

屏東縣第 60 屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：魔術撲克牌的奧秘

關 鍵 詞： 魔術、撲克牌、 （最多三個）

編號：A1023

作品名稱：魔術撲克牌的奧秘

摘要

魔術與撲克牌一直是休閒時最好的夥伴，可以玩的把戲很多，咱們來玩吧。

壹、研究動機

數學，在許多孩子眼中是科煩瑣的學科，聽不懂就不會，有點懂也又不知從何下筆，要想要算又要寫，還不如花點腦筋去想破關的方法。四下（第八冊）第四單元—加減混合和乘除混合就是一個讓小朋友頭痛的單元，數學真有這麼無趣嗎？跟著我們尋找數學好玩、有趣的一面吧！

好煩哦！下節又是數學課。

沒想到程老師手上拿著一副撲克牌，走進教室後笑瞇瞇的對我們說：「這一節課請大家把課本收起來，我們來玩撲克牌好嗎？」全班都非常高興的大叫：「好耶！太棒了！」程老師不知道是用什麼方法把撲克牌分成三堆，把每一堆的第一張牌加起來，就可以算出剩餘一疊牌的某一張牌是什麼，真是神奇。

不管我們怎麼洗牌，程老師就是可以很準確的算出某一張牌，到底有什麼秘訣呢？難道程老師真的會變魔術嗎？

貳、研究目的

- 一、 為什麼老師每次都能猜出正確的答案？
- 二、 還可以創造其他的玩法嗎？

參、研究設備及器材

撲克牌一副、紙、筆、相機

肆、研究過程或方法

- 一、 遊戲方法：
 - （一） 老師拿起 52 張牌，洗牌之後，記住最底下那張牌的花色及數字。
 - （二） 翻開第一張牌，接著繼續發牌（不顯示牌面），使其點數加張數和為十六。
 - （三） 第二堆與第三堆亦同，須讓該堆第一張牌點數加其他牌的張數和為十六。
 - （四） 第一堆牌稱為甲堆，第二堆牌稱為乙堆，第三堆牌稱為丙堆。發完三堆牌之後，

一定會有剩下的牌，稱為丁堆。

(五) 將甲、乙、丙堆的第一張牌留下，其餘牌收齊後置於丁堆牌下面，成為新的一堆，稱為戊堆。

(六) 將甲、乙、丙的第一張牌點數加起來，以此數字來發戊堆的牌，如：和為 14，從戊堆第一張牌開始發，發完 14 張在桌上後，即可猜出戊堆現在第一張的牌是什麼！

二、 發完牌後，手上戊堆的第一張牌就是之前所記住的牌。遊戲紀錄：

紀錄一	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	Q	9	3	24
再發牌張數	4	7	13	24

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙張數和} = 1 + 4 + 1 + 7 + 1 + 13 = 27$$

丁堆現在有 $52 - 27 = 25$ 張

三堆的第一張牌點數和為 24， $25 - 24 = 1$

紀錄二	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	2	Q	10	24
再發牌張數	14	4	6	24

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙張數和} = 1 + 14 + 1 + 4 + 1 + 6 = 27$$

丁堆現在有 $52 - 27 = 25$ 張

三堆的第一張牌點數和為 24， $25 - 24 = 1$

紀錄三	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	A	8	K	22
再發牌張數	15	8	3	26

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙張數和} = 1 + 15 + 1 + 8 + 1 + 3 = 29$$

丁堆現在有 $52 - 29 = 23$ 張

三堆的第一張牌點數和為 22， $23 - 22 = 1$

紀錄四	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	6	Q	7	25
再發牌張數	10	4	9	23

$$\text{甲} + \text{乙} + \text{丙張數和} = 1 + 10 + 1 + 4 + 1 + 9 = 26$$

丁堆現在有 $52 - 26 = 26$ 張

三堆的第一張牌點數和為 25， $26 - 25 = 1$

紀錄五	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	3	8	10	21
再發牌張數	13	8	6	27

甲 + 乙 + 丙張數和 = $1 + 13 + 1 + 8 + 1 + 6 = 30$

丁堆現在有 $52 - 30 = 22$ 張

三堆的第一張牌點數和為 21， $22 - 21 = 1$

紀錄六	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	K	9	10	32
再發牌張數	3	7	6	16

甲 + 乙 + 丙張數和 = $1 + 3 + 1 + 7 + 1 + 6 = 19$

丁堆現在有 $52 - 19 = 33$ 張

三堆的第一張牌點數和為 32， $33 - 32 = 1$

紀錄七	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	Q	5	Q	29
再發牌張數	4	11	4	19

甲 + 乙 + 丙張數和 = $1 + 4 + 1 + 11 + 1 + 4 = 22$

丁堆現在有 $52 - 22 = 30$ 張

三堆的第一張牌點數和為 29， $30 - 29 = 1$

紀錄八	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	9	2	10	21
再發牌張數	7	14	6	27

甲 + 乙 + 丙張數和 = $1 + 7 + 1 + 14 + 1 + 6 = 30$

丁堆現在有 $52 - 30 = 22$ 張

三堆的第一張牌點數和為 21， $22 - 21 = 1$

紀錄九	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	6	A	9	16
再發牌張數	10	15	7	32

甲 + 乙 + 丙張數和 = $1 + 10 + 1 + 15 + 1 + 7 = 35$

丁堆現在有 $52 - 35 = 17$ 張

三堆的第一張牌點數和為 16， $17-16=1$

紀錄十	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	A	A	A	3
再發牌張數	15	15	15	45

甲+乙+丙張數和= $1+15+1+15+1+15=48$

丁堆現在有 $52-48=4$ 張

三堆的第一張牌點數和為 3， $4-3=1$

三、 找出為什麼每次都可以猜中的理由：

(一) 為什麼每一堆第一張點數與其他牌張數總和要等於十六？

1. 翻牌並沒有其他的技巧，任何一張牌都可能被翻出。翻出 A 時，為最小點數 1，翻出 K 時為最大點數 13。因此，每一堆牌第一張點數加再發牌張數的和最少是 13（翻出 K 時，不再發牌）。
2. 有沒有上限呢？一副牌有 52 張，分成三堆，每一堆最多可分到 17 張，當每一堆牌的第一張牌都是 A 時，一堆只能再發 16 張牌， $(1+16)*3=51$ 張，所以每一堆牌的和最多是 17。
3. 為什麼不取 17 而取 16 呢？
如果每一堆牌的和取 17（共 17 張牌），則 $(A+16)*3=51$ ，手上的牌（丁堆）只剩一張，三堆牌的第一張和為 3（ $A+A+A$ ），就無法數牌了，所以不取 17。
4. 若每堆牌的和取 16（共 16 張牌），則 $(A+15)*3=48$ ，手上的牌（丁堆）還有四張，三堆牌的第一張和為 3（ $A+A+A$ ），數完牌後還剩一張，而這一張，也就是原本 52 張牌的最底下一張。
5. 也因為數完牌後只剩一張，所以才要把牌都收齊後，置於丁堆牌下面成為戊堆牌，接著才數牌發牌，不致露出破綻。

(二) 一定要背最底下那一張牌嗎？

因為我們每一堆牌，都是以第一張牌的點數加上其他牌張數的和為 16，當三堆牌的第一張牌都是 A 時，每一堆牌都是 16 張，三堆就有 48 張，而三張 A 點數和為 3，所以手上牌（丁堆）的四張牌發完三張後，就只剩下唯一的一張了，而這也是能把牌發完的唯一情況。

四、 創造新玩法：

(一) 如果每堆和不是十六時，會有什麼結果？

紀錄十一	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	A	9	6	16
再發牌張數	14	6	9	29
點數與張數和	15	15	15	

甲+乙+丙張數和=1+14+1+6+1+9=32

丁堆現在有 52-32=20 張

數戊堆牌時，要多算 3 張才是原來的底牌。

紀錄十二	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	8	2	10	20
再發牌張數	6	12	4	22
點數與張數和	14	14	14	

甲+乙+丙張數和=1+6+1+12+1+4=25

丁堆現在有 52-25=27 張

數戊堆牌時，要多算 6 張才是原來的底牌。

紀錄十三	第一堆(甲堆)	第二堆(乙堆)	第三堆(丙堆)	和
第一張牌點數	K	A	8	22
再發牌張數	0	12	5	17
點數與張數和	13	13	13	

甲+乙+丙張數和=1+0+1+12+1+5=20

丁堆現在有 52-20=32 張

數戊堆牌時，要多算 9 張才是原來的底牌。

(二) 進階玩法：

每次都記住最後一張，在表演時，可能會有不注意的時候，底牌被觀眾瞄見了，會被質疑答案跟底牌一樣。為了避免此狀況，就得改變玩法：

1. 決定點數加張數和為多少，以 15 為例。
2. 記住底牌後，再從整副牌最上面拿三張牌到底牌下。
3. 表演手法是一樣的，到最後，發完牌後，手上第一張牌仍然是我們所記住的牌。
4. 因為點數加張數和為 15，比 16 少了 1 點，三堆牌就少了 3 點，而我們之前拿 3 張牌到最底下，就是為了平衡少掉的 3 點。

伍、研究結果

甲：第一堆牌 乙：第二堆牌 丙：第三堆牌 丁：發剩的牌

戊：甲、乙、丙堆的餘牌，收齊後置於丁堆下方成為戊堆。

ㄅ：第一堆牌的首張點數 ㄆ：第二堆牌的首張點數 ㄇ：第三堆牌的首張點數

ㄨ：ㄅ+ㄆ+ㄇ ㄩ：每一堆牌第一張點數+再發的牌張數

一、決定ㄩ的大小：

(一) ㄅ、ㄆ、ㄇ皆可能為A~K任何一張，所以ㄩ最少為13。

(二) 一副牌有52張，分成三堆，每堆最多有17張，最後戊堆牌要發牌數是ㄨ，ㄨ最小為3，因此只剩49張牌分成三堆，每堆最多有16張。

(三) 所以， $13 \leq \text{ㄩ} \leq 16$ 。

(四) 因為ㄩ=16時，不用再考慮其他因素，只要把戊堆牌發掉ㄨ張，餘牌的第一張牌即是最初的底牌。

二、桌面上的牌一定要收齊，疊於手上牌底下嗎？

(一) 翻牌是不需要技巧的，任何一張牌都可能翻出，接著再繼續發牌，使其第一張牌的點數加上再發牌的張數之和為16，此為甲堆牌。

(二) 第二堆及第三堆也是如此，使其成為乙堆與丙堆。

(三) ㄨ最少為3(A、A、A)，最多為39(K、K、K)。

(四) 以3為例，甲、乙、丙堆各需再發15張牌，此時桌面上共有48張牌，手上牌(丁堆)還剩下4張牌。

(五) 若直接以ㄨ=3來發丁堆牌，使手上剩下1張時，容易露出破綻。故先將桌面上除了ㄅ、ㄆ、ㄇ之外的牌收齊，置於丁堆下面，成為戊堆。

陸、討論

一、既然有規則可循，我們把方法寫得更清楚一點：

(一) 記住底牌。

(二) 翻開第一張牌，發牌使其點數加張數和為16。

(三) 第二堆及第三堆亦同。

(四) 將三堆牌的第一張牌留著，其餘牌收齊後置放於手上餘牌的下方成一堆。

(五) 將那三張牌的點數加起來，以其和來發手上牌，發完後手上第一張牌即是原本的底牌。

二、 其它規則：

- (一) 若每堆牌點數加張數和取 15，則最後發牌數要再加 3 張。
- (二) 若每堆牌點數加張數和取 14，則最後發牌數要再加 6 張。
- (三) 若每堆牌點數加張數和取 13，則最後發牌數要再加 9 張。
- (四) 為了不露出破綻，若點數加張數和不取 16 時，在表演前就把要多發的牌數拿到整副牌最底下。一來，底牌就算曝光，也不是我們所記住的牌，二來，可以少掉最後要多發牌的步驟，減少自己錯亂的機會。

柒、結論

看到這兒，您已經知道怎麼玩這個遊戲了吧！所以說，魔術並非都是騙人的，只要找出它的規則來，你也會是個魔術師。只要能用心去觀察、紀錄再加上歸納、分析，你也能創造出自己的魔術！

庚昱：看老師在變魔術的時候，真的很神奇，雖然一直覺得不可能，還是很想弄清楚到底是怎麼一回事！等老師讓我們作紀錄，再去找規則時，一步一步發現原來是有方法的，如果同學們有像我們一樣作紀錄的話，一定也能找出規則的。所以我還要再去發現別的規則，創造新的遊戲！

捌、參考資料及其他

翰林數學第八冊第七單元