73	3.08	3.42	3.77	4.12	4.48	4.83

備註：比較本表(外標會費2萬元，底標1000元，30期)與前述(外標會費1萬，底標500元，30期)的差別：(1) 與前述的一樣，除了第一期外，皆呈現左右對稱，而利息成等差數列的情形。2~15期為負利率(賠)，17~30期為正利率(賺)。(2) 會費加倍，底標加倍，則各期利息加倍，但各期最低利率不變，顯示在相同的期數下，會費及底標(標金)同時加倍對標會之最低利率並無影響。

4. 以底標為計算標準之前述公式推導：

(1) 會費加倍(2M)與底標不變(A)：

由前述公式：

∴ 內、外標第 i 期標會利息 = $(2i-2-N) \times A$ 相同 (不受會費的影響)

$$\begin{aligned} \bullet \bullet \text{ 第 } i \text{ 期負利率: } & \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times 2M + (i-2) \times A} \times 100\% > \frac{1}{2} \times \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (i-2) \times A} \times 100\% \\ & \left(i = 2, 3, \dots, \frac{N}{2} \mid N \text{ 為偶數} \right) \text{ 或 } \left(i = 2, 3, \dots, \frac{N+1}{2} \mid N \text{ 為奇數} \right) \boxed{\text{外標}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \bullet \text{ 第 } i \text{ 期正利率: } & \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times 2M + (N-i) \times A} \times 100\% > \frac{1}{2} \times \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\% \\ & \left(i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right) \text{ 或 } \left(i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right) \boxed{\text{外標}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \bullet \text{ 第 } i \text{ 期負利率: } & \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-i) \times 2M - (N-i) \times A} \times 100\% < \frac{1}{2} \times \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-i) \times M - (N-i) \times A} \times 100\% \\ & \left(i = 2, 3, \dots, \frac{N}{2} \mid N \text{ 為偶數} \right) \text{ 或 } \left(i = 2, 3, \dots, \frac{N+1}{2} \mid N \text{ 為奇數} \right) \boxed{\text{內標}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \bullet \text{ 第 } i \text{ 期正利率: } & \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times 2M - (i-2) \times A} \times 100\% < \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% \\ & \left(i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right) \text{ 或 } \left(i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right) \boxed{\text{內標}} \end{aligned}$$

由上可知，若會費2倍($2 \times M$)，底標不變，且以底標為計算標準，則利息不變。其中外標利率約略大於原先利率的 $\frac{1}{2}$ ；內標利率約略小於原先利率的 $\frac{1}{2}$ 。以外標之正利率的分母為分析例子：雖然 $(N-1) \times 2M + (N-i) \times A < (N-1) \times 2M + 2(N-i) \times A$ ，但一般標會的實務情況，會費 M (2萬元)遠大於底標 A (500元)，會使得兩者分母相對接近，且在分子 $(2i-2-N) \times A$ 相同不變的情況下，使得最低利率接近原先利率的一半。可見在相同期數與底標下，會費的多少對標會之最低利率的影響甚大。

(2) 會費不變(M)與底標加倍($2A$)：

同理，以內、外標之正利率公式為例：

∴ 內、外標第 i 期標會利息 = $(2i-2-N) \times 2A = 2 \times (2i-2-N) \times A$

$$\bullet \bullet \text{ 第 } i \text{ 期正利率: } \frac{|(2i-2-N) \times 2A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times 2A} \times 100\% < 2 \times \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\%$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle \boxed{\text{外標}}$$

$$\therefore \text{第 } i \text{ 期正利率} : \frac{|(2i-2-N) \times 2A|}{(N-1) \times M - (i-2) \times 2A} \times 100\% > 2 \times \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\%$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle \boxed{\text{內標}}$$

由上可知，若底標2倍(2×A)，會費不變，且以底標為計算標準，則利息為原先利息的2倍。其中外標利率約略小於原先利率的2倍；內標利率約略大於原先利率的2倍。以外標之正利率的分母為分析例子：雖然 $(N-1) \times M + (N-i) \times 2A > (N-1) \times M + (N-i) \times A$ ，但依一般標會的實務情況，會費M(1萬元)遠大於底標A(500元)，會使得兩者分母相對接近，且分子 $(2i-2-N) \times 2A$ 加倍，使得最低利率接近原先利率的2倍。可見在相同期數與會費下，底標的多少對標會之最低利率的影響甚大。

(3) 會費(2M)加倍與底標(2A) 加倍：

同理，以內、外標之正利率公式為例：

$$\therefore \text{內、外標第 } i \text{ 期標會利息} = (2i-2-N) \times KA = K \times (2i-2-N) \times A$$

$$\therefore \text{第 } i \text{ 期正利率} : \frac{|(2i-2-N) \times K \times A|}{(N-1) \times K \times M + (N-i) \times K \times A} \times 100\% = \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\%$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle \boxed{\text{外標}}$$

$$\therefore \text{第 } i \text{ 期正利率} : \frac{|(2i-2-N) \times K \times A|}{(N-1) \times K \times M - (i-2) \times K \times A} \times 100\% = \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\%$$

$$\left\langle i = \frac{N}{2} + 2, \dots, N \mid N \text{ 為偶數} \right\rangle \text{ 或 } \left\langle i = \frac{N+1}{2}, \dots, N \mid N \text{ 為奇數} \right\rangle \boxed{\text{內標}}$$

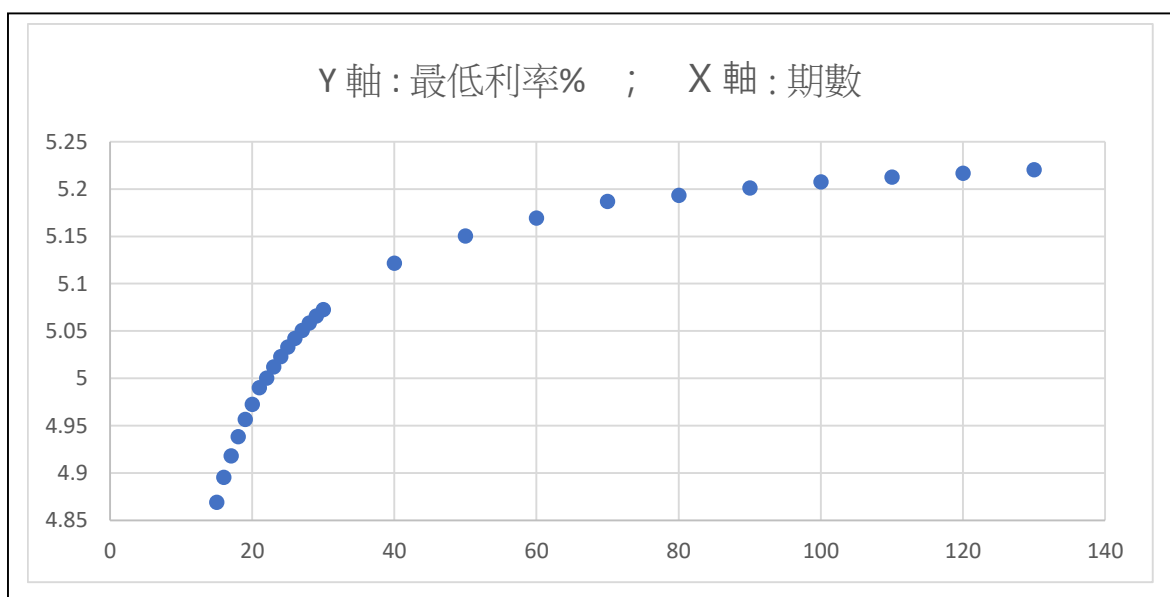
由上可知，若底標2倍(2A)，會費2倍(2M)，且以底標為計算標準，則利息為的原先利息2倍。內、外標最低利率不變與原利率相同。延伸推廣：即底標K倍(K×A)、會費K倍(K×M)，雖然利息為原先利息的K倍，但最低利率不變與原利率相同。可見在相同期數下，會費與底標倍數相同對標會之最低利率並無影響。

(二) 固定底標或會費，觀察期數的影響：

1. 以會費1萬元，底標500元內標會為例，觀察不同期數尾會的最低利率。

限於篇幅，本文將(會費1萬元，底標500元)在不同期數的EXCEL列表，並擷取不同期數之最後一期(尾會)的最低正利率，整理如下表，並繪其圖：

X : 期數 、 Y : 最低利率 %					
X	Y	X	Y	X	Y
15	4.8689	24	5.0228	60	5.1693
16	4.8951	25	5.0328	70	5.1869
17	4.918	26	5.042	80	5.1931
18	4.9383	27	5.0505	90	5.2009
19	4.9563	28	5.0584	100	5.2072
20	4.9724	29	5.0657	110	5.2124
21	4.99	30	5.0725	120	5.2166
22	5	40	5.1213	130	5.2202
23	5.0119	50	5.1502		



由上可發現在隨者期數增加，尾會的最低正利率值緩慢降低漸趨於且略大於5%左右的值，顯示在會費(M)及底標(A)固定下，期數(N)對標會之最低利率的影響性較小。

2. 由前述公式推導當期數增加之內標尾會最低利率趨近值

(1) 將 $i = N$, $A = 500$, $M = 1$ 萬, 代入內標公式：

$$\text{內標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% =$$

$$= \frac{(2N-2-N) \times 500}{(N-1) \times 10000 - (N-2) \times 500} \times 100\% = \frac{N-2}{(N-1) \times 20 - (N-2)} \times 100\%$$

$$= \frac{N-2}{19(N-2)+20} \times 100\% = \frac{1}{19+\frac{20}{N-2}} \times 100\% > \frac{1}{20} \times 100\% = 5\%, \text{ if } N-2 > 20$$

所以隨著期數的增加，內標尾會最低利率值漸漸接近且略高於5%。

(2) 延伸推廣，令底標M=K倍的底標A，則公式可推導如下：

$$\text{內標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% =$$

$$\frac{(2N-2-N) \times A}{(N-1) \times KA - (N-2) \times A} \times 100\% = \frac{2N-2-N}{(N-1) \times K - (N-2)} \times 100\% = \frac{N-2}{(N-1) \times K - (N-2)} \times 100\%$$

$$= \frac{N-2}{(N-2) \times K + K - (N-2)} \times 100\% = \frac{1}{(K-1) + \frac{K}{N-2}} \times 100\% > \frac{1}{K} \times 100\%, \text{ if } N-2 > K$$

所以隨著期數的增加，內標尾會最低利率值漸漸接近且略高於 $\frac{1}{K} \times 100\%$ 。

3. 由前述公式推導當期數增加之外標尾會最低利率趨近值

(1) 將 $i = N$, $A = 500$, $M = 1$ 萬, 代入外標公式：

$$\text{外標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\%$$

$$= \frac{(2 \times N - 2 - N) \times 500}{(N-1) \times 10000 + (N-N) \times A} = \frac{(N-2) \times 500}{(N-1) \times 10000} \times 100\% = \frac{(N-2)}{(N-1)} \times 5\% = \left(1 - \frac{1}{N-1}\right) \times 5\%$$

所以隨著期數的增加，外標尾會最低利率值漸漸接近且略低於5%。

(2) 延伸推廣，令底標M=K倍的底標A，則公式可推導如下：

$$\begin{aligned}
 \text{外標尾會}(i=N)\text{最低利率絕對值} &= \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M + (N-1) \times A} \times 100\% \\
 &= \frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times KA + (N-1) \times A} \times 100\% = \frac{2i-2-N}{(N-1) \times K + N-1} \times 100\% \\
 &= \frac{2N-2-N}{(N-1) \times K + N-1} \times 100\% = \frac{N-2}{N-1} \times \frac{1}{K} \times 100\% = \left(1 - \frac{1}{N-1}\right) \times \frac{1}{K} \times 100\%
 \end{aligned}$$

所以隨者期數N的增加，外標尾會的最低利率值漸漸接近且略低於 $\frac{1}{K} \times 100\%$ 。

由以上可知：在固定會費(M)及底標(A)的條件下且以底標為計算標準，則內、外標尾會在最低利率會隨者期數的增加而漸漸接近 $\frac{1}{K} \times 100\%$ ；只是內標會約略高於 $\frac{1}{K} \times 100\%$ ，而外標會約略低於 $\frac{1}{K} \times 100\%$ ，顯示期數(N)對標會之最低利率影響並不大，因此對於想要穩定收益的投標者，建議選擇標會期數不宜太長，不僅是利率的增長有限的原因，也可避免因期數太長而徒增不必要的外在風險變數。若根據以上述圖表趨勢及符合相關的條件：建議約30~40期是個不錯選擇。

(三) 模擬標金逐步增加的利率觀察：

本文將(30期會費1萬，底標500元)標金，從依序從第i期(i=2,3,4,...,29)，除原先500元底標再逐步每期加上500元的浮動標金，依序觀察列表各期利率變化：

內標 (30 會，每會 1 萬元，底標 500 元)：從第2期開始，每期除了原先的500元底標，再逐步額外增加500元的浮動標金																																
收款	得標	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	期數
利率 (%)	0.00	-5.07	-4.70	-4.33	-3.96	-3.60	-3.23	-2.87	-2.50	-2.14	-1.78	-1.42	-1.07	-0.71	-0.35	0.00	0.35	0.71	1.07	1.42	1.78	2.14	2.50	2.87	3.23	3.60	3.96	4.33	4.70	5.07	原先	
利率 (%)	0.00	-10.69	-4.52	-4.15	-3.78	-3.42	-3.05	-2.69	-2.33	-1.96	-1.60	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.25	1.60	1.96	2.33	2.69	3.05	3.42	3.78	4.15	4.52	4.89	5.26	3	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-3.97	-3.60	-3.24	-2.87	-2.51	-2.15	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.35	0.00	0.35	0.71	1.07	1.43	1.79	2.15	2.51	2.87	3.24	3.60	3.97	4.34	4.71	5.08	5.45	4	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-3.42	-3.06	-2.69	-2.33	-1.97	-1.61	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.25	1.61	1.97	2.33	2.69	3.06	3.42	3.79	4.16	4.53	4.90	5.27	5.65	5	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-2.88	-2.51	-2.15	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.36	0.00	0.35	0.71	1.07	1.43	1.79	2.15	2.51	2.88	3.24	3.61	3.98	4.35	4.72	5.09	5.46	5.84	6	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-2.33	-1.97	-1.61	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.35	0.71	1.07	1.43	1.79	2.15	2.52	2.88	3.25	3.62	3.99	4.36	4.73	5.10	5.47	5.85	6.23	7
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.36	0.00	0.35	0.53	0.71	1.25	1.43	1.79	2.15	2.52	2.88	3.25	3.62	3.99	4.36	4.73	5.10	5.47	5.85	6.23	8
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.71	1.43	1.61	1.97	2.34	2.70	3.07	3.44	3.80	4.17	4.55	4.92	5.29	5.67	6.04	6.42	9	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-0.71	-0.36	0.00	0.36	0.71	0.89	1.62	1.80	2.16	2.52	2.89	3.25	3.62	3.99	4.36	4.74	5.11	5.48	5.86	6.24	6.62	10	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.06	1.80	1.98	2.34	2.71	3.07	3.44	3.81	4.18	4.55	4.93	5.30	5.68	6.06	6.43	6.81	11	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	0.36	0.71	1.06	1.24	1.98	2.16	2.53	2.89	3.26	3.63	4.00	4.37	4.74	5.12	5.49	5.87	6.25	6.63	7.01	12	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	0.89	1.24	1.42	2.17	2.35	2.71	3.08	3.45	3.82	4.19	4.56	4.94	5.31	5.69	6.07	6.45	6.83	7.21	13	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	1.42	1.60	2.35	2.53	2.90	3.27	3.64	4.01	4.38	4.75	5.13	5.50	5.88	6.26	6.64	7.02	7.41	14	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	1.95	2.35	2.72	3.09	3.45	3.83	4.20	4.57	4.95	5.32	5.70	6.08	6.46	6.84	7.22	7.61	15	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	2.54	2.90	3.27	3.64	4.01	4.39	4.76	5.14	5.51	5.89	6.27	6.65	7.04	7.42	7.81	16	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	3.09	3.46	3.83	4.20	4.58	4.95	5.33	5.71	6.09	6.47	6.85	7.24	7.62	8.01	17	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	3.65	4.02	4.40	4.77	5.15	5.52	5.90	6.28	6.67	7.05	7.43	7.82	8.21	18	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	4.21	4.59	4.96	5.34	5.72	6.10	6.48	6.86	7.25	7.64	8.02	8.41	19	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	4.78	5.16	5.54	5.91	6.30	6.68	7.06	7.45	7.84	8.22	8.61	20	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	5.35	5.73	6.11	6.49	6.88	7.26	7.65	8.04	8.43	8.82	21	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	5.93	6.31	6.69	7.08	7.46	7.85	8.24	8.63	9.02	22	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	6.51	6.89	7.28	7.66	8.05	8.44	8.83	9.23	23	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	7.09	7.48	7.87	8.26	8.65	9.04	9.43	24	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	7.68	8.07	8.46	8.85	9.25	9.64	25	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	8.27	8.66	9.06	9.45	9.85	26	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.87	9.26	9.66	10.06	27	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.47	9.87	10.27	28	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.09	10.08	10.48	29	
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.09	9.89	10.69	30	

備註：紅色部分為原先(30期會費1萬，底標500元)的最低利率，做為比較標準。

由上表可觀察到：

- 藍色如階梯般一階一階下滑部分的代表若一但死會，最低利率隨即鎖死不再變動，且利率職由高到低逐漸下降，顯示愈早死會所要負擔的利率愈高。
- 粉色部分為接近 0% 的部分，發現3~10期的部分由提前的趨勢，表示前10期若有人投標的金額(都投標1000元)遠大於後期投標者(都只投標500元)，會讓原先在中間期數零利率的情形提前期數發生。
- 活會的部分我們以尾會的最低利率來觀察隨者前期逐步增加的標金 (高於原先500元)，利率由原先平均500元標金的5.07%，逐步的緩慢增加到10.69%(所有投標都達到1000元)，表示如果前期的投標者如果標金越高，相對有利於後期投標者，而若能耐心等到愈後期再投標，當然賺的利率也愈高。
- 前述最低利率之利息公式分析：假設第 i 期利息 $= (2i - 2 - N) \times A = 0$ ， $i = 2, 3, 4, \dots, N$ 則 $i = 1 + \frac{N}{2}$ (例如： $N = 30$ ，則第 16 期利息0%) 中間期數利率趨近於零的原因。

5. 前述延伸推廣之利息公式分析： (b_k) 代表各期的高於底標浮動標金)

假設第 i 期利息 = $(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i = 0, i = 2,3,4, \dots, N$

當 $\sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i > 0, (2i-2-N) \times A < 0$ 則

$\sum_{k=2}^{i-1} b_k > (N-i) \times b_i$ 時, $i < 1 + \frac{N}{2} =$ 中間期數

即第 i 期前浮動標金總和 $>$ 第 i 期後固定之增額標金, 零利率在中間期數之前發生。

例如：若第 i 期後的浮動標金 $b_i = 0$, 且 $\sum_{k=2}^{i-1} b_k > 0$ 。

所以第 i 期利息 = $(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k = 0, i = 2,3,4, \dots, N$

則 $i = 1 + \frac{N}{2} - \frac{\sum_{k=2}^{i-1} b_k}{2A} < 1 + \frac{N}{2} =$ 中間期數

如第 i 期後無人投標用抽的, 標金只有底標時, 即第 i 期前的標金大多數超過底標(之前浮動標金總和 $\sum_{k=2}^{i-1} b_k > 0$), 則第 i 期零利率就可提前發生在中間期數之前。

這在實務上有時也常發生, 例如：一個互助會大只有前幾期極需資金者搶標, 而其他多數的人都不想標會只想賺利息錢, 到最後無人要標時, 只好用抽籤方式來決定投標順序。

肆、研究結果

一、探討內、外標在各期得標的利率的差異

本文透過標會的運作原理, 探討內標與外標的利率的差別, 雖然標會的每期標金是浮動的, 卻常見標會規章為了確保會員的基本利潤而設定底標, 故本文將以底標做為得標最低利率的計算標準。相關研究如下：

1. 內、外標的每月(期)繳款規則

內(下)標~死會固定繳交會費, 活會繳交：會費 - 各期標金 (至少為底標)

外(上)標~活會繳交會費, 死會固定繳交：會費 + 自己得標的標金 (至少為底標)

2. 內、外標得標的利率公式

$$\text{借款利率(負數)} = \frac{\text{負擔利息}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{收的會錢} - \text{付的會錢}}{\text{收的會錢}} \times 100\%$$

$$\text{放款利率(正數)} = \frac{\text{淨賺利息}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{收的會錢} - \text{付的會錢}}{\text{付的會錢}}$$

3. 內、外標最低利率呈現左右對稱情形，利息呈現等差數列

(1) 透過列表觀察，無論奇數(或偶數)期數扣除第一期後，各期最低利率的絕對值，內、外標皆呈現以中間期數利率為最低的對稱中心，而利息絕對值呈現各往兩側逐步遞增的等差數列。

以底標為計算標準之內、外標利息呈現等差公式：

$$\text{則 } r_{k+1} - r_k = [(2(k+1) - 2 - N) \times A] - [(2k - 2 - N) \times A] = 2 \times A$$

$$r_k - r_{k-1} = [(2k - 2 - N) \times A] - [(2(k-1) - 2 - N) \times A] = 2 \times A$$

$$\therefore r_{k+1} - r_k = r_k - r_{k-1}, \text{ 故各期利息呈現等差數列。}$$

(2) 內標利率絕對值高於外標利率絕對值

(a) 各期的最低利率的絕對值，內標都比外標高。

$$\frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M - (N-i) \times A} \times 100\% > \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (i-2) \times A} \times 100\% \quad \text{〔負利率絕對值：內>外〕}$$

$$\frac{(2i-2-N) \times A}{(N-1) \times M - (i-2) \times A} \times 100\% > \frac{|(2i-2-N) \times A|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A} \times 100\% \quad \text{〔正利率絕對值：內>外〕}$$

$$| \text{內標第 } i \text{ 期標會的正(負)最低利率} | > | \text{外標第 } i \text{ 期標會正(負)最低利率} |$$

由上可知：內標最低利率的絕對值高於外標最低利率的絕對值

(b) 各期的內標浮動利率絕對值，內標都比外標高。

假設： b_k = 第 k 期比底標額外增加的浮動標金，即第 k 期的標金 = A (底標) + b_k

$$\text{外標第 } i \text{ 期標會利息} = (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i$$

$$\frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M - (N-i) \times A - (N-i) \times b_i} \times 100\% > \frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M + (i-2) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\%$$

$$\frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M - (i-2) \times A - \sum_{k=2}^{i-1} b_k} \times 100\% > \frac{\left| (2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i \right|}{(N-1) \times M + (N-i) \times A + (N-i) \times b_i} \times 100\%$$

|內標第 i 期標會的正(負)浮動利率| > |外標第 i 期標會的正(負)浮動利率|

故各期浮動標金為計算標準的浮動利率絕對值，內標均比外標高。

因此，無論是最低利率或是浮動利率的絕對值，內標都較外標高。對想要減輕利息的投標者，可選擇外標的互助會，可以節省更多的利息；而對想要賺利息的投標者，選擇內標互助會更佳，可賺更多的利息。

二、探討底標(標金)，會費，會數…等對標會各期得標最低利率的影響

(一) 固定期數，觀察底標或會費的對最低利率的影響：

1、會費加倍與底標不變

比較(外標會費2萬元，底標500元，30期)與(外標會費1萬，底標500元，30期)的結果：**會費加倍，底標不變，則利息不變，但最低利率趨近減少一半**。在相同期數與底標下，**會費**對標會之最低利率**影響甚大**。

2、底標加倍與會費不變

若**底標加倍，會費不變，則最低利率接近原先利率2倍**。在相同期數與會費下，**底標**對標會最低利率的**影響甚大**。

3、底標加倍與會費加倍

若**底標加倍，會費加倍，則利息加倍，但最低利率不變**。延伸推廣：即底標K倍、會費K倍，則雖然利息K倍，但最低利率不變。在相同期數下，**會費與底標倍數相同**對標會之最低利率**並無影響**。

(二) 固定底標或會費，觀察期數的影響：

1. 以會費1萬元，底標500元內標會為例，內標尾會的最低利率漸趨於5.2%。

發現在隨者期數增加，尾會的最低正利率值緩慢降低漸趨於且略大於5%左右的值，顯示在會費(M)及底標(A)固定下，期數(N)對標會之最低利率的影響性較小。

2. 當期數增加時，內、外標尾會最低利率趨近定值

以1萬30期500元底標為例子：隨著期數的增加，內標尾會最低利率值漸漸接近且略高於5%。外標尾會最低利率值漸漸接近且略低於5%。公式結果：
(其中k為底標與會費的比值)

(1) 當期數漸高，內標尾會最低利率值漸漸接近且略高於 $\frac{1}{k} \times 100\%$

$$\text{公式：內標第 } i \text{ 期正利率} = \frac{1}{(k-1) + \frac{k}{N-2}} \times 100\% > \frac{1}{k} \times 100\%$$

(2) 當期數漸高，外標尾會最低利率值漸漸接近且略低於 $\frac{1}{k} \times 100\%$ 。

$$\text{公式：外標第 } i \text{ 期正利率} = \left(1 - \frac{1}{N-1}\right) \times \frac{1}{k} \times 100\%$$

顯示期數對標會之最低利率影響並不大。因此對於想要穩定收益的投標者，建議選擇標會期數不宜太長，不僅是利率的增長有限的原因，也可避免因期數太長而徒增不必要的外在風險變數。若根據以上述圖表趨勢及條件：建議標會約 30~40 期是個不錯選擇。

(三) 模擬標金逐步增加下的利率觀察：

本文將(30期會費1萬，底標500元)標金，從依序從第i期(i=2,3,4,...,29)，除原先500元底標再逐步每期加上500元的浮動標金，依序觀察列表各期利率變化：

內標 (30 會, 每會 1 萬元, 底標 500 元) : 從第2期開始, 每期除了原先的500元底標, 再逐步額外增加500元的浮動標金																															
得標 收數	會首	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	期數
利率 (%)	0.00	-5.07	-4.70	-4.33	-3.96	-3.60	-3.23	-2.87	-2.50	-2.14	-1.78	-1.42	-1.07	-0.71	-0.35	0.00	0.35	0.71	1.07	1.42	1.78	2.14	2.50	2.87	3.23	3.60	3.96	4.33	4.70	5.07	原先
利率 (%)	0.00	-10.69	-4.52	-4.15	-3.78	-3.42	-3.05	-2.69	-2.33	-1.96	-1.60	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.25	1.60	1.96	2.33	2.69	3.05	3.42	3.78	4.15	4.52	4.89	5.26	3
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-3.97	-3.60	-3.24	-2.87	-2.51	-2.15	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.35	0.00	0.35	0.71	1.07	1.43	1.79	2.15	2.51	2.87	3.24	3.60	3.97	4.34	4.71	5.08	5.45	4
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-3.42	-3.06	-2.69	-2.33	-1.97	-1.61	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.25	1.61	1.97	2.33	2.69	3.06	3.42	3.79	4.16	4.53	4.90	5.27	5.65	5
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-2.88	-2.51	-2.15	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.36	0.00	0.35	0.71	1.07	1.43	1.79	2.15	2.51	2.88	3.24	3.61	3.98	4.35	4.72	5.09	5.46	5.84	6
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-2.33	-1.97	-1.61	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.35	1.07	1.25	1.61	1.97	2.33	2.70	3.06	3.43	3.80	4.17	4.54	4.91	5.28	5.66	6.03	7
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-1.79	-1.43	-1.07	-0.71	-0.36	0.00	0.35	0.53	1.25	1.43	1.79	2.15	2.52	2.88	3.25	3.62	3.99	4.36	4.73	5.10	5.47	5.85	6.23	8
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-1.25	-0.89	-0.53	-0.18	0.18	0.53	0.71	1.43	1.61	1.97	2.34	2.70	3.07	3.44	3.80	4.17	4.55	4.92	5.29	5.67	6.04	6.42	9
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-0.71	-0.36	0.00	0.36	0.71	0.89	1.62	1.80	2.16	2.52	2.89	3.25	3.62	3.99	4.36	4.74	5.11	5.48	5.86	6.24	6.62	10
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-0.18	0.18	0.53	0.89	1.06	1.80	1.98	2.34	2.71	3.07	3.44	3.81	4.18	4.55	4.93	5.30	5.68	6.06	6.43	6.81	11
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	0.36	0.71	1.06	1.24	1.98	2.16	2.53	2.89	3.26	3.63	4.00	4.37	4.74	5.12	5.49	5.87	6.25	6.63	7.01	12
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	0.89	1.24	1.42	2.17	2.35	2.71	3.08	3.45	3.82	4.19	4.56	4.94	5.31	5.69	6.07	6.45	6.83	7.21	13
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	1.42	1.60	2.35	2.53	2.90	3.27	3.64	4.01	4.38	4.75	5.13	5.50	5.88	6.26	6.64	7.02	7.41	14
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	1.95	2.35	2.72	3.09	3.45	3.83	4.20	4.57	4.95	5.32	5.70	6.08	6.46	6.84	7.22	7.61	15
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	2.54	2.90	3.27	3.64	4.01	4.39	4.76	5.14	5.51	5.89	6.27	6.65	7.04	7.42	7.81	16
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	3.09	3.46	3.83	4.20	4.58	4.95	5.33	5.71	6.09	6.47	6.85	7.24	7.62	8.01	17
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	3.65	4.02	4.40	4.77	5.15	5.52	5.90	6.28	6.67	7.05	7.43	7.82	8.21	18
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	4.21	4.59	4.96	5.34	5.72	6.10	6.48	6.86	7.25	7.64	8.02	8.41	19
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	4.78	5.16	5.54	5.91	6.30	6.68	7.06	7.45	7.84	8.22	8.61	20
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	5.35	5.73	6.11	6.49	6.88	7.26	7.65	8.04	8.43	8.82	21
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	5.93	6.31	6.69	7.08	7.46	7.85	8.24	8.63	9.02	22
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	6.51	6.89	7.28	7.66	8.05	8.44	8.83	9.23	23
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	7.09	7.48	7.87	8.26	8.65	9.04	9.43	24
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	7.68	8.07	8.46	8.85	9.25	9.64	25
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	8.27	8.66	9.06	9.45	9.85	26
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.87	9.26	9.66	10.06	27
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.47	9.87	10.27	28
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.09	10.08	10.48	29
利率 (%)	0.00	-10.69	-9.89	-9.09	-8.30	-7.52	-6.74	-5.97	-5.20	-4.44	-3.69	-2.94	-2.20	-1.46	-0.73	0.00	0.73	1.46	2.20	2.94	3.69	4.44	5.20	5.97	6.74	7.52	8.30	9.09	9.89	10.69	30

備註：紅色部分為原先(30期會費1萬，底標500元)的最低利率，做為比較標準。結果如下：

1. 藍色部分如階梯般漸漸下滑，代表若一但死會，最低利率隨即鎖死不再變動，且利率隨由高到低逐漸下降，顯示愈早死會所要負擔的利率愈高。
2. 粉色部分為接近 0% 的部分，發現3~10期的部分由提前的趨勢，表示前10期若有人投標的金額(都投標1000元)遠大於後期投標者(都只投標500元)，會讓原先在中間期數零利率的情形提前期數發生。公式結果如下：

(1) 最低利率之零利率約出現在中間期數

$$\text{假設第 } i \text{ 期利息} = (2i - 2 - N) \times A = 0, i = 2, 3, 4, \dots, N$$

$$\text{則 } i = 1 + \frac{N}{2} \text{ (例如: } N = 30, \text{ 則第 } 16 \text{ 期利息為} 0 \text{)}$$

因此以底標為計算標準，中間期數的利率趨近於零。

(2) 浮動利率為零利率有可能發生在中間期數之前

假設第 i 期利息 = $(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k - (N-i) \times b_i = 0$, $i = 2, 3, 4, \dots, N$

當 $\sum_{k=2}^{i-1} b_k > (N-i) \times b_i$ 時, 則 $i < 1 + \frac{N}{2}$ = 中間期數

即第 i 期前的浮動標金總和較高, 第 i 期零利率可能發生在中間期數之前。

(3) 假設無人投標例子的零利率在中間期數之前情形

例如：若第 i 期後的浮動標金 $b_i = 0$, 且 $\sum_{k=2}^{i-1} b_k > 0$ 。

所以 第 i 期利息 = $(2i-2-N) \times A + \sum_{k=2}^{i-1} b_k = 0$, $i = 2, 3, 4, \dots, N$

則 $i = 1 + \frac{N}{2} - \frac{\sum_{k=2}^{i-1} b_k}{2A} < 1 + \frac{N}{2}$ = 中間期數

第 i 期後無人投標, 標金只有底標, 即第 i 期零利率在中間期數之前發生

3. 尾會的最高利率逐步增加的標金, 表示如果前期的投標者如果標金越高, 相對有利於後期投標者, 而若能耐心等到愈後期再投標, 當然賺的利率也愈高。

伍、討論

(一) 得標最低利率與浮動利率

一開始選擇以底標為計算標準的原因, 一方面是許多的標會規章為了確保會員的基本利潤, 而設定底標; 另一方以底標為計算標準, 也許能讓資料簡化, 而更容易從中看出一些訊息, 避免一開始因浮動的標金而掩蓋了一些有用資訊, 也更加容易地看出一些趨勢。這與統計學上先設定同質條件下, 以看出不同因子顯著的差異有異曲同工之妙。在推論這些訊息後, 再將浮動標金 b_k 的加入, 讓整個研究更具方向性。然而浮動標金在實務上是當多變的, 也因此模擬標金逐步增加的利率探討上, 增加更多困難度, 或許可供標會之未來相關研究的參考。

(二) 實務上的結合

實務上標會也有一些必較特殊情況時常發生, 例如: 一個互助會大只有前幾期極需資金者搶標, 而其他多數的人都不想標會只想賺利息錢, 到最後無人要標時, 只

好用抽籤方式來決定投標順序。這時候可能前幾期的標金相對較高，而後幾期相對無人要標，只好用底標作為標金。因此會出現前後期標金落差太大，而此情形已在模擬標會之標金逐步增加提及，也可供未來繼續研究模型的參考，可見理論與實務的結合是相當重要。最後本文所提供相關表格及趨勢研究，希望對急需資金、積極穩健投資或穩定收益之投標者有所助益。

陸、結論

- 一、以底標為計算標準之最低利率，內、外標皆呈現左右對稱，利息為等差的情形。
- 二、無論是最低利率或是浮動利率之絕對值，內標皆高於外標。
- 三、底標或會費是影響標會之最低利率的主因。會費加倍，底標不變，則利息不變，但最低利率趨近減少一半。底標加倍，會費不變，則最低利率趨近原先利率2倍。底標K倍、會費K倍，則雖然利息K倍，但最低利率不變。
- 四、期數對標會最低利率的影響較小。當期數增加時，內標尾會最低利率值會漸漸接近且略高於 $(1/K) \times 100\%$ ；外標尾會最低利率值漸漸接近且略低於 $(1/K) \times 100\%$ 。(其中 $K = \text{底標} \div \text{會費}$)。建議期數不宜太長，以免增加額外風險，經驗法則：約30~40期為佳。
- 五、模擬標金逐步增加的結果。(1)一但死會，最低利率或浮動利率隨即鎖死不再變動且前期投標負擔利率較高，急需資者當謹慎思考(2)當前期浮動標金總和較高於後期的標金總和，則零利率有機會在中央期數之前提前發生，將有利轉投資著選擇標會時機的參考。(3)尾會的最低利率逐步增加到最高，若能耐心等待，愈後期賺的利率也愈高，很適合保守穩健投資者。

柒、參考資料及其他

楊明娟、王喬欣、王文瑗、簡麗華(1977)。標會利潤的計算。中華民國第17屆中小學科學展覽會報告書。

鄧家駿(無年分)。買房裡的數一貸款的數學。臺灣網路科教館 <https://www.ntsec.edu.tw>，LiveSupply-Content。