

# 屏東縣第 63 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學

組 別：國小

作品名稱：角錐展開圖初探

關 鍵 詞：角錐、展開圖、視圖

編號：A1024

製作說明：

1. 說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
2. 編號：由承辦學校統一編列。
3. 封面編排由參展作者自行設計。

## 摘要

在閱讀文獻過程中發現有很多有關正多面體形體展開圖的研究及探討，都很深入也很有創意，引人深思。其中很少有關角錐展開圖的討論，於是就想探索看看。在研究過程中發現可以用很簡單的切割方法找出所有的展開圖，期盼能在立體形體展開圖家族中補上一塊拼圖。

## 壹、前言

在五上第十單元柱體、錐體與球，我們在上課時學到了任何一個立體形體的展開圖有很多種。在尋找正方體的展開圖過程中花了一節課找到 9 種展開圖覺得意尤未竟，想知道是否全部展開圖都找到了，於是閱讀了相關的文章，了解原來真的可以用一些方法找出立方體的所有的展開圖。在收集資料的過程中，發現研究正多面體的文章比較多，角錐的展開圖比較少，於是大家決定來探索角錐的展開圖及角錐展開圖的規律。

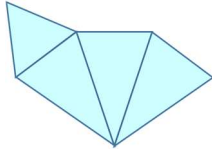
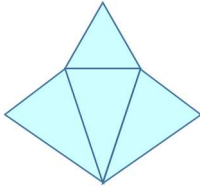
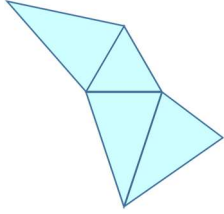
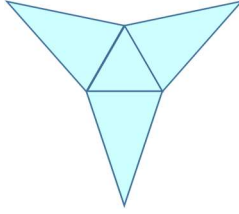
## 貳、研究設備及器材：

- 一、塑膠片、膠帶(自製四角錐)。
- 二、數學課本附件：正三角錐、正四角錐、正五角錐、正六角錐，美工刀、膠帶。
- 三、平板拍照紀錄

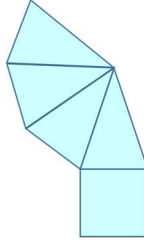
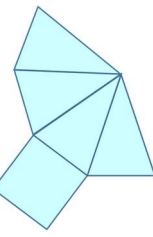
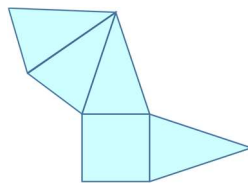
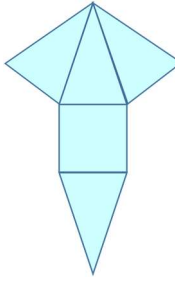
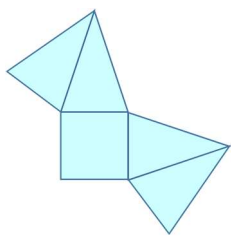
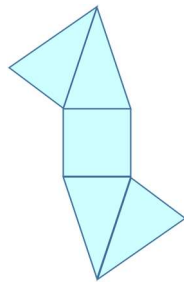
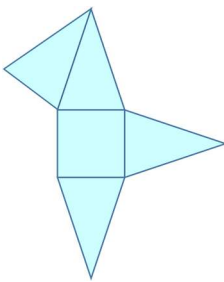
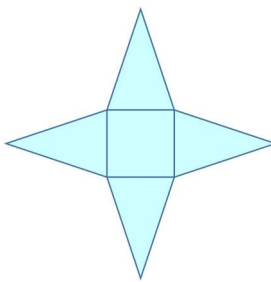
## 參、研究過程

- 一、實際操作找出正三角錐、正四角錐、正五角錐、正六角錐的展開圖。若兩展開圖翻轉後全等視為同一種。
- 二、為了快速找出及不遺漏展開圖，根據角錐側面三角形組合情形來排。以三角錐為例：  
三個側面連在一起分類代號為 3-0，有兩個側面連在一起分類代號為 2-1，側面全分開分類代號為 1-1-1，其他角錐以此類推。

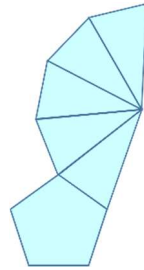
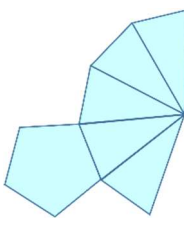
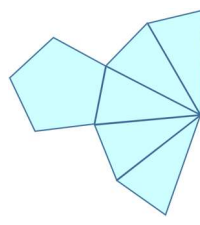
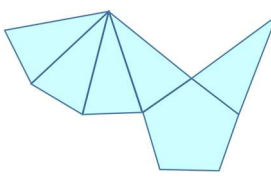
(一) 正三角錐展開圖如下：4 種

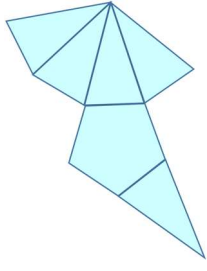
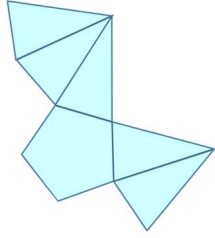
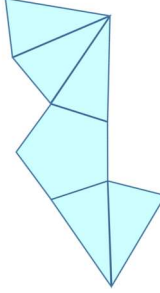
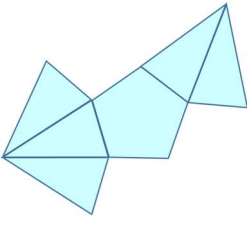
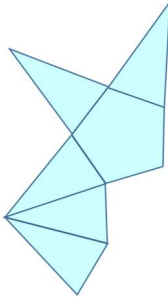
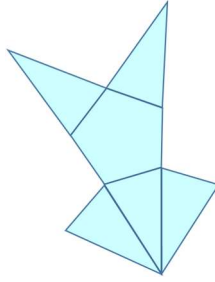
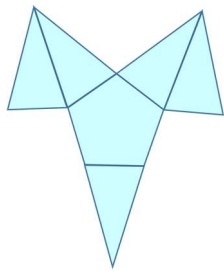
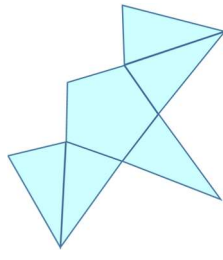
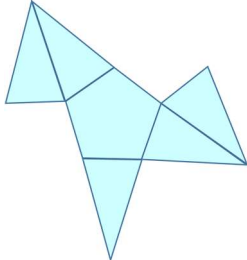
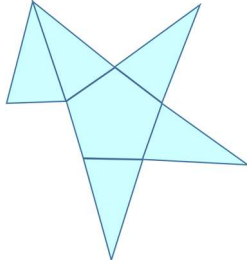
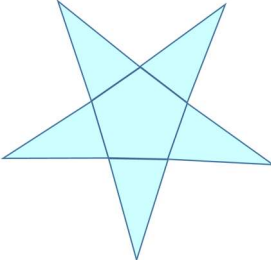
			
圖 3-1(3-0)	圖 3-2(3-0)	圖 3-3(2-1)	圖 3-4(1-1-1)

(二) 正四角錐展開圖如下：8 種

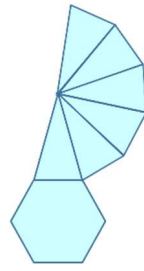
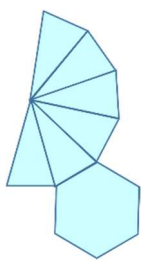
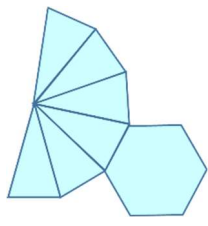
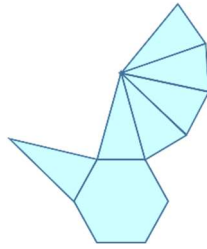
			
圖 4-1(4-0)	圖 4-2(4-0)	圖 4-3(3-1)	圖 4-4(3-1)
			
圖 4-5(2-2)	圖 4-6(2-2)	圖 4-7(2-1-1)	圖 4-8(1-1-1-1)

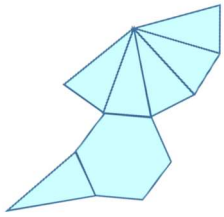
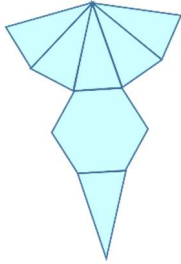
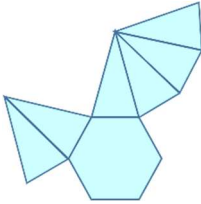
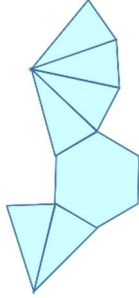
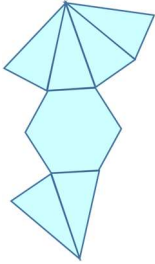
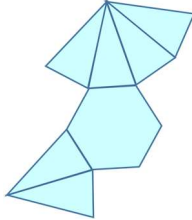
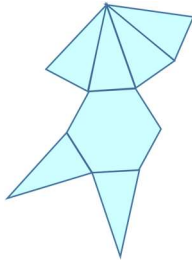
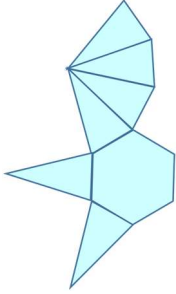
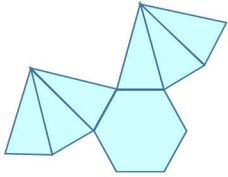
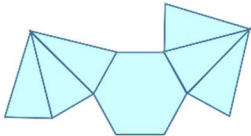
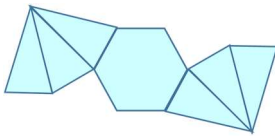
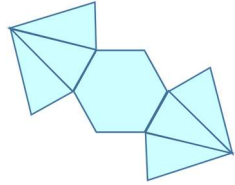
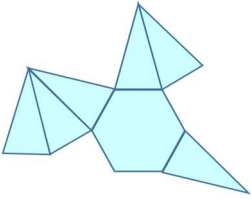
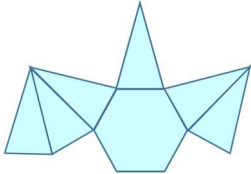
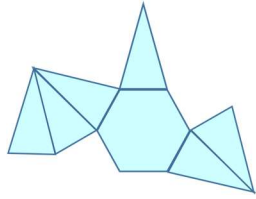
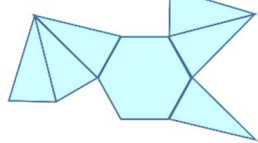
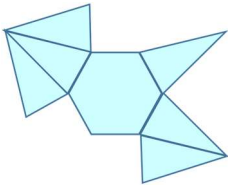
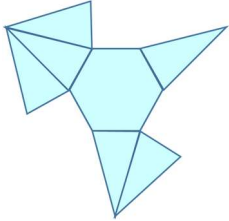
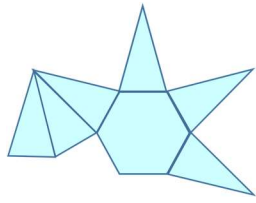
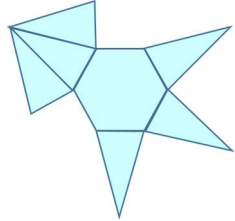
(三) 正五角錐展開圖如下：15 種

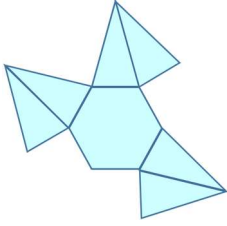
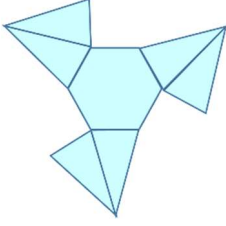
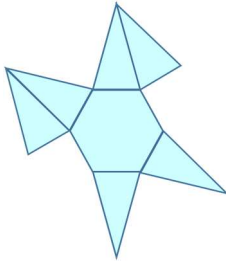
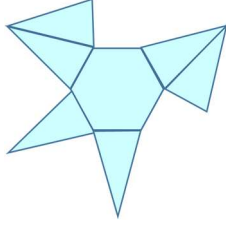
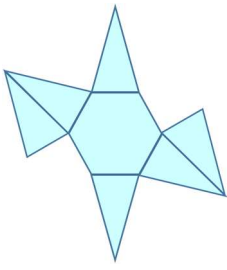
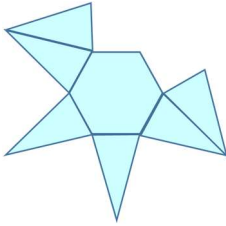
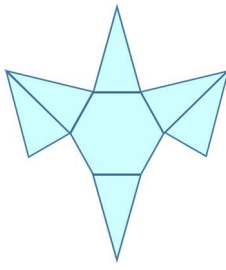
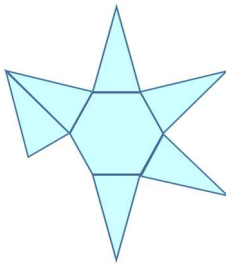
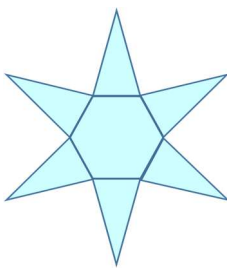
			
圖 5-1(5-0)	圖 5-2(5-0)	圖 5-3(5-0)	圖 5-4(4-1)

			
圖 5-5(4-1)	圖 5-6(3-2)	圖 5-7(3-2)	圖 5-8(3-2)
			
圖 5-9(3-1-1)	圖 5-10(3-1-1)	圖 5-11(2-2-1)	圖 5-12(2-2-1)
			
圖 5-13(2-2-1)	圖 5-14(2-1-1-1)	圖 5-15(1-1-1-1-1)	

(四) 正六角錐展開圖如下：15 種

			
圖 6-1(6-0)	圖 6-2 圖 6-1(6-0)	圖 6-3 圖 6-1(6-0)	圖 6-4(5-1)

			
圖 6-5(5-1)	圖 6-6(5-1)	圖 6-7(4-2)	圖 6-8(4-2)
			
圖 6-9(4-2)	圖 6-10(4-2)	圖 6-11(4-1-1)	圖 6-12(4-1-1)
			
圖 6-13(3-3)	圖 6-14(3-3)	圖 6-15(3-3)	圖 6-16(3-3)
			
圖 6-17(3-2-1)	圖 6-18(3-2-1)	圖 6-19(3-2-1)	圖 6-20(3-2-1)
			
圖 6-21(3-2-1)	圖 6-22(3-2-1)	圖 6-23(3-1-1-1)	圖 6-24(3-1-1-1)

			
圖 6-25(2-2-2)	圖 6-26(2-2-2)	圖 6-27(2-2-1-1)	圖 6-28(2-2-1-1)
			
圖 6-29(2-2-1-1)	圖 6-30(2-2-1-1)	圖 6-31(2-2-1-1)	圖 6-32(2-1-1-1-1)
			
圖 6-33(1-1-1-1-1-1)			

### 三、尋找各種正角錐展開圖的規律。

因為立體型體的展開圖是由切割而成，而正角錐的展開圖是由一個正多邊形及若干個等腰三角形組成，從俯視圖角度看會形成正多邊形裡有若干個等腰三角形(圖 1)，故提出以下幾點找展開圖的切割模式：

- (一)  $n$  角錐就要切  $n$  刀
- (二) 切割線不能形成一個封閉的圖形(圖 2)



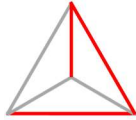
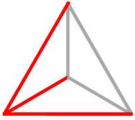

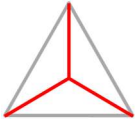
圖 1.正五角錐的俯視圖








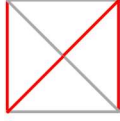
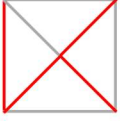
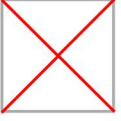
圖 2 紅色切割線形成封閉圖形

(三)以下為各正角錐切割模式與展開圖對應











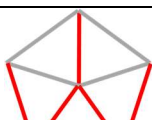




1.正三角錐切割模式與展開圖對應

切割模式				
展開圖	圖 3-1	圖 3-2	圖 3-3	圖 3-4

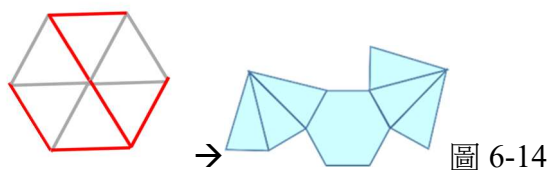
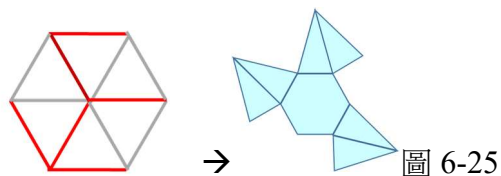
2.正四角錐切割模式與展開圖對應

切割模式					
展開圖	圖 4-1	圖 4-2	圖 4-3	圖 4-4	圖 4-5
切割模式					
展開圖	圖 4-6	圖 4-7	圖 4-8		

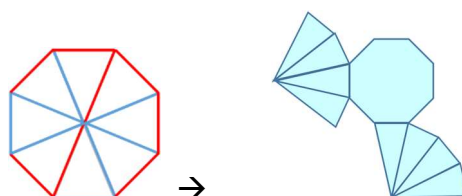
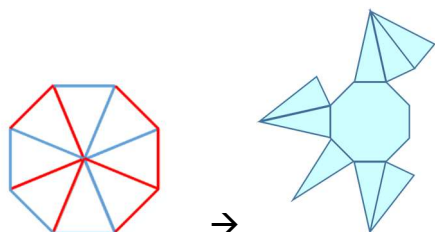
3.正五角錐切割模式與展開圖對應

切割模式					
展開圖	圖 5-1	圖 5-2	圖 5-3	圖 5-4	圖 5-5
切割模式					
展開圖	圖 5-6	圖 5-7	圖 5-8	圖 5-9	圖 5-10
切割模式					
展開圖	圖 5-11	圖 5-12	圖 5-13	圖 15-14	圖 15-15

(四)舉任一正六角錐之切割圖與展開圖對照



(五)舉任一正八角錐之切割圖與展開圖對照



(六)若以切割樣式來分類，也可以找出所有的展開圖。

以正五角錐為例：

5 刀都切在側面等腰三角形的腰				
4 刀都切在側面等腰三角形的腰				
3 刀都切在側面等腰三角形的腰				
2 刀都切在側面等腰三角形的腰				
只有 1 刀切在側面等腰三角形的腰				



## 肆、研究結果

利用角錐側面三角形的排列情形做分類，一一找出角錐的展開圖的方法，在操作過程排除翻轉後一樣的展開圖，找出正三角錐展開圖有 4 種、正四角錐展開圖有 8 種、正五角錐的展開圖有 15 種、正六角錐的展開圖有 33 種，此種方法可以找出所有正角錐的展開圖。在尋找角錐展開圖的規律性，從切割立體形體發想，操作正角錐的俯「視圖」紀錄切法，發現只要符合兩個切割模式，就能找到任意角錐的展開圖。模式一是角錐底面是幾邊形就僅能切幾刀，模式二是在「視圖」紀錄切法時不能出現封閉的圖形。再就切割的模式分類，以切側面等腰三角形腰的刀數分類，也可以找出所有角錐的展開圖形。

## 伍、討論

在課本中的角錐底面不一定是正多邊形，所以我們有先討論是否要做底面不是正多邊形的角錐。用了底面四邊不等長的四角錐做測試，發現四邊形邊長組合不同就有不同數量的展開圖，找出的規律無法適用到其他類的角錐，所以我們就決定以底面為正多邊形的角錐為研究對象。從實際用角錐的各面組合成展開圖中，為避免遺漏任何圖形，就用了側面的組合分類方法，一一的把展開圖找出來。正三角錐到正六角錐展開圖的個數分別為 4、8、15、33 個，本來大家想要找出數量關係，但發現角錐底面越多邊，排列要考慮的情形越多(組合的樣式不一樣)，所以就改找其他的規律。接下來就提出了一個想法，是不是可以從切開角錐的方式來找出所有展開圖？發現只要同時符合 2 個條件( $n$  角錐就切  $n$  刀及切割線在視圖中不能連成封閉圖形)就能找出展開圖，若再以切割方式做分類，也可以找出全部的展開圖。為什麼  $n$  角錐要切  $n$  刀？ $n$  角錐有  $n \times 2$  條邊，最少切  $n$  刀才能把立體形體完全展開，但若多切一刀就會發生其中一個面會與展開圖分離，從角錐視圖看來就是切割線形成一個封閉的圖形。

## 陸、結論

我們很開心能找到很簡單的方法快速找出所有正角錐的所有展開圖，若將來有機會及更多的時間，我們會想找出各種正角錐間數量關係或排列組合的規律。

## 柒、參考文獻

- 一、康軒文教事業（2021）。國民小學數學課本第 9 冊第 10 單元立體形體。新北市：康軒。
- 二、中華民國 46 屆中小學科學展覽會國小組數學優秀作品。柏拉圖的天空-正多面體展開圖之研究。
- 三、中華民國 56 屆中小學科學展覽會國小組數學優秀作品。翻轉乾坤。