

屏東縣第 63 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：物理科

組 別：國中組

作品名稱：

「編」化莫測—Macrame 結構探討

關 鍵 字：形變、繩結

編 號：B2012

製作說明：

1. 說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
2. 編號：由承辦學校統一編列。
3. 封面編排由參展作者自行設計。

「編」化莫測—Macrame 結構探討

壹、研究動機

我們在國一童軍課接觸到各種實用繩結，仔細研究後，發現了 Macrame(又稱作「法式編織」)，且某次在校門口看到有路人提著這類編織的水壺提袋，令我們很驚訝，因為這是較為繁複、裝飾性和實用性兼具的高單價物品，在生活中竟然會這麼常見！我們著手研究，發現在網路上有不少愛好者分享相關的實作影片，讓我們躍躍欲試，嘗試不同方法對於提袋成品會有哪些影響。

貳、研究問題

- 一、紙繩在不同重量的垂掛物下的形變比例的規律。
- 二、不同提袋結構的分力探討。
- 三、簡易繩結的支撐能力有何差異。
- 四、法式編織是否具有作為手提袋的支撐能力。

參、研究器材與設備



課桌



彈簧秤



自製掛勾



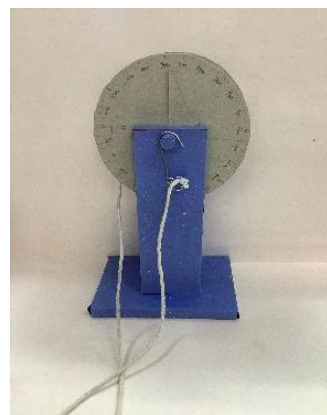
11 號氣球



紙繩和中國結繩



砝碼



自製拉力計

肆、文獻探討

Bayman(1977)在 Theory of hitches^[2]中有提到，繩結在打結時，產生的張力 T_1 、 T_2 不會相同，而是隨摩擦係數 μ 和角度 θ (以弧度表示) 改變，公式合示意圖如下(圖 1-1):

$$\text{公式 1 } T_1 < T_2 \leq T_1 e^{\mu\theta}$$

文獻中也有提到當有交錯時，形成的張力也會不同，會由常數 η 決定(圖 1-2)。

$$\text{公式 2 } T_1 < T_2 \leq T_1 + \eta T$$

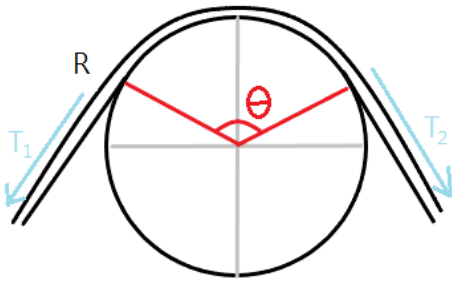


圖 1-1 公式 1 式意圖

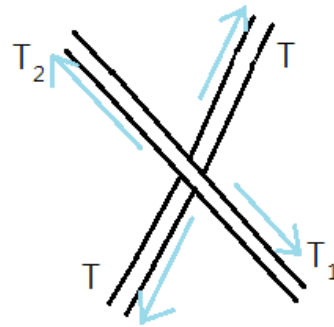


圖 1-2 公式 1 式意圖

T 為交叉中的另一條繩子，雖然文獻中有提到 η 常數是由圍繞的柱子直徑和摩擦係數決定，但沒有提出明確公式計算 η 和柱子直徑與摩擦係數的關係。只有分類若 $\eta\epsilon < 1$ 時為低摩擦力，反之亦然($\epsilon = e^{2\pi}$)。而且，文獻中的結繩是有繞著一個柱子的，蛋我們研究中的繩結是不繞柱子的(例: 平結)，所以我們也希望製作實驗來解決不環繞柱子的結種類探討。

在 How strong is your knots(2020)^[3]中麻省理工學院的研究人員使用了一種根據壓力改變顏色的繩子材料，以此測量出不同繩結的優劣程度。繩結的強度主要由「交點數」和「扭轉程度」決定(圖 2-1、2-2)。「交點數」增加繩子對於結的摩擦力，進一步增強繩結強度。而「扭轉程度」會增加繩結的強度，但文獻中沒有明確說明「扭轉程度」和繩結的強度之間的精準關係。而此文獻和 Theory of hitches 不同的是，這篇研究是探討不環繞柱子的結。

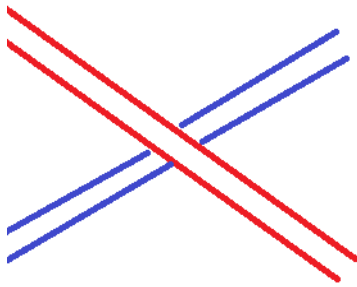


圖 2-1 交點示意圖

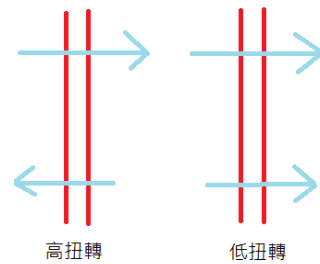


圖 2-2 高扭轉和低扭轉程度

文獻中也有提到支撐力強的結並不是常見的平結、祖母結或小偷結等，而是更為複雜的水手扣、阿爾卑斯蝴蝶結或齊柏林結。所以我們想分析交點和扭轉程度和繩結強度的差別。

伍、研究歷程與方法

一、紙繩在垂掛重物下的形變

1. 實驗構想：我們想探討懸掛重物對紙繩的影響，查詢資料後，我們發現施力後會產生位移形變。因為在懸掛物品的情況下較不會產生位移，所以我們設計一個實驗裝置以便觀察形變有無規律。

2. 實驗器材



圖 3-1 支撐架



圖 3-2 砝碼



圖 3-3 紙繩



圖 3-4 夾鏈袋

3. 實驗設計

3-1 組裝塑膠測試架：我們設想使用積木拼組測試架，在綁上不同長度紙繩後，依次懸掛重物並觀察紙繩延長的長度。

3-2 實木測試架：經過幾次實驗後我們發現自製架子無法支撐重量，所以改以課桌作為支撐架，並在課桌邊角固定實木條，於懸掛砝碼後測量原長度和懸掛後的長度比較，如圖 4。



圖 4 懸掛砝碼

二、 在不同提袋結構中的分力探討

一個二維不限方向的力可被畫為一個向量的形式。在查詢資料後，我們了解一個二維的力可被分為「水平力」和「垂直力」。若力是施在一個不同方向的繩子上，則力的方向會和繩子的方向相同。所以我們想分析哪一種提袋結構能兼具容量、方便、和支撐能力。製作這個分析有利於之後的法式編織提袋設計

(一)分析方法

我們嘗試模擬將提帶固定在線段上，再將末端固定在一點。控制提袋和地面的角度和容量大小。再計算施有向下的力會對提帶施多大的力。提袋和地面的角度分為 30 度、45 度、60 度和 75 度，容量大小分為幾個常用提袋種類水壺提袋(寬 10cm)、隨身背袋(寬 15cm)、小型購物袋(寬 20cm)、購物袋(寬 25cm)、支撐能力以單條提袋承受的力計算。垂直力和水平力的計算是以力和地面角度計算，分別是 $\sin x$ 和 $\cos x$ 來表示。

計算方式是對提帶施向下 5N 的力再計算提帶承受的力。5N 的力會被帶分在 X 力和 Y 力(圖 5-1)，其中 X 力又被分為垂直的 2.5N 的力和水平的 A 力。A 和垂直力的關係為 $A : 2.5 = \cos x : \sin x$ (圖 5-2)，使用比例公式可求得 $A \cdot \sin x = 2.5 \cdot \cos x$ ， $A = 2.5 \cot x$ 再將 $A + 2.5N = 2.5 \cot x + 2.5 = X = Y$

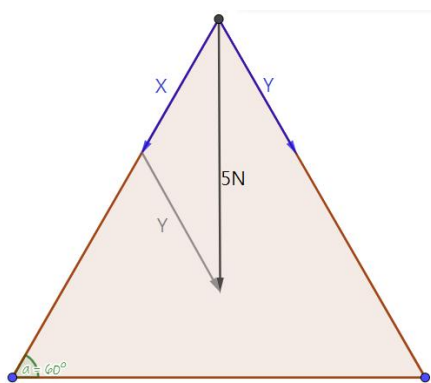


圖 5-1 分力示意圖

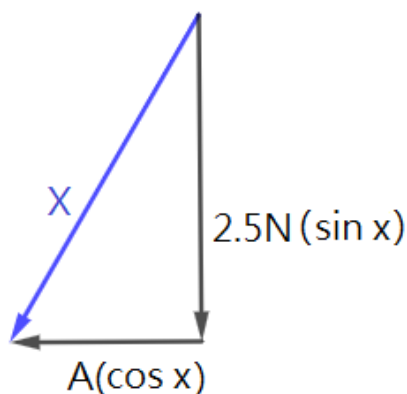


圖 5-2 X 力分力示意圖

(二) 提袋長度分析

計算提帶和袋子的距離，若拒提太遠或太近皆會影響方便程度，所以我們想分析在不同結構下的方便程度。

可得知的資訊為提袋和袋子的角度 x 和容量大小(寬度) w ，若要求出高度 h 可用 $h : w = \sin x : \cos x$ 用比例公式可求得 $w \cdot \sin x = h \cdot \cos x$ ， $h = w \tan x$

三、簡易繩結的支撐能力

(一) 實驗構想

由於在 Theory of Hitches 中的繩結分析只有在有纏繞柱子的結，但在各種法是編織都未使用有纏繞支柱的繩結。所以我們想要製作不纏繞柱子繩結的支撐能力分析。原本我們想用彈簧秤來測量要施多少力可以使繩結鬆開。但我們彈簧秤只有 1000gw 的刻度，我們嘗試去做一個自製拉力計。

(二) 實驗設計

我們將棉繩網在滾輪上，先固定一端，再將 500g 的彈簧秤綁在另一頭(圖 6-1)，測量出從 0gw 至 500gw 每增加 50gw，拉力計所對應的度數。在計算增加平均值後並推演到大於 500gw 拉力刻度，將數值標至拉力計，即完成拉力計製作(圖 6-2)。

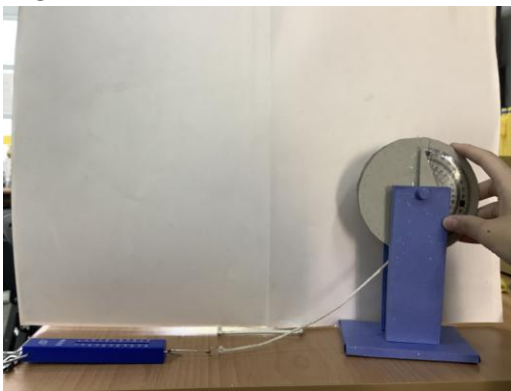


圖 6-1 拉力計測量

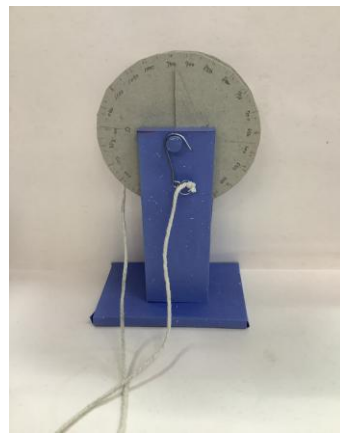


圖 6-2 標註刻度後的拉力計

在製作出拉力計後，我們想製作繩結支撐強度的實驗。將繩結的一端固定，在將繩結綁在拉力計上，再測量施多少的力時繩結會鬆開(圖 6)。



圖 7

(三) 實驗器材

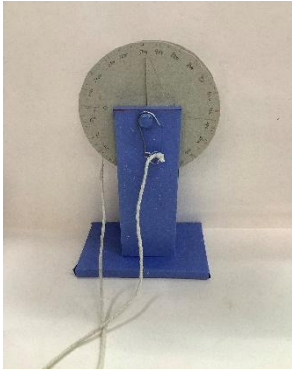


圖 8-1 拉力計



圖 8-2 繩結



圖 8-3 長尾夾

實驗的繩結有: 平結、祖母結、小偷結、水手扣和在“ How strong is your knots?” (2020)^[2]中所認為是支撐力最強的齊柏林結。



圖 9-1 平結



圖 9-2 祖母結



圖 9-3 小偷結



圖 9-4 水手扣



圖 9-5 齊柏林結

四、法式編織是否具有作為手提袋的支撐能力

(一) 法式編織袋的材料選定

1. 實驗構想

我們原先想嘗試用塑膠繩編織法式編織，經過嘗試後我們發現塑膠繩的摩擦力不夠大，打出來的平結很容易鬆掉。所以我們準備了多種不同材質的繩子，從中找出摩擦力最大的材質。

2. 實驗器材



圖 10-1 彈簧秤



圖 10-2 紙繩和中國結繩



圖 10-3 長尾夾

3. 實驗設計

我們準備了 5 種材質的結繩:塑膠繩(粗糙)、塑膠繩(平滑)、棉繩、紙繩。用小型長尾夾模擬平結的另一端，接著在結繩的一頭裝上彈簧秤。觀察需要施多少力才能將其解開，即為該繩的摩擦力。

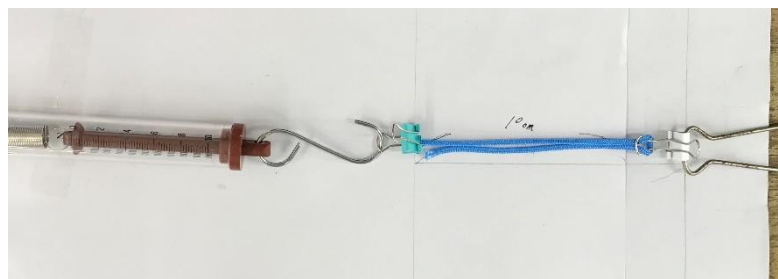


圖 11-1 實驗裝置

(二) 編織袋支撐能力

1. 實驗器材



圖 12-1 編織袋



圖 12-2 氣球



圖 12-3 彈簧秤

2. 實驗設計

在分析繩結強度後，我們想要實際分析法式編織是否可以作為讓常使用的手提袋。我們想從可支撐的容量大小和承重能力製作，從在編織袋中放入充氣過的氣球(圖 9-1)，和在編織袋中放入重物(圖 9-2)來觀察變化。

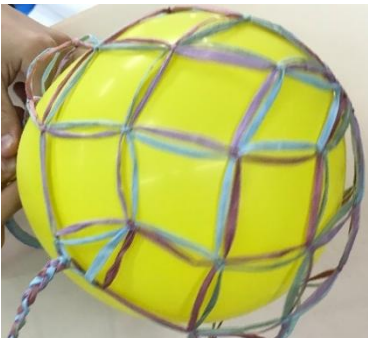


圖 9-1



圖 9-2

我們使用 12 條紙繩每個結間距 3cm、16 條紙繩每個結間距 3cm 和 16 條紙繩每個結間距 5cm，來比較不同編織袋的支撐能力。



圖 13-1

圖 13-2

圖 13-3

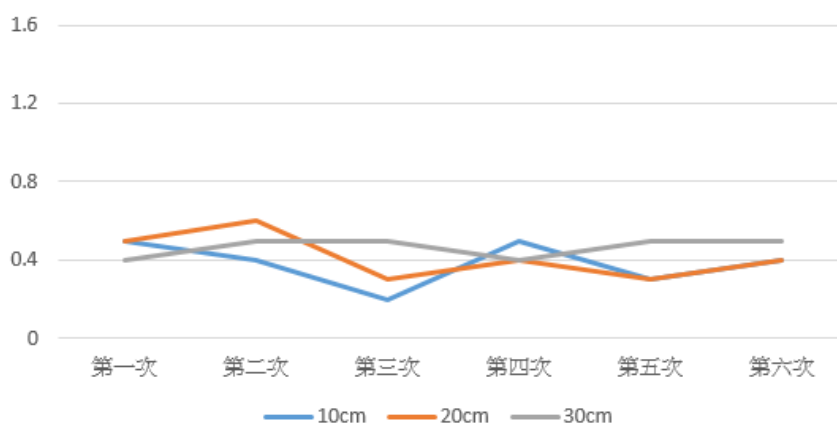
陸、研究結果

一、紙繩在垂掛重物下的形變

表 1 500g 重的砝碼懸掛在 10cm、20cm 和 30cm 紙繩的形變
離群值標為紅色

	10cm		20cm		30cm	
	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$
第 1 次	0.5	5%	0.5	2.5%	0.4	1.3%
第 2 次	0.1	1%	0.6	3%	0.5	1.6%
第 3 次	0.2	2%	0.3	1.5%	0.5	1.6%
第 4 次	0.5	5%	0.1	0.5%	0.4	1.3%
第 5 次	0.3	3%	0.3	1.5%	0.5	1.6%
第 6 次	0.4	4%	0.4	2%	0.7	2.3%
平均值	0.33	3.3%	0.37	1.8%	0.5	1.6%
扣除離群值 平均	0.38	3.8%	0.42	2.1%	0.46	1.5%

500g 砝碼懸掛後的形變



500g砝碼懸掛後的形變和原長度的比值

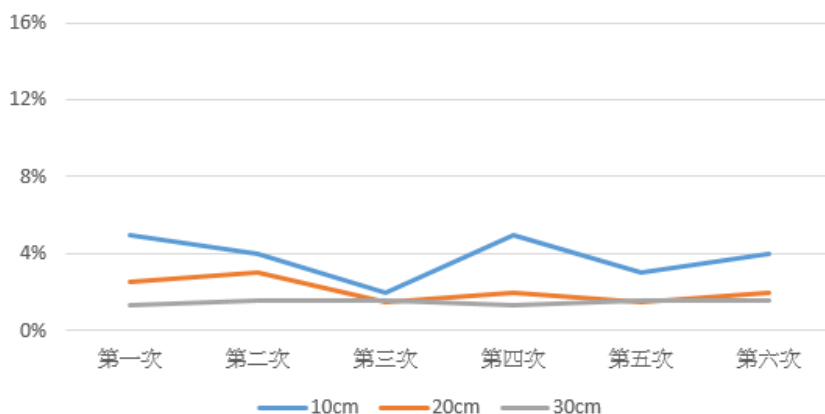
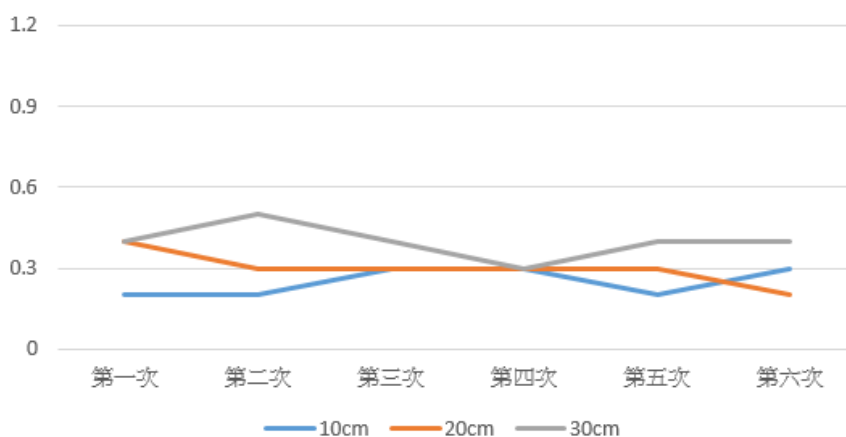


表 1a、1b

表 2 300g 重的砝碼懸掛在 10cm、20cm 和 30cm 紙繩的形變(離群值標為紅色)

	10cm		20cm		30cm	
	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$
第 1 次	0.2	2%	0.4	2%	0.4	1.3%
第 2 次	0.2	2%	0.3	1.5%	0.5	1.7%
第 3 次	0.4	4%	0.3	1.5%	0.4	1.3%
第 4 次	0.3	3%	0.3	1.5%	0.3	1%
第 5 次	0.2	2%	0.3	1.5%	0.4	1.3%
第 6 次	0.3	3%	0.2	1%	0.4	1.3%
平均值	0.27	2.7%	0.3	1.5%	0.4	1.3%
扣除離群值 平均	0.24	2.4%	0.3	1.5%	0.4	1.3%

300g砝碼懸掛後的形變



300g砝碼懸掛後的形變和原長度的比值

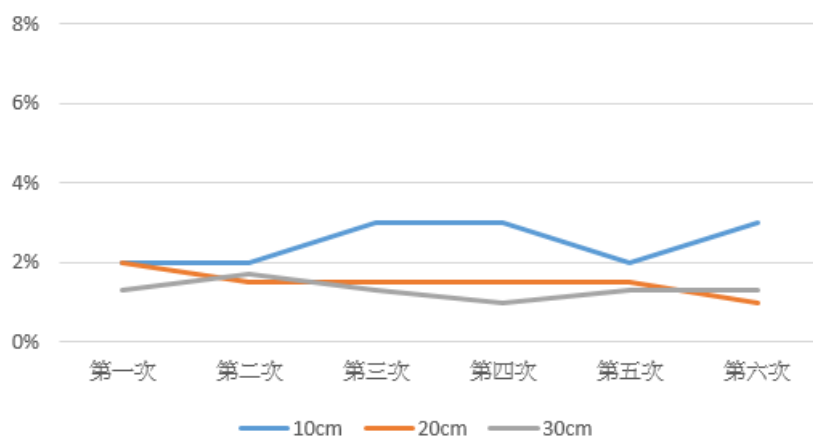
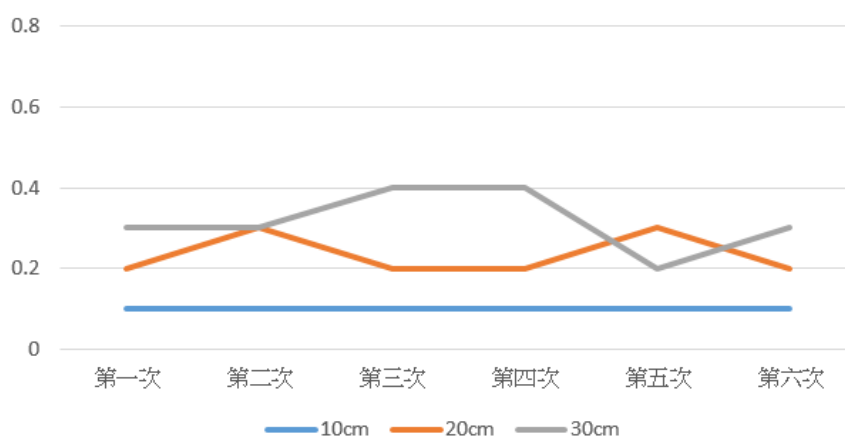


表 2a、2b

表 3 100g 重的砝碼懸掛在 10cm、20cm 和 30cm 紙繩的形變

	10cm		20cm		30cm	
	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$
第 1 次	0.1	1%	0.2	1%	0.3	1.3%
第 2 次	0.1	1%	0.3	1.5%	0.3	1.6%
第 3 次	0.1	1%	0.2	1%	0.4	1.6%
第 4 次	0.1	1%	0.2	1%	0.4	1.3%
第 5 次	0.1	1%	0.3	1.5%	0.2	0.7%
第 6 次	0.1	1%	0.2	1%	0.1	0.3%
平均值	0.1	1%	0.23	1.1%	0.28	1.1%
扣除離群值後平均	0.1	1%	0.23	1.1%	0.32	1.3%

100g砝碼懸掛後的形變



100g砝碼懸掛後的形變和原長度的百分比

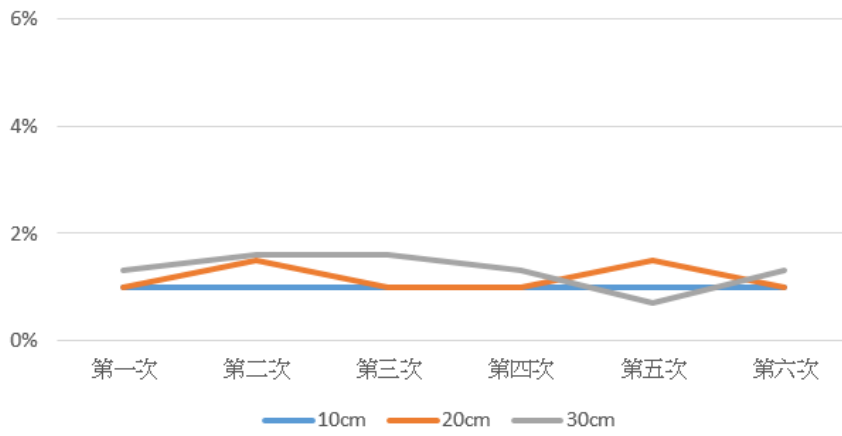


表 3a、3b

【結果討論】

表 4a、4b 實驗結果的數據平均值比較

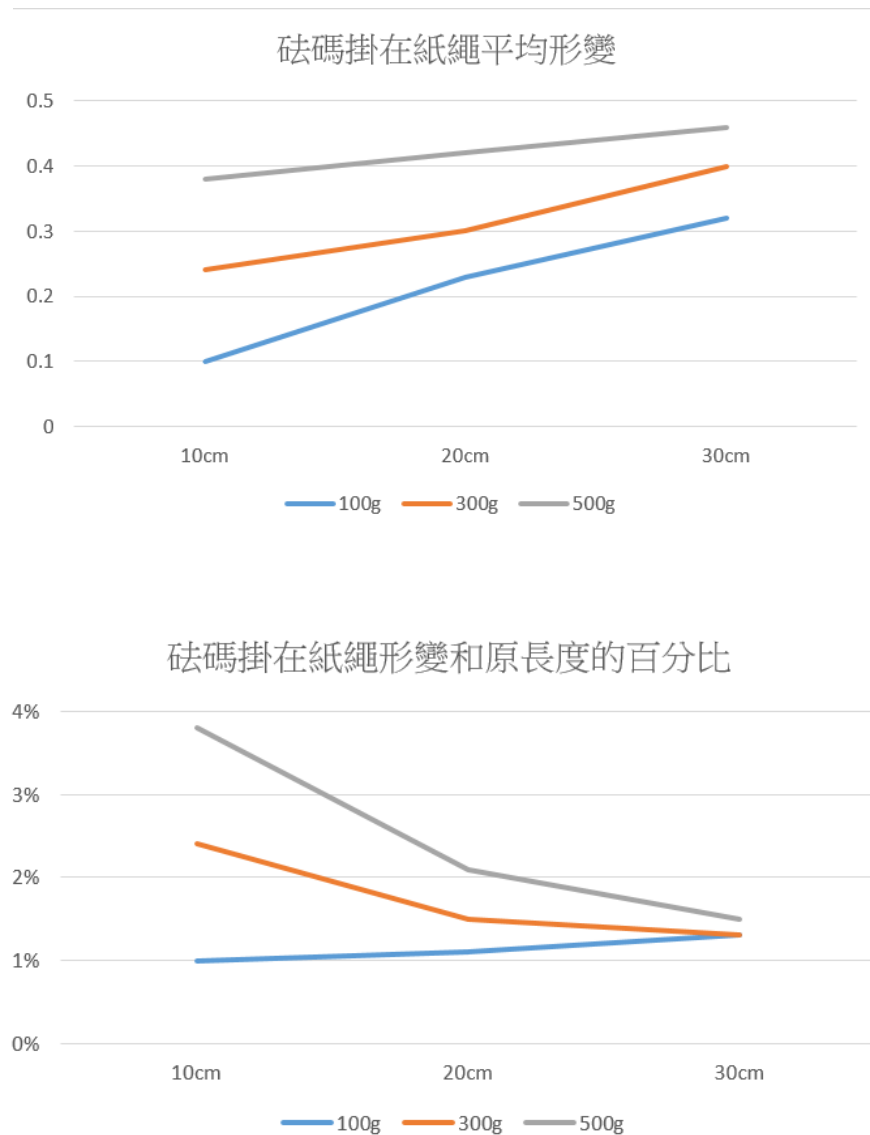


表 4a、4b

我們發現即使重量不變，隨著長度增加，紙繩的形變也會增加。且當懸掛重物越輕增加的比率會些微增加。紙繩會因為長度和施力大小而改變形變大小。當我們觀察形變和原長的百分比後，我們發現只有 100g 的實驗對於不同長度的百分比上升，經過比對後，我們覺得是因為 100g 的形變在較長的紙繩下形變較大才會導致比率上升。

二、 在不同提袋結構中的分力探討

(一) 力圖分析

因為力的大小只受角度影響，不受距離影響，所以下方圖利省略不同大小的提袋力圖分析(圖 4-1、4-2、4-3、4-4)。

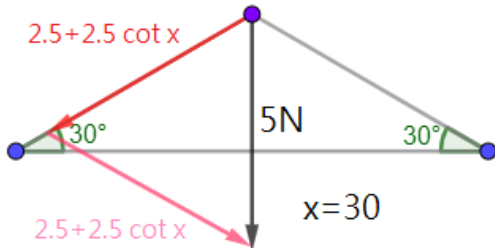


圖 14-1

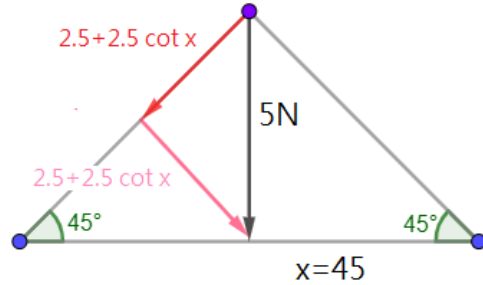


圖 14-2

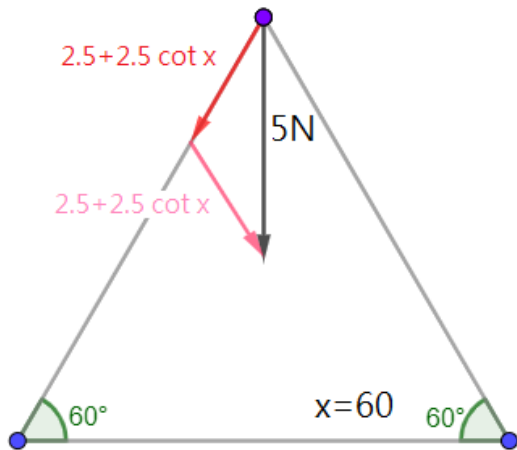


圖 14-3

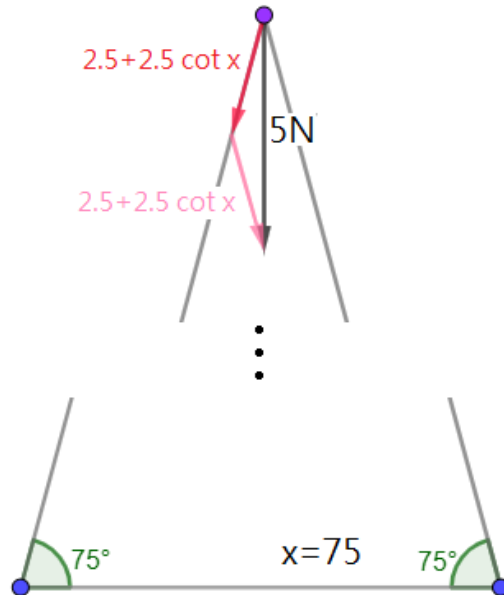


圖 14-4

表 5 提袋和袋子的角度與容量大小與拉力的關係(單位: N)

	30°	45°	60°	75°
水壺提袋(寬 10cm)	6.8	5	3.9	3.1
隨身背袋(寬 15cm)	6.8	5	3.9	3.1
小型購物袋(寬 20cm)	6.8	5	3.9	3.1
購物袋(寬 25cm)	6.8	5	3.9	3.1

不同大小和角度的袋子形式的分力大小

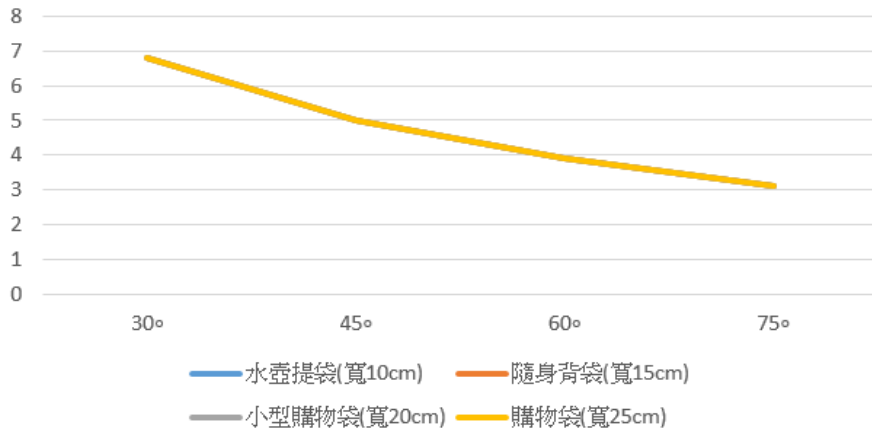


表 5a

(二) 方便程度分析

表 6 將高度 $10 \leq h$ 和 $h \geq 30$ 的種類標為「不方便」，並標紅色(單位: cm)

	30°	45°	60°	75°
水壺提袋(寬 10cm)	2.9	5	8.7	18.6
隨身背袋(寬 15cm)	4.3	7.5	13.0	28.0
小型購物袋(寬 20cm)	5.8	10	17.3	37.3
購物袋(寬 25cm)	7.2	12.5	21.7	46.7

不同角度和大小的提帶和本體的距離

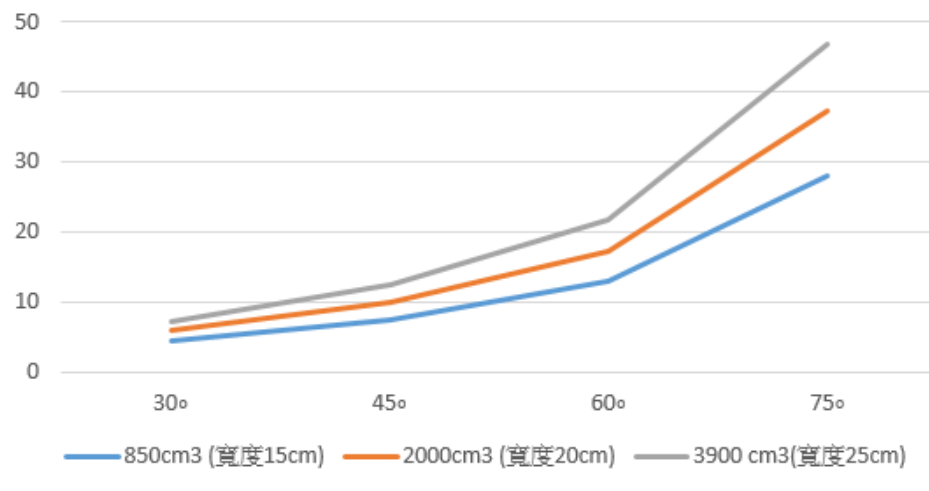


表 6a

【結果與討論】

從分析結果可得知，提帶和袋子之間的角度越小，每條提袋所受的力越大。且若角度小於 45 度，提帶承受的力會大於原本垂直向下的力。且若角度在 45 度以下，手提的地方和袋子距離也會太短。即使角度越大，提帶承受的力越小，但手提的地方和袋子距離會隨著角度增加而大幅增加，所以經過分析後，我們覺得提袋和袋子的角度約是 60 度最好，可以適用大部分大小的袋子。經過推導後提帶長度和袋子寬大約保持 $\sqrt{3}:1$ 最適合，但特別腳的袋子(例:水壺袋)，提袋的長度和袋子寬的比值要比一般提袋更大

三、簡易繩結的支撐能力

(一) 拉力計製作

表 7 拉力計在不同彈簧秤刻度的旋轉角度(單位: 度)

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	平均	扣除離群值平均
50gw	25	29	30	22	24	24	25.7	24.8
100gw	40	36	37	40	37	43	38.8	38
150gw	58	60	60	56	55	55	57.3	57.3
200gw	73	69	66	70	68	73	69.8	69.8
250gw	88	88	88	85	86	85	86.7	86.7
300gw	96	96	94	95	95	101	96.2	95.2
350gw	115	116	117	114	114	112	114.7	114.4
400gw	133	131	125	125	123	128	127.5	126.4
450gw	143	147	146	142	141	145	144	144.6
500gw	154	161	155	165	153	156	157.3	158.2

*離群值標為紅色。

不同重量拉力對於拉力計的刻度

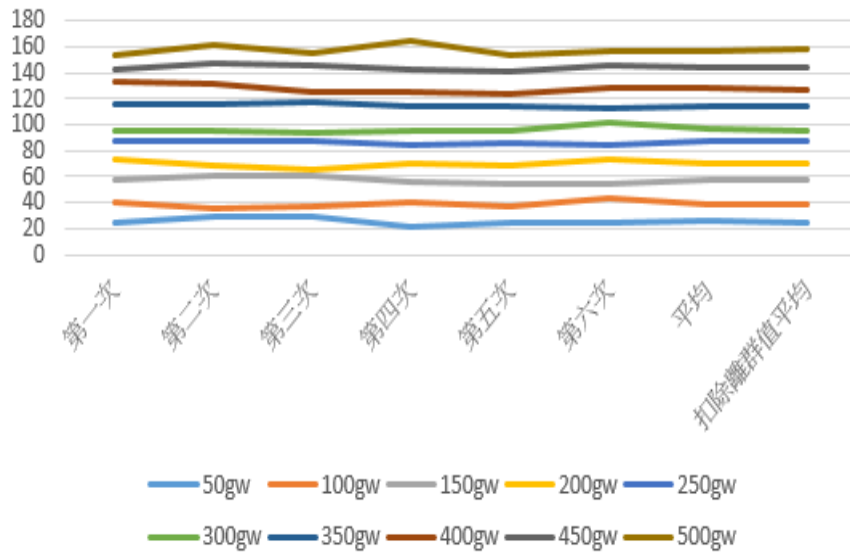


表 7a

表 8 50-500gw 的彈簧秤刻度對於拉力計平均旋轉角度(單位: 度)

	50g	100g	150g	200g	250g	300g	350g	400g	450g	500g
	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
平均	24.8	38	57.3	69.8	86.7	95.2	114.4	126.4	144.6	158.2
差	13.2	19.3	12.5	16.9	8.5	19.2	12	18.2	13.6	x

平均角度差 = $158.2^\circ \div 10 \approx 15.8^\circ$

平均拉力計旋轉角度和角度差

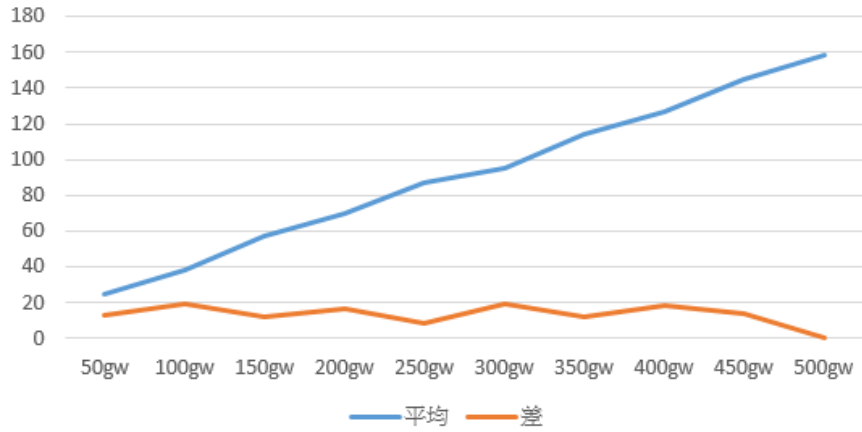


表 8a

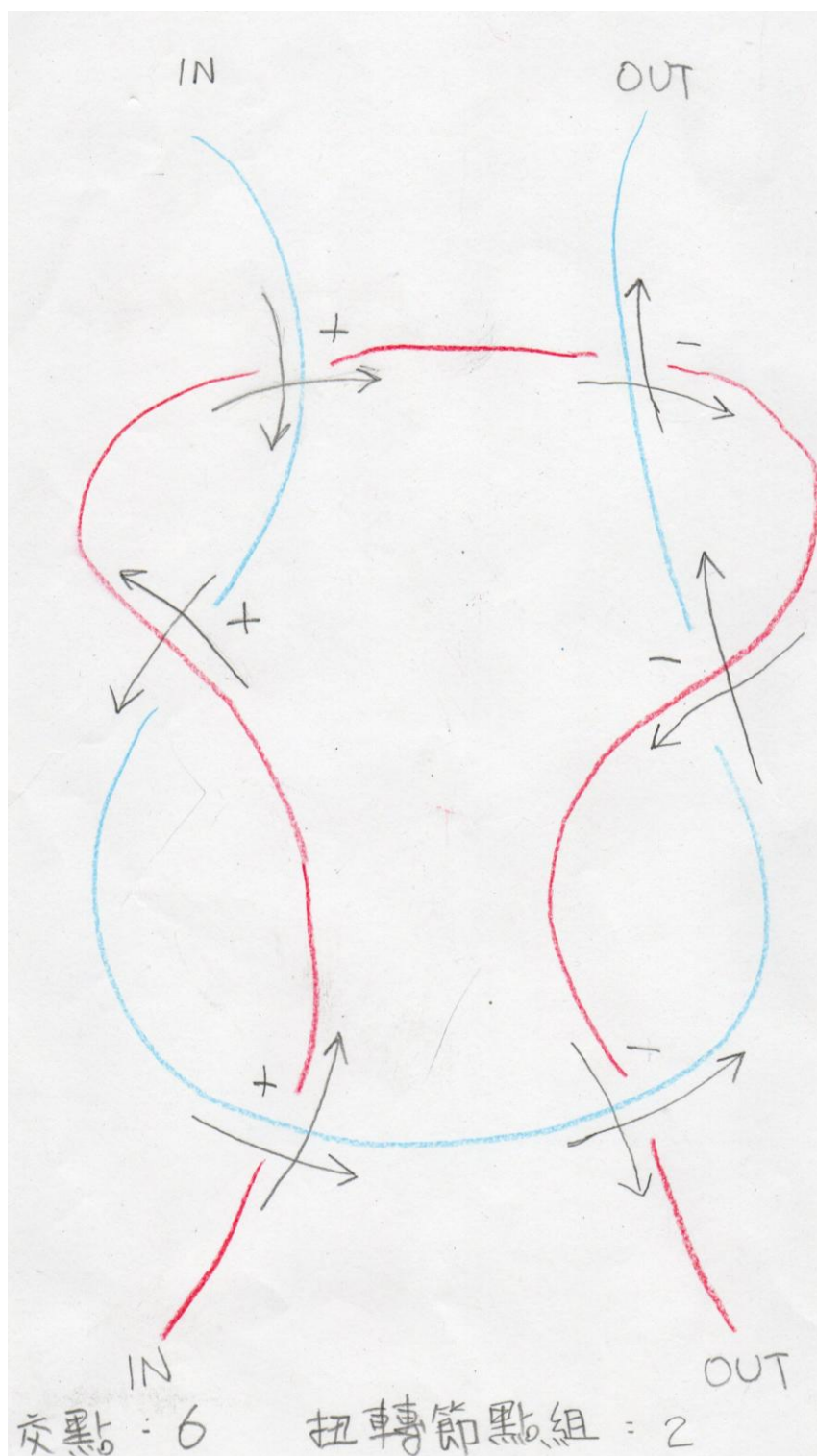
表 9 以平均角度差推演的拉力計刻度(單位: 度)

力	50gw	100g	150g	200g	250g	300g	350g	400g	450g	500g
	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
角度	15.8	31.6	47.4	63.2	79	94.8	110.6	126.4	142.2	158
力	550g	600g	650g	700g	750g	800g	850g	900g	950g	1000g
	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
角度	173.8	189.6	205.4	221.2	237	252.8	268.6	284.4	300.2	316
力	1050g	1100g	1150g	1200g	1250g	1300g	1350g	1400g	1450g	1500g
	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
角度	331.8	347.6	331.8	347.6	331.8	347.6	331.8	347.6	331.8	347.6
力	1550g	1600g	1650g	1700g	1750g	1800g	1850g	1900g	1950g	2000g
	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
角度	489.8	505.6	489.8	505.6	489.8	505.6	489.8	505.6	489.8	505.6

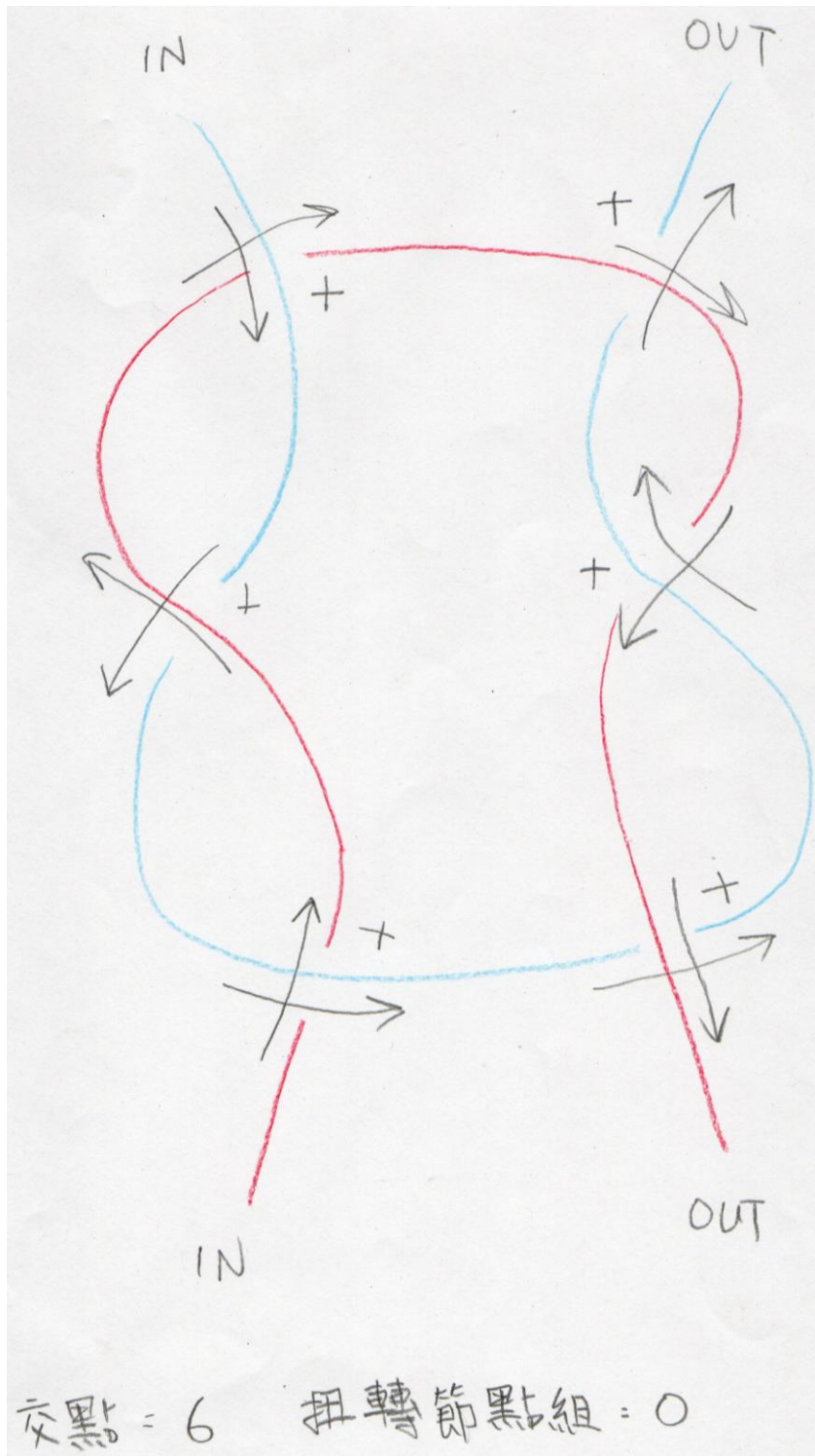
(二) 繩結結構分析

在製作實驗之前，我們想先嘗試分析繩結結構並推測繩結強度的關係。

下圖係平結示意

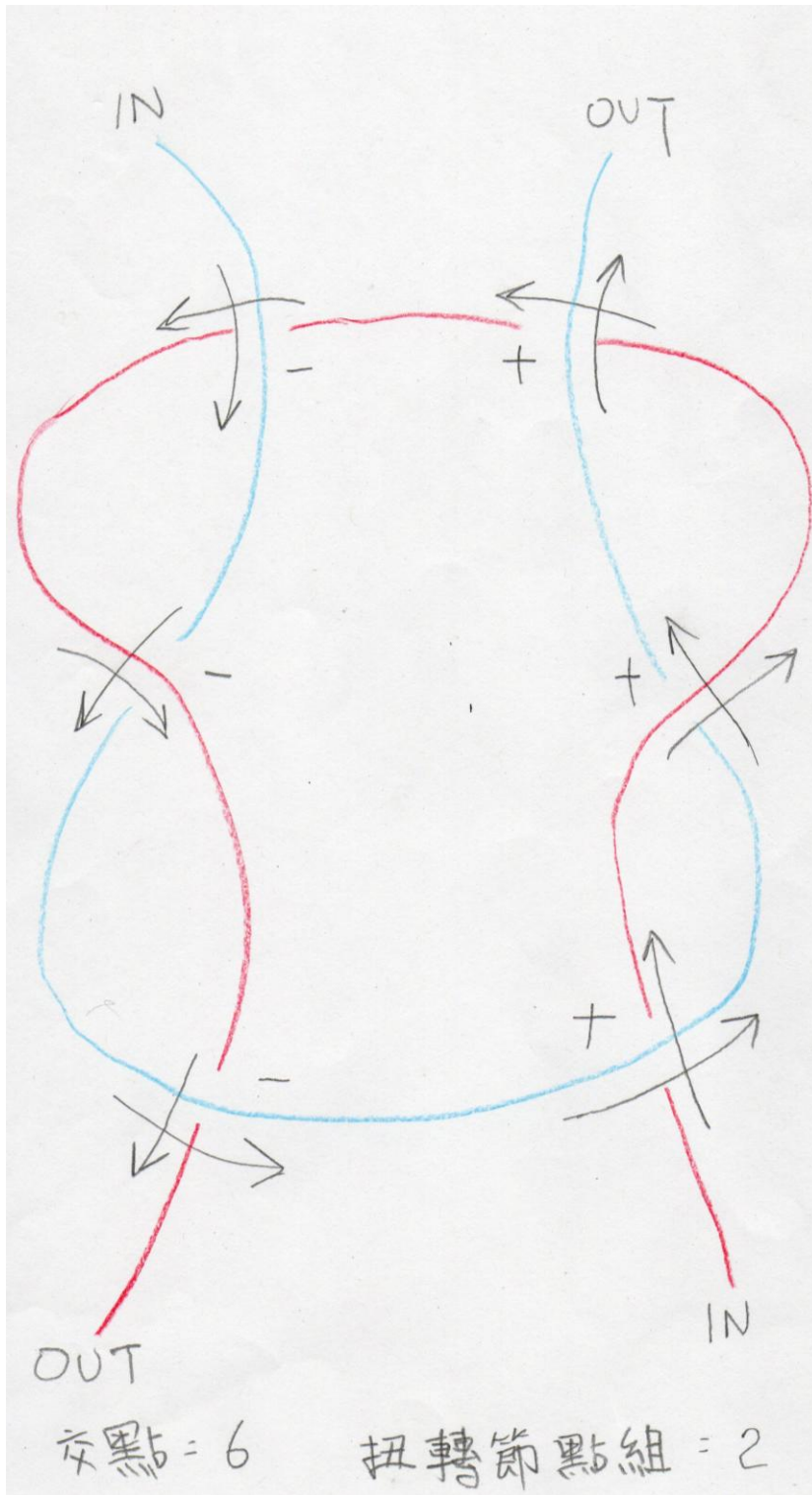


祖母結 示意

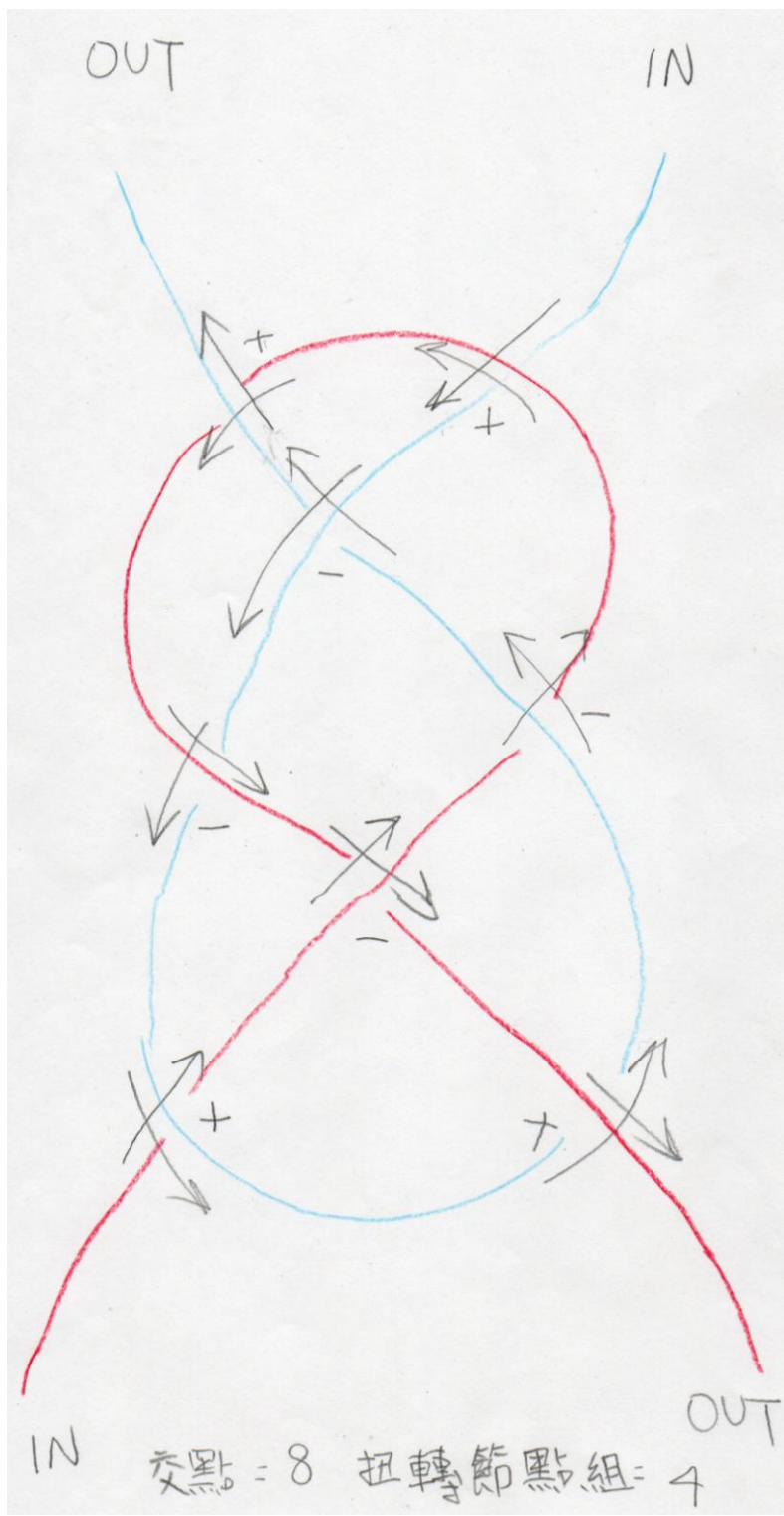


交點 = 6 扭轉節點組 = 0

小偷結示意



水手扣示意



祖母結示意

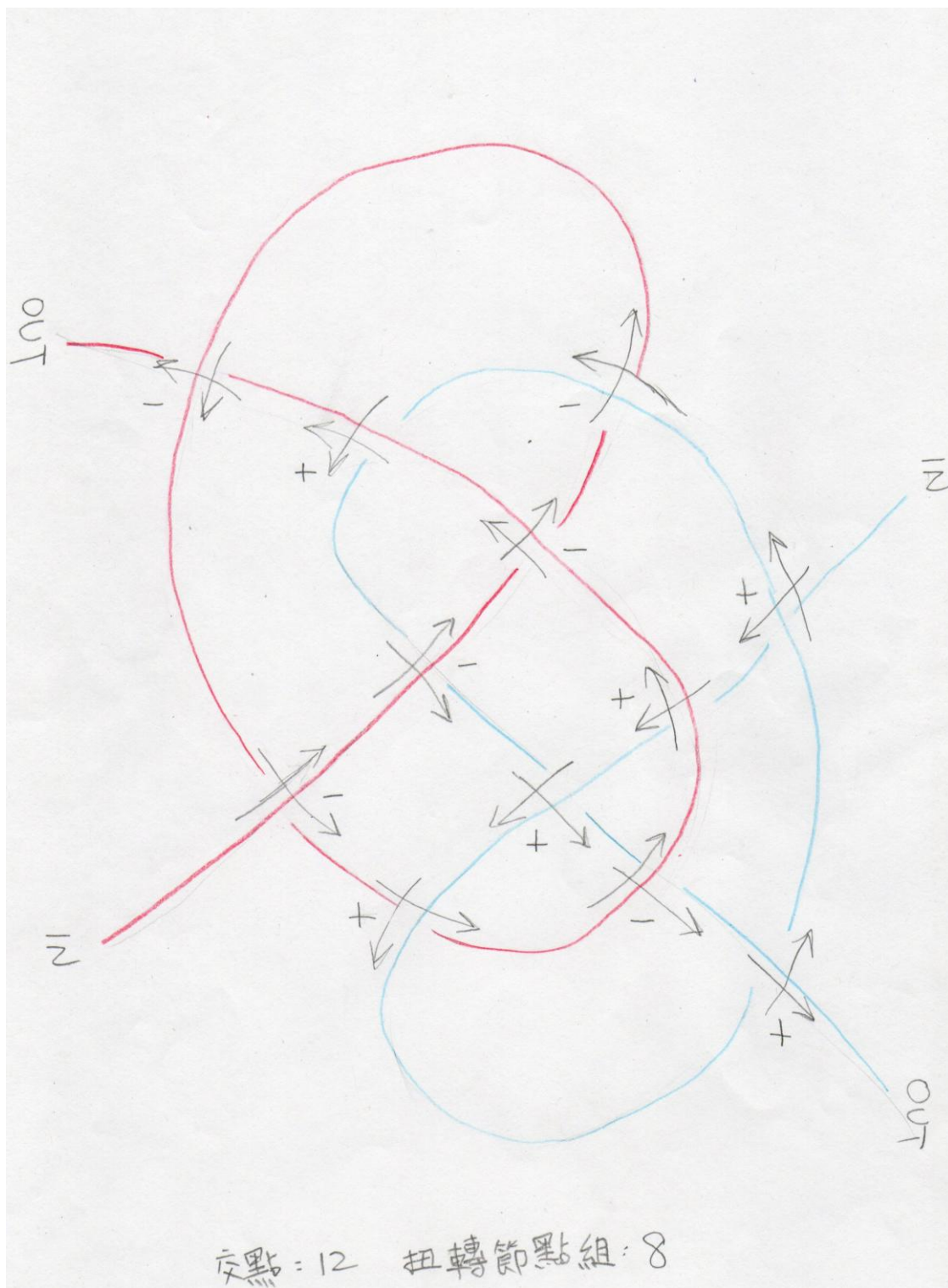


表 10 不同繩結的交點和扭轉程度

類別	平結	祖母結	小偷結	水手扣	齊柏林結
交點數	6	6	6	8	12
扭轉程度	2	0	2	4	8

根據文獻中所解釋的規則，交點和扭轉程度越大，則繩結強度越強。所以我們想使用實驗來驗證交點和扭轉程度是否和繩結強度有關係。

(三) 繩結強度實驗：我們想了解繩結施力後會不會鬆開。

表 11 繩結在施予多少力會鬆開(單位 gw)

次數	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次	平均值
平結	240	210	210	210	220	230	220
祖母結	140	140	120	140	140	130	135
小偷結	120	120	100	110	130	120	116.7
水手扣	550	530	550	530	530	560	541.7
齊柏林結	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000

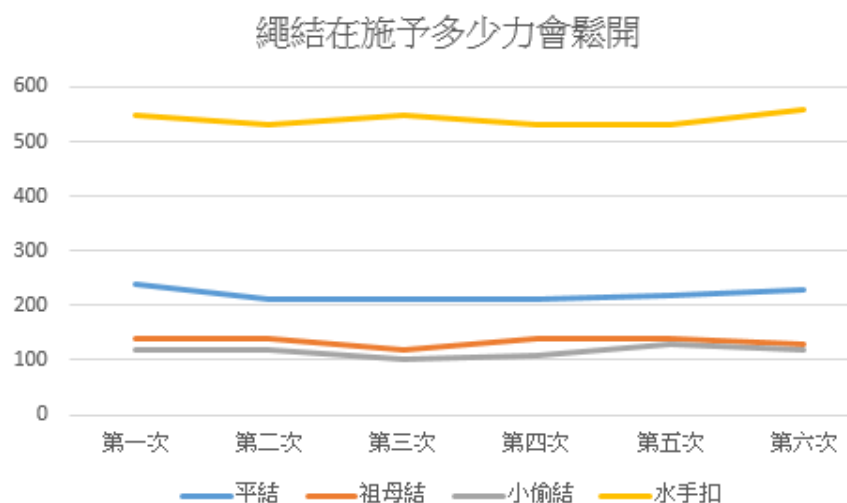
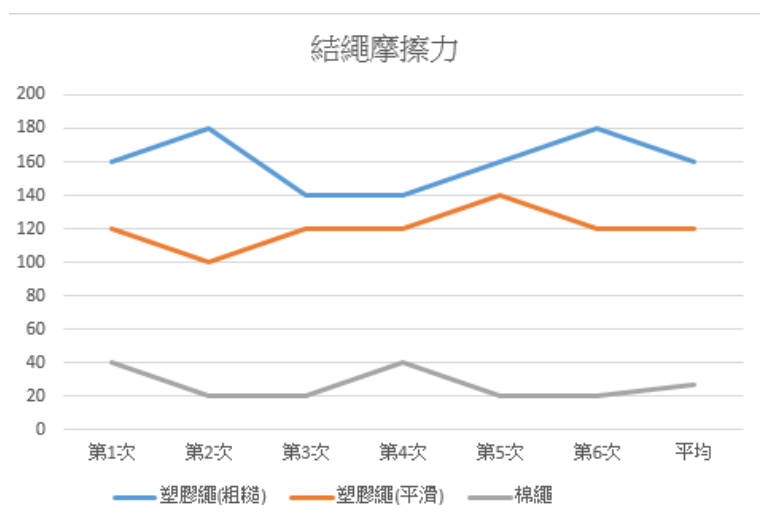


表 11a

從表 11a 可得知交點數和扭轉程度均大於其他結得水手扣的支撐能力明顯比其他繩結強，而扭轉程度較祖母結大的平結的強度也比較好。但交點數和扭轉程度相等的平結合小偷結的強度卻不同，可能是因為施力方向不同的關係。

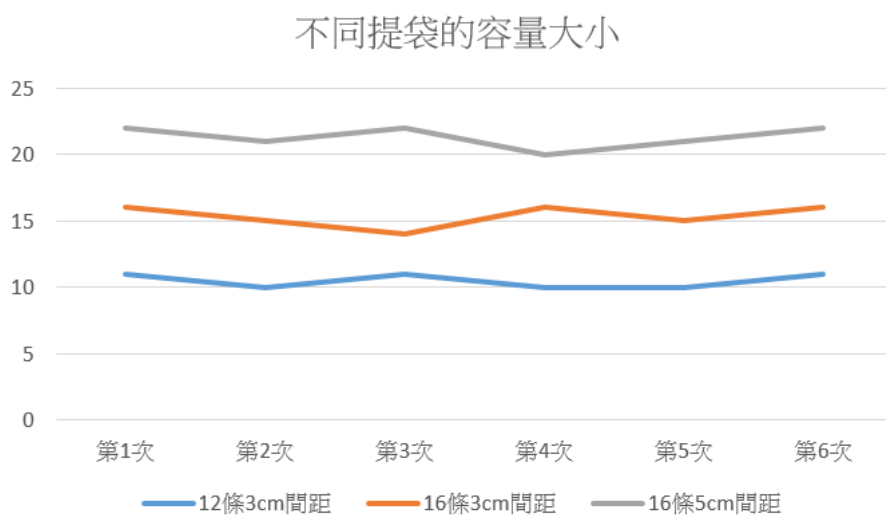
由於在文獻中關於「扭轉程度和交點」對應「繩結強度」的關係探討不明確，所以我們透過平結與祖母結、小偷結和水手扣比較繩結強度。



(二) 法式編織袋的分析

表 16 不同結構的法式編織袋的容量大小(寬度)

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次	平均
12 條 3cm 間距	11	10	11	10	10	11	10.5
16 條 3cm 間距	16	15	14	16	15	16	15.3
16 條 5cm 間距	22	21	22	20	21	22	21.3



關於編織袋的「支撐能力」的分析，在依定拉力下測試狀態，結果如下：

表 16 不同結構的法式編織袋在 2000gw 的拉力下是否有完好

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次
12 條 3cm 間距	○	○	○	○	○	○
16 條 3cm 間距	○	○	○	○	○	○
16 條 5cm 間距	○	○	○	○	○	○

【結果討論】法式編織袋的容量可以做為一般日常的提袋使用。因為編織袋是由數十條紙繩組成。由於力平分散在各條繩股上，根據表 16，法式編織的支撐能力可以用於提取一定重量的物品。

柒、研究結論

- 一、紙繩懸掛重物的重量不變，紙繩會依繩長產生形變。隨著紙繩長度增加，形變程度也會增加。
- 二、提帶和袋子寬度的比例保持 2：1，可以適用大部分的袋子，每條提帶也不會承受過大的拉力。
- 三、繩結強度會和交點數、扭轉程度和施力方向而改變。每增加 2 個交點會增加 2.2 倍的強度，每增加 2 扭轉程度，強度約增加 1.5 倍。
- 四、編織袋的支撐能力可以用於提取大於 2kgw 的物品。

捌、參考文獻

- [1]天下文化 觀念物理 Paul G. Hewitt 著 蔡坤憲譯
- [2]Theory of Hitches—Benjamin F. Bayman (1977)
- [3]How strong is your knots?(2020)—<https://news.mit.edu/2020/model-how-strong-knot-0102>
- [4] ワックスコードで作れる大人可愛いマクラメバッグの作り方--
https://www.youtube.com/watch?v=jLgDum8pl_Y