

# 屏東縣第64屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：物理科

組 別：國中組

作品名稱：大珠小豆落秤盤-楊森效應&反楊森效應

關鍵詞：楊森效應、反楊森效應、固體顆粒

編號：B2003



## 摘要

這是一篇延續性的科展實驗，我們在61屆科展時，已經找出了一部分影響楊森效應的因素。而這一次，我們針對上次未探討的變因進行了實驗，根據實驗數據，可以得出下面的結論。1. 在管內倒入固體顆粒時，可依照留下的空隙大小，決定是表現出楊森效應或是反楊森效應。2. 當粒徑大的顆粒投入時，初期會呈現出反楊森效應，隨著倒入顆粒的數量增加，會轉換成楊森效應。3. 固體顆粒的形狀及粒徑大小會決定倒入後顆粒之間的孔隙大小，當孔隙越小，減輕重量的比例會越高。4. 管徑大小會影響楊森效應的減輕重量比例。5. 楊森效應最後減輕重量的百分比存在一個上限，這個上限會根據容器材質和填入的顆粒而有所不同。

## 壹、前言

### 一、研究動機

我們在之前（第61屆屏東縣科展-物理組）的實驗中，我們用彈珠模擬固體顆粒，得到了摩擦力如何影響容器底部的固體顆粒重量的結論。一開始使用彈珠，是因為顆粒大小一致，且形狀統一，這樣可以減少變因。但是這次，我們將紙筒改成 PVC 筒，也實際拿了綠豆、黃豆、玉米去做實驗。希望可以進一步找出容器材質與顆粒形狀、大小是如何影響容器底部重量的變化。

### 二、目的

- (一) 研究容器材質是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。
- (二) 顆粒形狀是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。
- (三) 研究顆粒大小是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。
- (四) 大小粒徑參雜是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。
- (五) 大小管徑是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。

### 三、文獻回顧

#### (一) 歷屆科展

主題：彈珠衝衝衝之楊森效應載重測試	2021
本實驗主要在探討不同變因下，固體顆粒在圓筒中的向下重量變化。當圓筒中的顆粒與筒壁接觸時，會產生一個向上的摩擦力，而使得固體顆粒對圓筒底部的重量產生減輕的現象。 實驗結果顯示會影響底部重量減輕的因素有(1)顆粒半徑、(2)顆粒數量、(3)不同顆粒的排列方式。其中顆粒半徑與不同顆粒的排列方式，會在顆粒數量較少時產生明顯的影響。而當顆粒數量夠多時，數量變成影響重量減輕比例的主因。	

在我們的實驗結果中，顆粒數量較少時，有機會使圓筒底部的重量大於顆粒的總重。但是當顆粒數量夠多時，重量減輕比例都會趨近80%。

(二) 楊森效應(Janssen effect)

<<裝滿的穀倉壓力有多大？靜摩擦力與楊森效應。Linjun JR, 2020>>

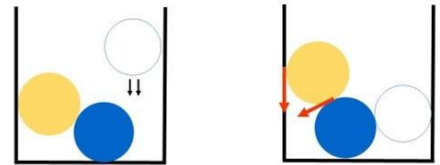
當我們在筒倉中添加穀物，倉壁內側的摩擦力會撐起一部分的重量。隨著筒倉內穀物越來越多，接觸到的倉壁面積增加，摩擦力能分擔的重量也越多。因此當筒倉內的穀物多到一個程度，新加入的穀物重量幾乎不會對底部造成負擔。

(三) 反楊森效應

<<裝滿的穀倉壓力有多大？靜摩擦力與楊森效應。Linjun JR, 2020>>

若使用較大的顆粒，像是兒童球池中的球。

新加入的球會帶來向上的摩擦力；不過有另一種情況，會造成向下的摩擦力，導致底部的壓力不減反增。



(圖1. 反楊森效應成因示意圖)

在圖1中，白色球落下時，將藍色球向外擠，間接將最左側的黃色球沿著牆壁向上推，造成向下的摩擦力。這時候白色的球會受到向上的摩擦力，進而造成一個向下的力量。

貳、研究設備及器材

器材	自製木架	磅秤	彈珠
照片			
器材	玉米粒(爆米花用)	黃豆	綠豆
照片			

## 參、研究過程或方法

### 一、實驗步驟

**實驗(一) 研究容器材質是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。**

步驟1：將小彈珠每20粒為一單位裝起來。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止彈珠滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將彈珠倒入 PVC 管測量每次重量變化。

步驟5：計算重量變化的結果後，將結果與紙管作為容器的數據進行比較。

**實驗(二) 顆粒形狀是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。**

**實驗2-1 PVC 管裝入彈珠後的底部重量變化。**

步驟1：將小彈珠每20粒為一單位裝起來。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止彈珠滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將彈珠倒入 PVC 管，並記錄每次重量變化。

**實驗2-2 PVC 管裝入黃豆後的底部重量變化。**

步驟1：將黃豆每100克為一單位裝起來。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止黃豆滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將黃豆倒入 PVC 管，並記錄每次重量變化。

**實驗2-3 PVC 管裝入綠豆後的底部重量變化。**

步驟1：將綠豆每100克為一單位裝起來。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止綠豆滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將綠豆倒入 PVC 管，並記錄每次重量變化。

#### **實驗2-4 PVC 管裝入玉米後的底部重量變化。**

步驟1：將玉米每100克為一單位裝起來。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止玉米滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將玉米倒入 PVC 管，並記錄每次重量變化。

#### **實驗(三) 研究顆粒大小是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。**

步驟：將彈珠作為大固體顆粒的代表，將黃豆作為小固體顆粒的代表，將兩者的實驗數據進行比較、分析。

#### **實驗(四) 大小粒徑參雜是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。**

步驟1：將10顆彈珠加入綠豆至100克均勻混合，並將混合顆粒分裝好。

步驟2：將 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止混合顆粒滾出(擋板與 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將混合顆粒倒入 PVC 管，並記錄每次重量變化。

#### **實驗(五) 大小管徑是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。**

步驟1：將實驗(二)中的固體顆粒(彈珠、綠豆、黃豆、玉米等)以100克為一單位裝起來。

步驟2：將粗 PVC 管懸吊並固定在自製木架上。

步驟3：在粗 PVC 管底部放入一塊圓形擋板，以防止固體顆粒滾出(擋板與粗 PVC 管不相碰觸)。

步驟4：再將固體顆粒倒入粗 PVC 管，並記錄每次重量變化。

步驟5：將在粗 PVC 管實驗得到的數據，和在細 PVC 管實驗得到的數據，兩者進行比較分析。

## 肆、研究結果

### 一、綠豆裝入細 PVC 筒的重量變化

綠豆原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	40	20.0%
300	110	36.7%
400	180	45.0%
500	230	46.0%
600	300	50.0%
700	360	51.4%
800	420	52.5%
900	480	53.3%
1000	540	54.0%
1100	610	55.5%
1200	670	55.8%
1300	730	56.2%
1400	790	56.4%
1500	860	57.3%
1600	930	58.1%
1700	1000	58.8%

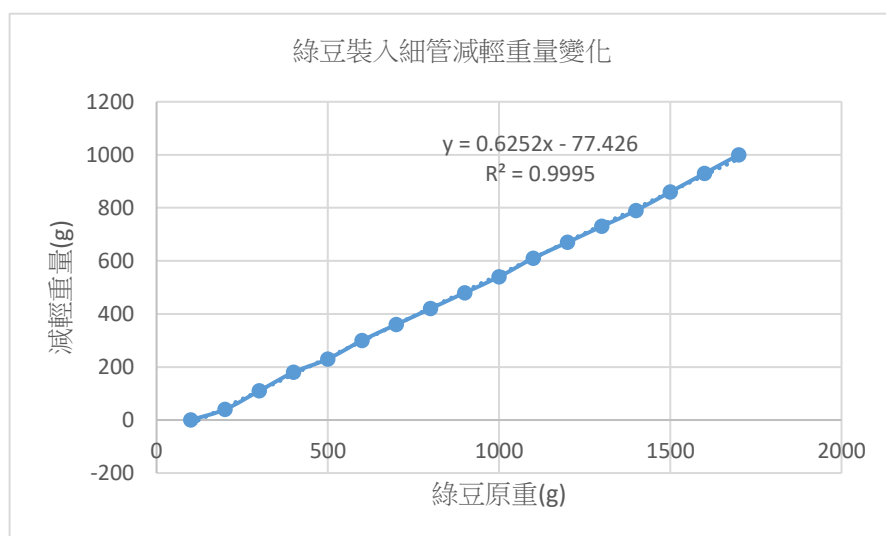


圖2. 綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

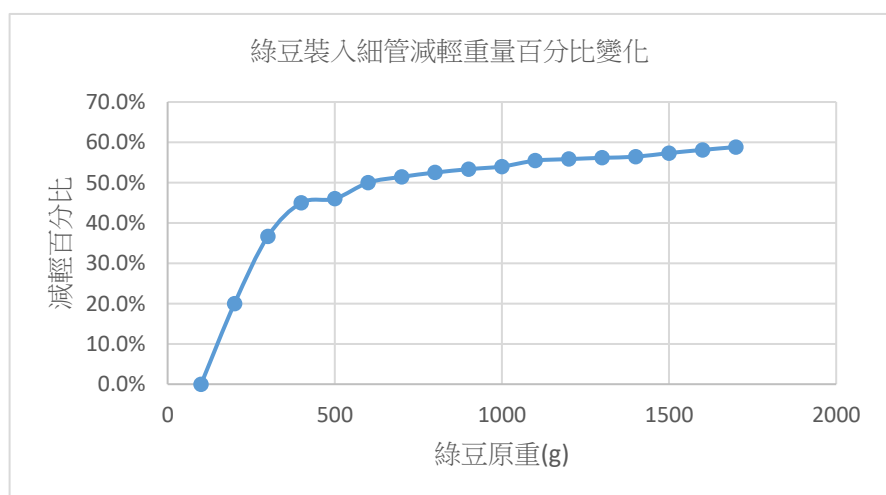


圖3. 綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

將100克的綠豆為一單位，逐次加入懸吊在木架上的 PVC 管中，並記錄每次的磅秤讀數。經過計算後，每次的減輕重量如上圖2，可以看出很明顯是線性函數的圖形。每次減輕的重量都約為倒入重量的0.625倍。

將減輕重量/倒入總重量轉換成減輕重量百分比之後，由上圖3.可以看減輕的重量百分比最後會趨近60%，而且當綠豆的重量超過500克之後，減輕重量百分比有明顯趨緩的趨勢。

## 二、黃豆裝入細 PVC 筒的重量變化

黃豆原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	30	15.0%
300	100	33.3%
400	160	40.0%
500	230	46.0%
600	300	50.0%
700	370	52.9%
800	430	53.8%
900	500	55.6%
1000	560	56.0%
1100	620	56.4%
1200	690	57.5%
1300	740	56.9%
1400	800	57.1%
1500	860	57.3%

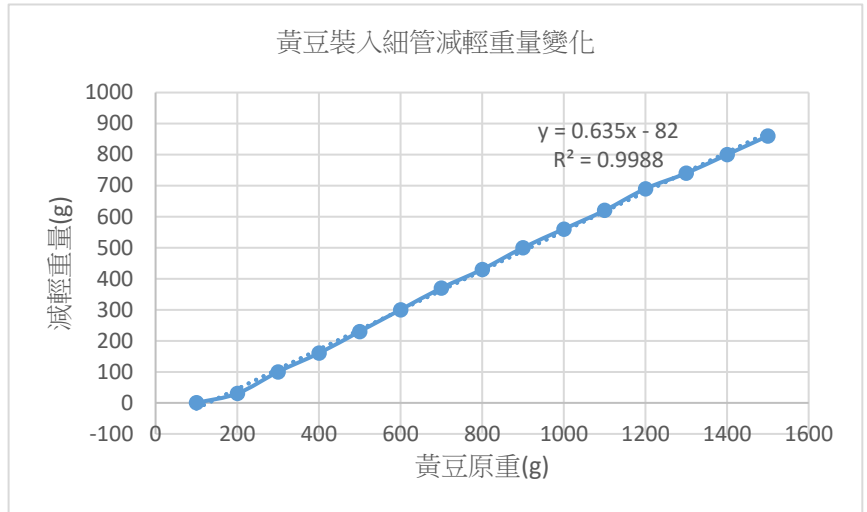


圖4. 黃豆裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

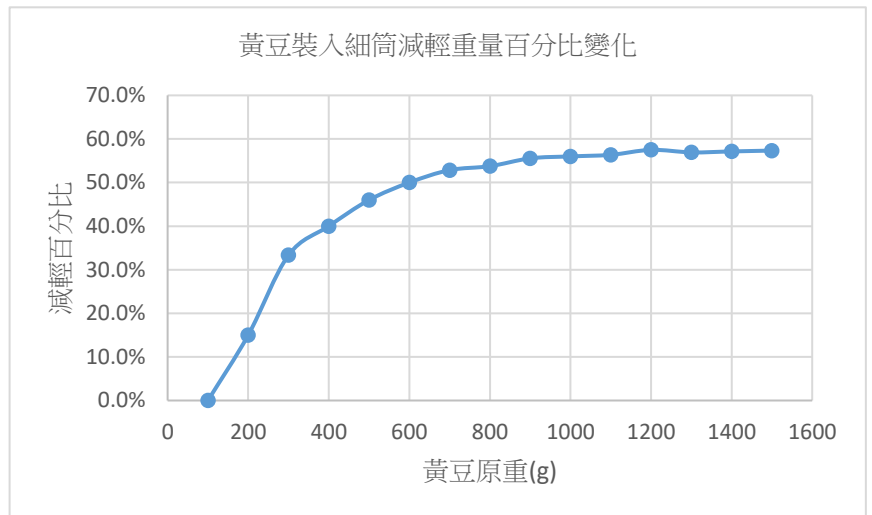


圖5. 黃豆裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

將100克的黃豆為一單位，逐次加入懸吊在木架上的 PVC 管中，並記錄每次的磅秤讀數。經過計算後，每次的減輕重量如上圖4，可以看出很明顯是線性函數的圖形。每次減輕的重量都約為總重量的0.635倍。

將減輕重量/重量總轉換成減輕重量百分比之後，由上圖5.可以看出減輕的重量百分比最後會趨近60%，而且當黃豆的重量超過500克之後，減輕重量百分比有明顯趨緩的趨勢。如果將綠豆做出來的數據和黃豆做出來的數據相比較，可以發現兩者非常接近。



### 三、玉米裝入細 PVC 筒的重量變化

玉米原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	20	10.0%
300	80	26.7%
400	150	37.5%
500	230	46.0%
600	300	50.0%
700	370	52.9%
800	450	56.3%
900	520	57.8%
1000	590	59.0%
1100	660	60.0%
1200	720	60.0%
1300	780	60.0%
1400	850	60.7%
1500	920	61.3%
1600	980	61.3%
1700	1050	61.8%

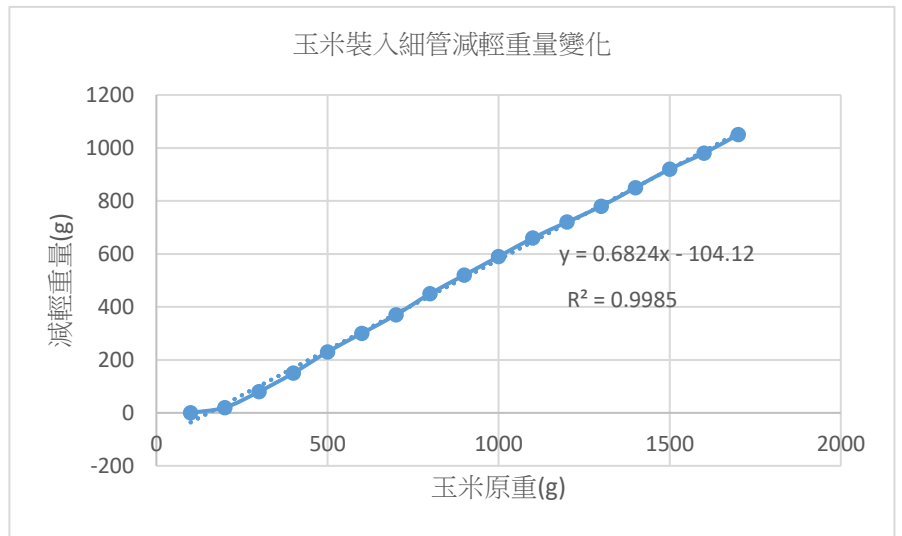


圖6. 玉米裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

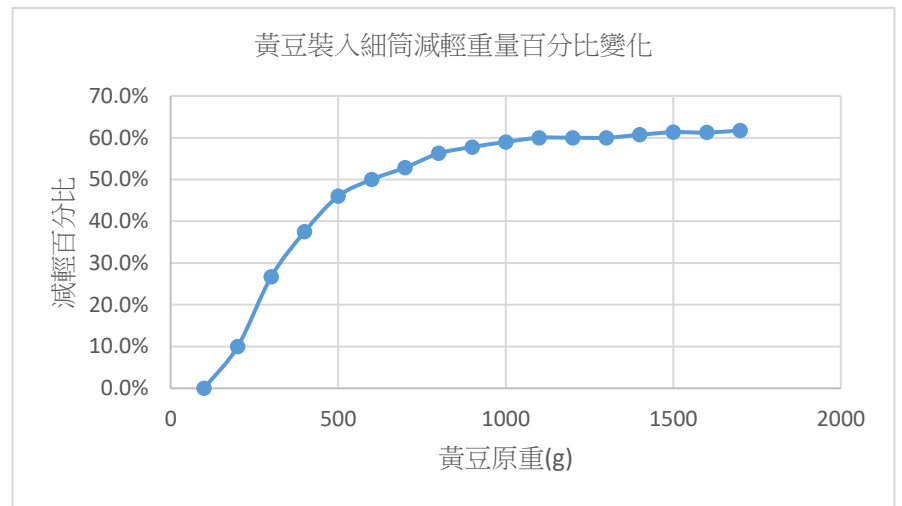


圖7. 玉米裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

將100克的玉米為一單位，逐次加入懸吊在木架上的 PVC 管中，並記錄每次的磅秤讀數。經過計算後，每次的減輕重量如圖上6.，可以看出很明顯是線性函數的圖形。每次減輕的重量都約為總重量的0.68倍，這個減輕的比例越大於綠豆跟玉米的數據。

將減輕重量/重量總轉換成減輕重量百分比之後，由圖7.可以看減輕的重量百分比最後會趨近60%，但是跟綠豆還有黃豆不一樣的地方是突破了60%。

#### 四、彈珠裝入細 PVC 筒的重量變化

彈珠原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	0	0.0%
300	20	6.7%
400	-50	-12.5%
500	-60	-12.0%
600	-60	-10.0%
700	-130	-18.6%
800	-120	-15.0%
900	-60	-6.7%
1000	-10	-1.0%
1100	50	4.5%
1200	120	10.0%
1300	190	14.6%
1400	260	18.6%
1500	330	22.0%
1600	410	25.6%
1700	490	28.8%
1800	570	31.7%
1900	630	33.2%
2000	710	35.5%
2100	780	37.1%
2200	860	39.1%
2300	940	40.9%
2400	1020	42.5%
2500	1090	43.6%

將100克的彈珠為一單位，逐次加入懸吊在木架上的 PVC 管中，並記錄每次的磅秤讀數。經過計算後，每次的減輕重量如圖8。由圖8.可以看出，在倒入彈珠的初期，磅秤的讀數是大過倒入的彈珠總重量的，而在倒入的彈珠總重量超過800g 之後，減輕重量才會呈現跟綠豆、黃豆和玉米相同的線性關係，如圖10.所示。但是減輕重量的比例約為0.73，是四者當中最小的。而將減輕重量計算成減輕百分比之後，也是要超過800g，才會呈現跟綠豆、黃豆和玉米類似的圖形。表示彈珠在倒入初期，減輕重量的成因和其他不同。

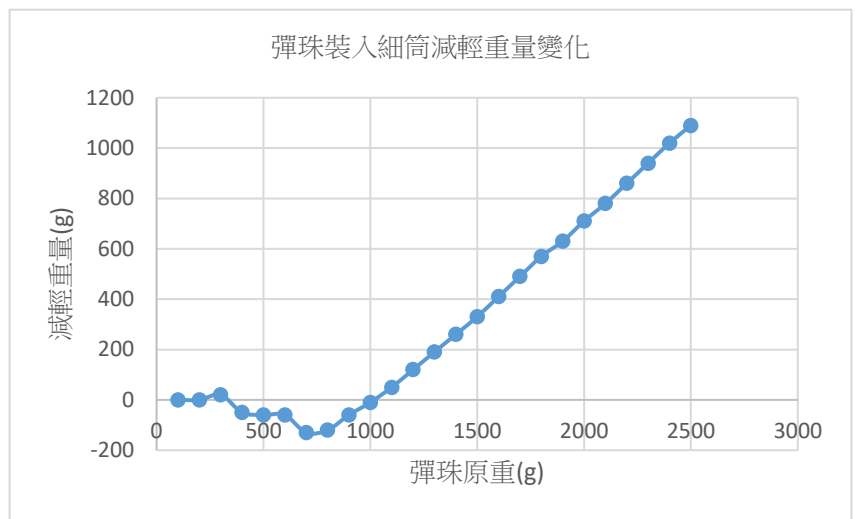


圖8. 彈珠裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

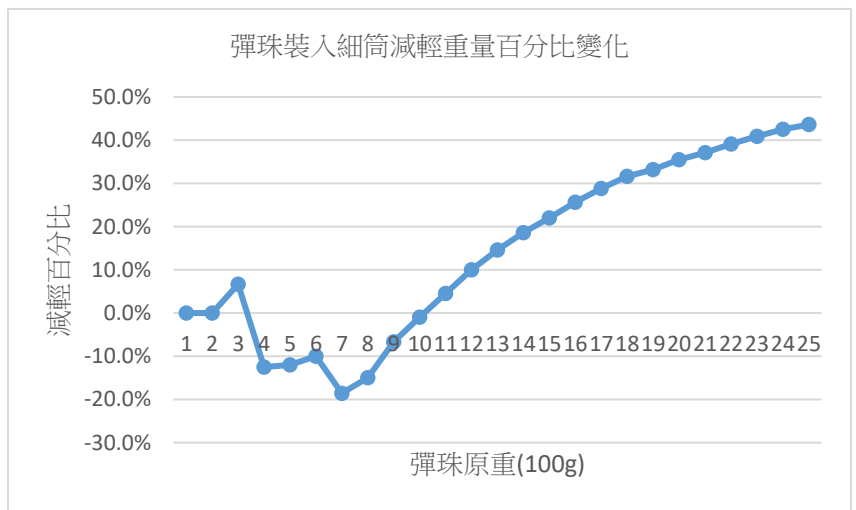


圖9. 彈珠裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

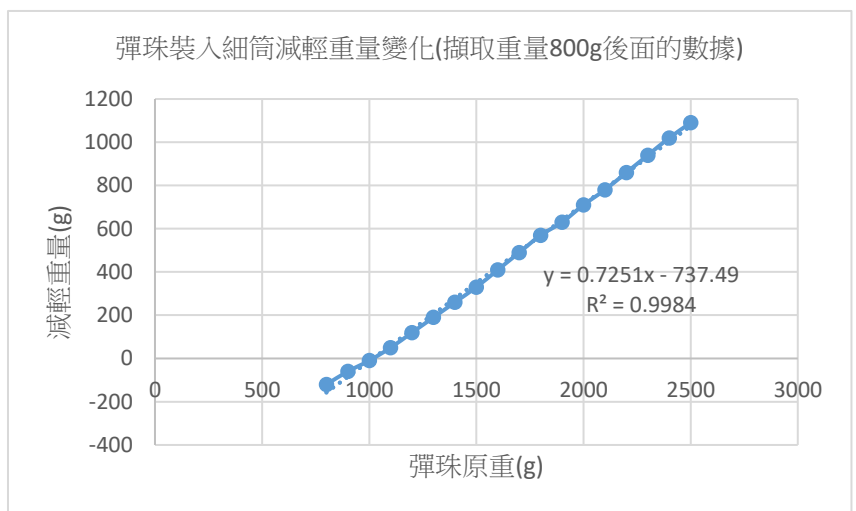


圖10. 擷取總重800g 之後，彈珠裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖。

## 五、綠豆裝入粗 PVC 筒的重量變化

綠豆原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	-20	-10.0%
300	-20	-6.7%
400	20	5.0%
500	50	10.0%
600	100	16.7%
700	130	18.6%
800	170	21.3%
900	220	24.4%
1000	270	27.0%
1100	330	30.0%
1200	380	31.7%
1300	440	33.8%
1400	500	35.7%
1500	560	37.3%
1600	620	38.8%
1700	670	39.4%
1800	720	40.0%
1900	780	41.1%
2000	840	42.0%
2100	900	42.9%
2200	950	43.2%
2300	1010	43.9%
2400	1070	44.6%
2500	1120	44.8%
2600	1180	45.4%
2700	1240	45.9%
2800	1320	47.1%
2900	1380	47.6%
3000	1460	48.7%

我們將同樣的固體顆粒，以相同的方式，倒入管徑較粗的 PVC 管中。從圖11.可以看出綠豆的減輕重量圖形，產生細 PVC 管中類似的結果。而且在倒入初期，產生了磅秤讀數大於倒入綠豆總重量的現象。

轉換成減輕百分比之後，可以看得更明顯，倒入綠豆初期，有一個明顯的下凹圖形。在倒入總重量超過400g 之後，才出現了跟細 PVC 管中類似的圖形，如圖13.所示。

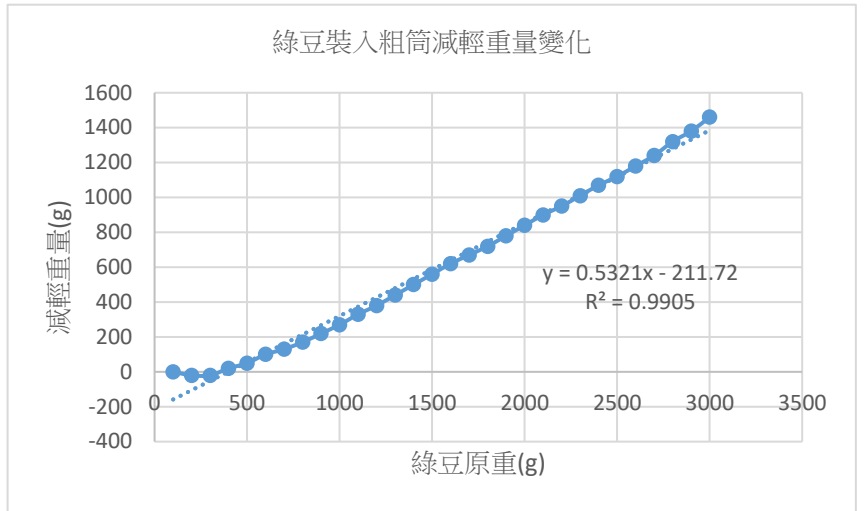


圖11. 綠豆裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

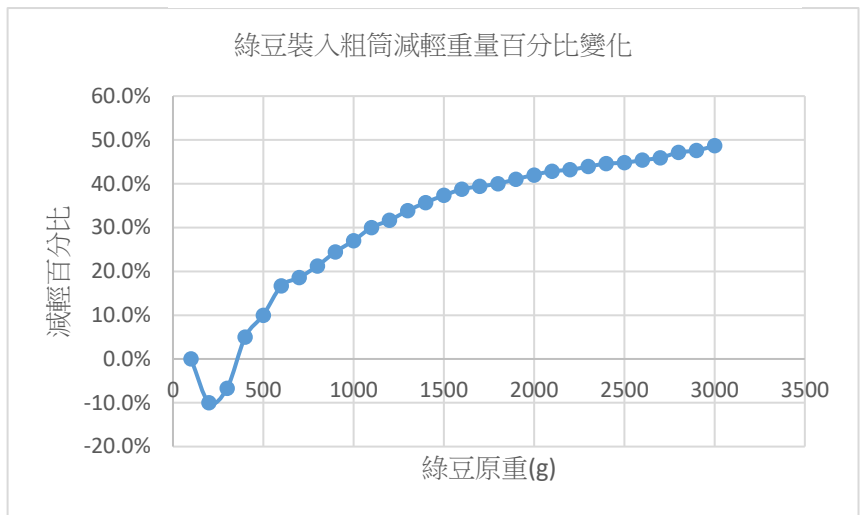


圖12. 綠豆裝入粗 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

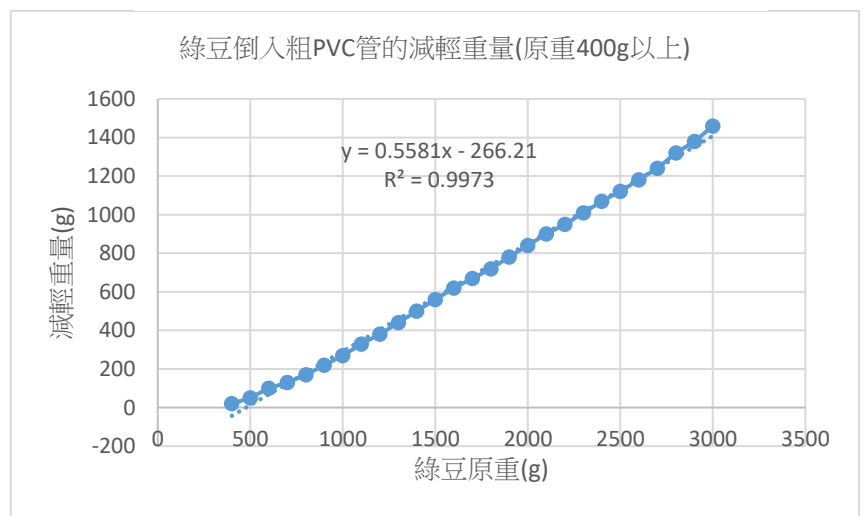


圖13. 擷取總重400g 之後，綠豆裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖。

## 六、黃豆裝入粗 PVC 筒的重量變化

黃豆原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	0	0.0%
300	0	0.0%
400	50	12.5%
500	90	18.0%
600	130	21.7%
700	170	24.3%
800	220	27.5%
900	260	28.9%
1000	310	31.0%
1100	350	31.8%
1200	360	30.0%
1300	430	33.1%
1400	490	35.0%
1500	540	36.0%
1600	600	37.5%
1700	650	38.2%
1800	740	41.1%
1900	760	40.0%
2000	820	41.0%

將黃豆以每100g 為單位，逐次加入粗 PVC 管中的結果如圖14.所示。在倒入初期，可看到無減輕重量，當倒入總重在超過300g 時，才會出現類似細 PVC 管中的線性減輕關係。

所以我們將原重在400g 以上的結果另外做成折線圖，如圖16. 結果  $R^2$  高達0.99，表示倒入總重和減輕重量間，的確有相對應的關係。

而在減輕重量百分比的變化圖(圖15.)中，可以看出最後減輕的重量百分比只有趨近40%。

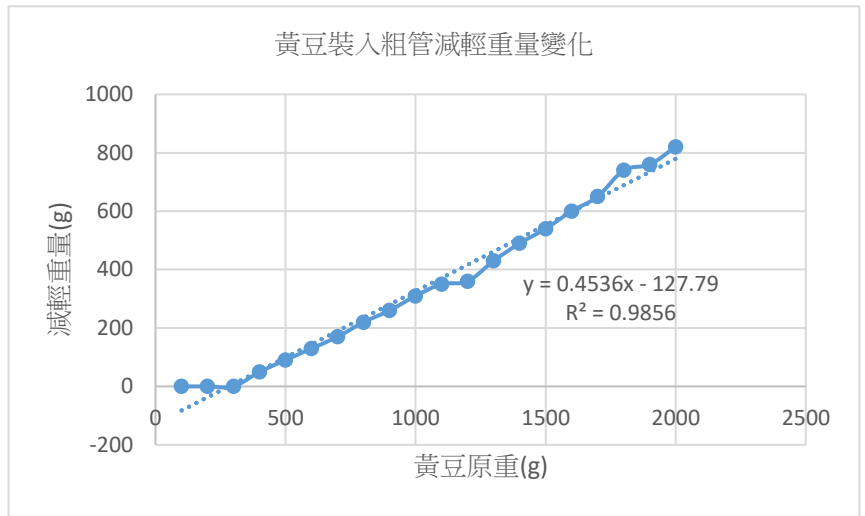


圖14. 黃豆裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

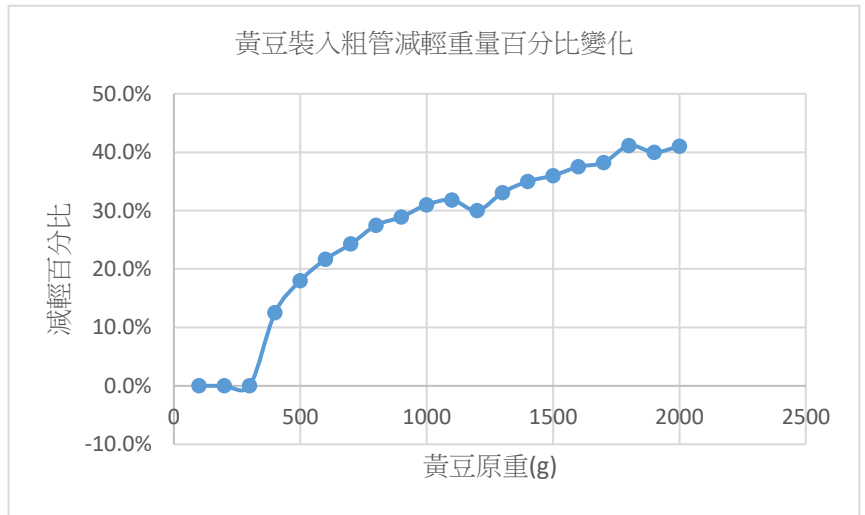


圖15. 黃豆裝入粗 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

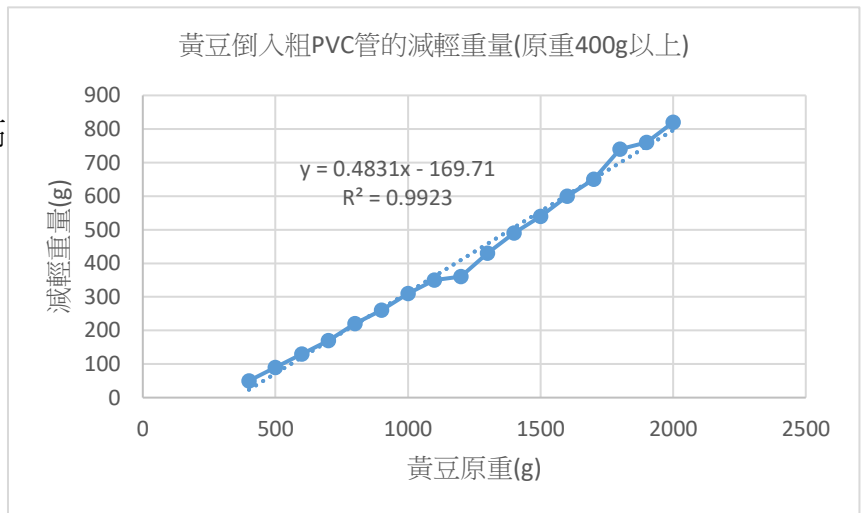


圖16. 擷取總重400g 之後，黃豆裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖。

## 七、玉米裝入粗 PVC 筒的重量變化

玉米原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	0	0.0%
300	5	1.7%
400	15	3.8%
500	40	8.0%
600	80	13.3%
700	100	14.3%
800	130	16.3%
900	180	20.0%
1000	220	22.0%
1100	255	23.2%
1200	280	23.3%
1300	330	25.4%
1400	360	25.7%
1500	400	26.7%
1600	440	27.5%
1700	500	29.4%
1800	550	30.6%
1900	600	31.6%
2000	650	32.5%
2100	700	33.3%

玉米的減輕重量變化圖中，一樣可以看出在倒入玉米的初期，呈現非線性的變化，隨著倒入總重累積到 400g 之後，才呈現了跟細筒中相同的線性結果。

將總重量 400g 以上的圖形獨立擷取出來之後，如圖，更可以看到明顯的線性關係。而且  $R^2$  高達 0.99，表示在粗 PVC 管中，累積足夠的玉米之後，倒入的總重量和減輕的權重的確是有關連的。

接著將減輕重量轉換成減輕百分比之後，圖形卻跟綠豆還有黃豆不太相似。而且最後的減輕比例也不到 40%，遠低於綠豆跟黃豆做出來的結果。

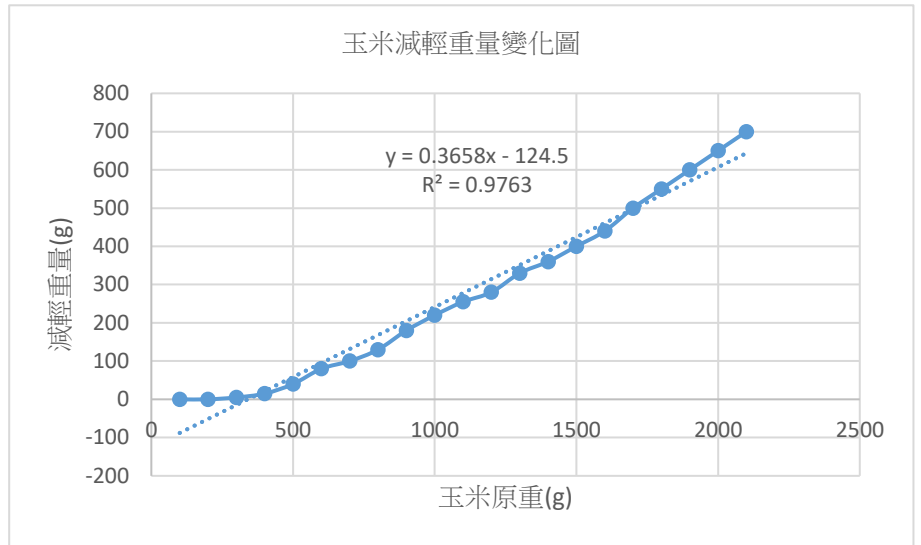


圖17. 玉米裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

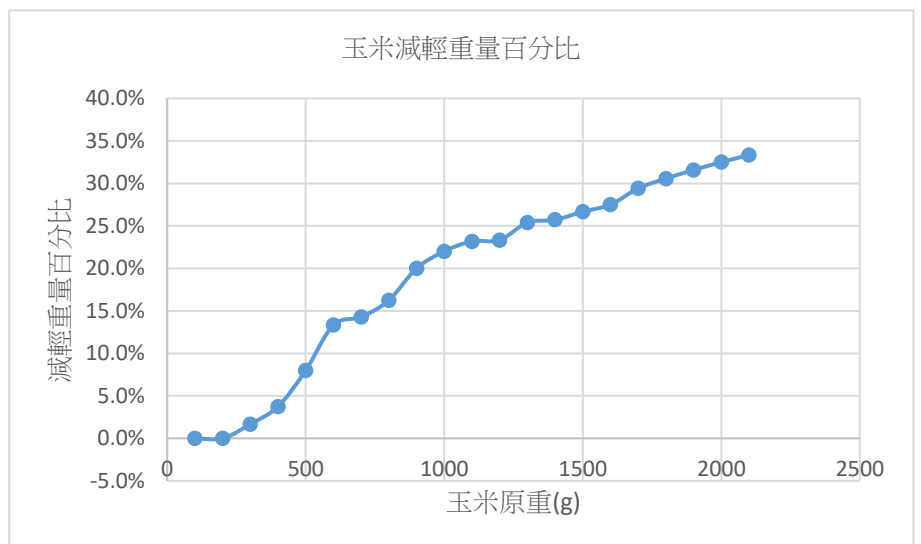


圖18. 玉米裝入粗 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

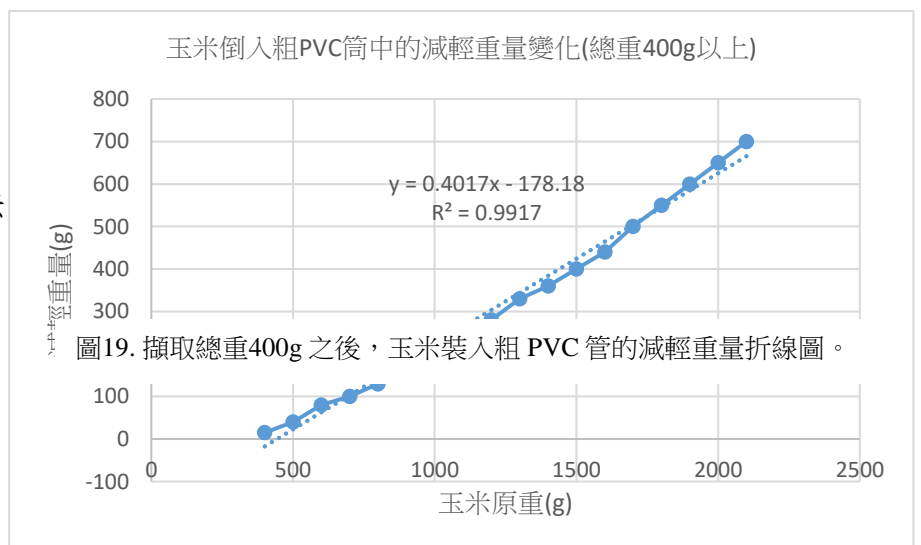


圖19. 擷取總重400g 之後，玉米裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖。

## 八、彈珠裝入粗 PVC 筒的重量變化

彈珠原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.00%
202	2	0.99%
305	5	1.64%
406	-4	-0.99%
508	-2	-0.39%
608	-2	-0.33%
712	-23	-3.23%
817	-43	-5.26%
919	-41	-4.46%
1021	-59	-5.78%
1121	-79	-7.05%
1221	-79	-6.47%
1321	-99	-7.49%
1421	-84	-5.91%
1522	-88	-5.78%
1624	-66	-4.06%
1725	-60	-3.48%
1826	-29	-1.59%
1927	-13	-0.67%
2029	9	0.44%
2133	48	2.25%
2235	85	3.80%
2337	117	5.01%
2437	157	6.44%
2538	208	8.20%

彈珠倒入粗 PVC 管中的減輕重量的圖形特別不一樣，如圖20，初期很明顯的磅秤讀數大於倒入的總重量。要等到倒入總重量大於2000g之後，才會顯現減輕的趨勢。

而擷取倒入重量超過1800g 的數據，做出來的減輕重量變化圖，如圖22， $R^2$ 為0.98，表示在減輕階段，一樣會呈現倒入總重和減輕重量間的線性關係。

轉換成減輕百分比之後，如圖21。可以看出就算倒入的總重已經達到2500g，還是維持一個上升的比例，而不是往某個定值趨近，這表示減輕百分比還有上升的空間。

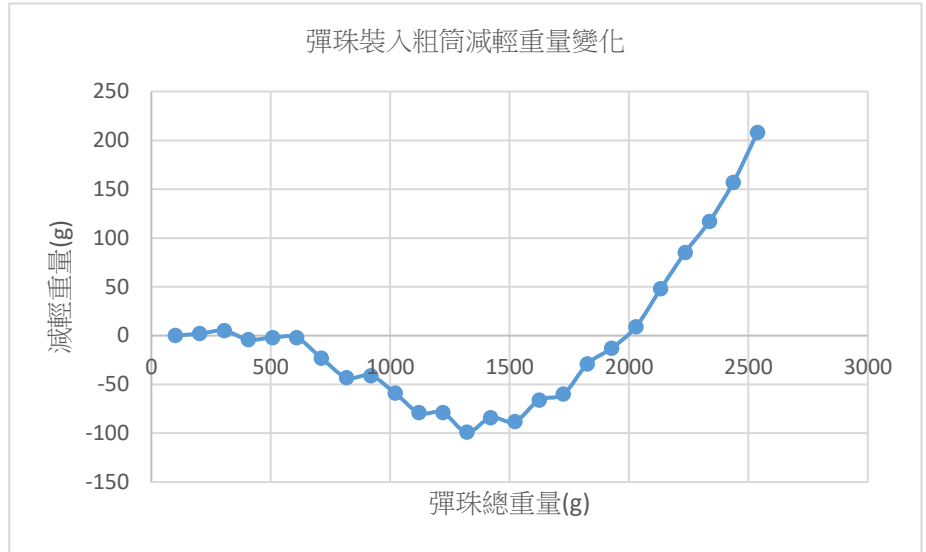


圖20. 彈珠裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

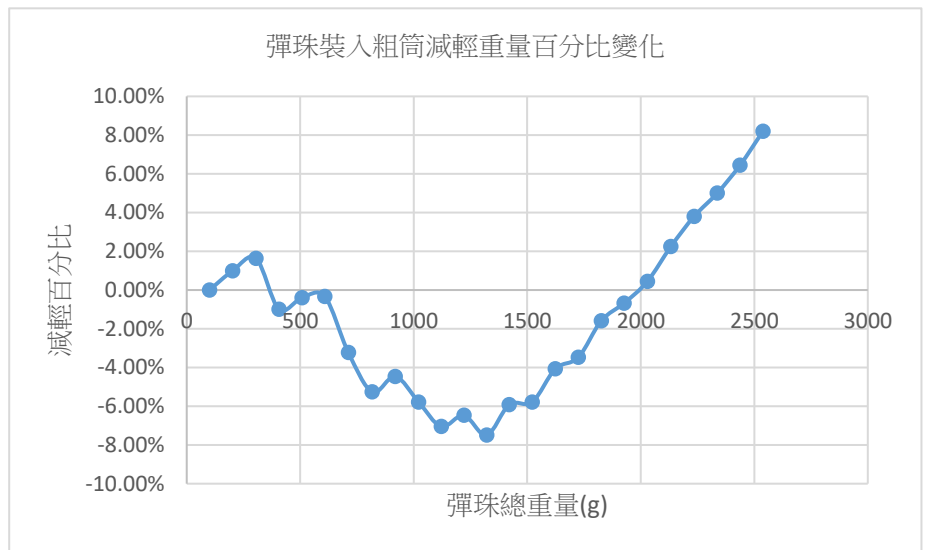


圖21 彈珠裝入粗 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

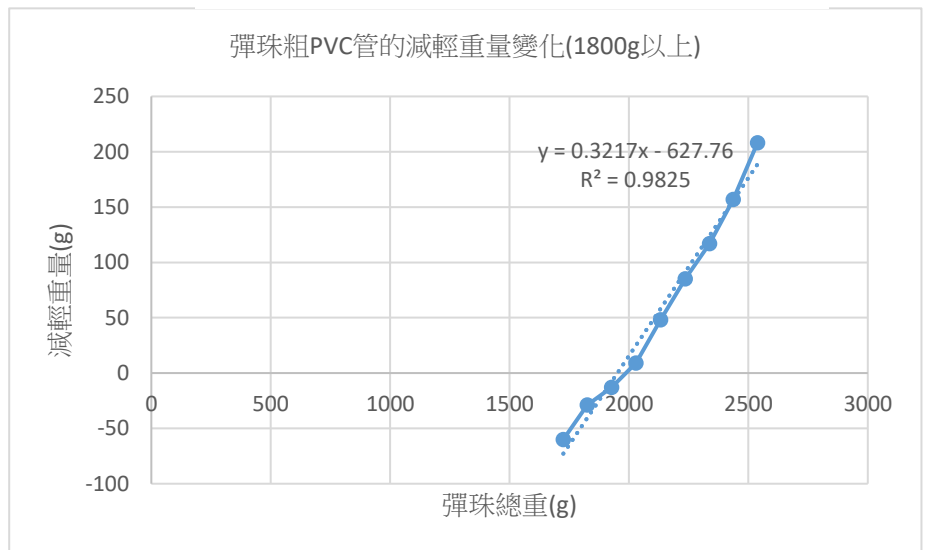


圖22. 擷取總重1800g 之後，彈珠裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖。

## 九、綠豆+彈珠裝入細 PVC 筒的重量變化

原重	減輕重量	減輕百分比
100	-30	-30.0%
200	-70	-35.0%
300	-70	-23.3%
400	-50	-12.5%
500	0	0.0%
600	70	11.7%
700	145	20.7%
800	210	26.3%
900	290	32.2%
1000	360	36.0%
1100	440	40.0%
1200	520	43.3%
1300	600	46.2%
1400	670	47.9%
1500	750	50.0%
1600	830	51.9%
1700	900	52.9%
1800	980	54.4%
1900	1060	55.8%
2000	1140	57.0%
2100	1220	58.1%
2200	1300	59.1%
2300	1370	59.6%
2400	1450	60.4%

我們將這次最大的固體顆粒(彈珠)跟最小的固體顆粒(綠豆)，以10顆彈珠加入綠豆混和至100g為一單位，接著逐次加入細 PVC 管中，可以看見減輕重量在倒入總重量達500g 之後，如圖25.所示和總重量呈現幾乎一直線的上升關係。

將減輕百分比換算出來，並做成折線圖(圖24.)之後，可以得到和只加入綠豆相似的結果，最後都是趨近減輕60%。

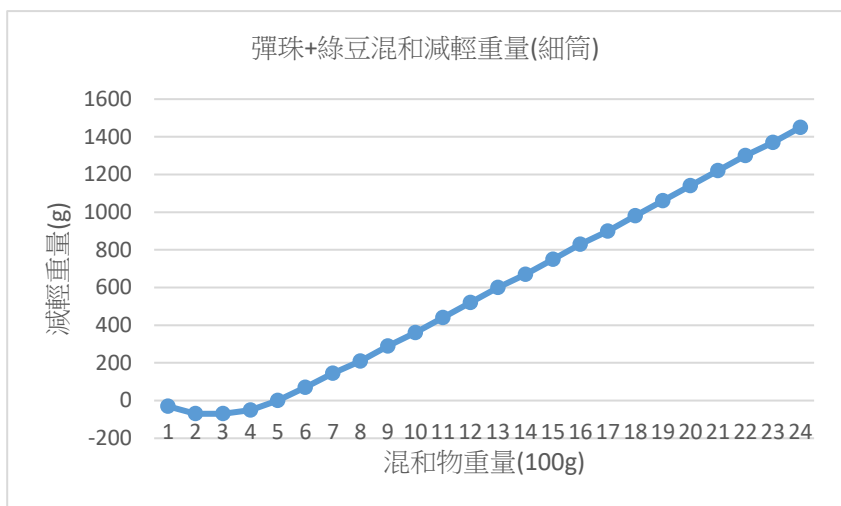


圖23. 彈珠+綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

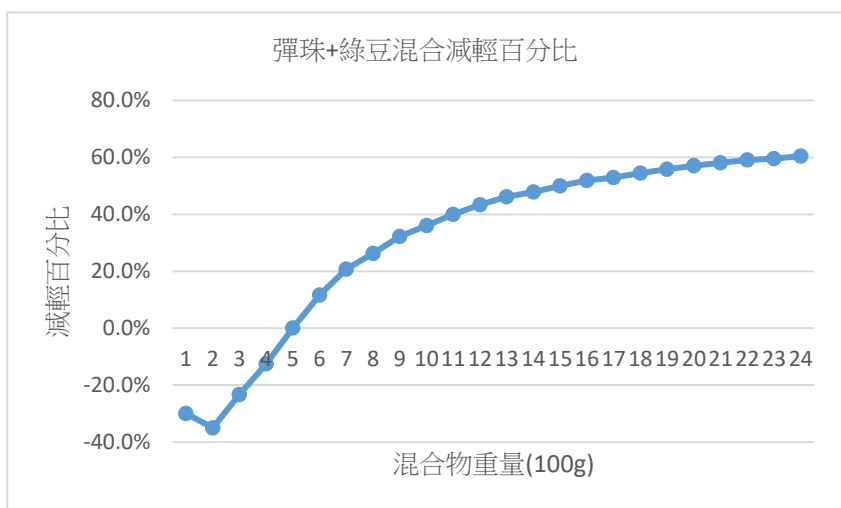


圖24. 彈珠+綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

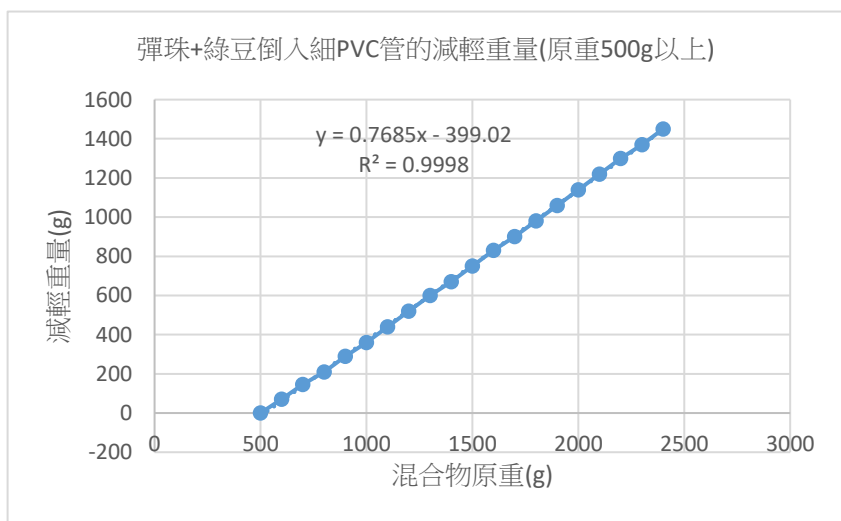


圖25. 擷取總重500g 之後，彈珠+綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

## 十、綠豆+彈珠裝入粗 PVC 筒的重量變化

原重	減輕重量	減輕百分比
100	0	0.0%
200	-20	-10.0%
300	-60	-20.0%
400	-30	-7.5%
500	-40	-8.0%
600	30	5.0%
700	0	0.0%
800	30	3.8%
900	40	4.4%
1000	60	6.0%
1100	100	9.1%
1200	150	12.5%
1300	190	14.6%
1400	250	17.9%
1500	300	20.0%
1600	340	21.3%
1700	400	23.5%
1800	450	25.0%
1900	520	27.4%
2000	580	29.0%
2100	630	30.0%
2200	690	31.4%
2300	760	33.0%
2400	830	34.6%
2500	900	36.0%

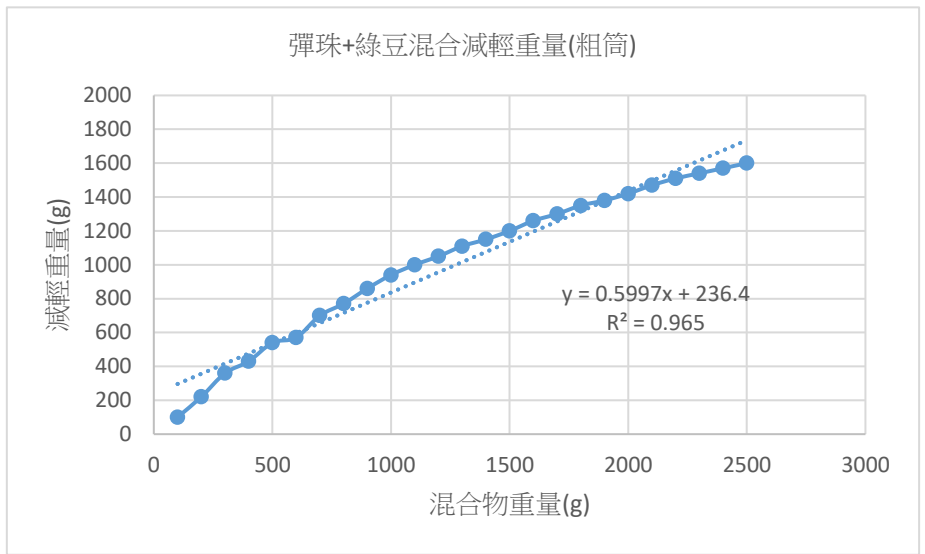


圖26. 彈珠+綠豆裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

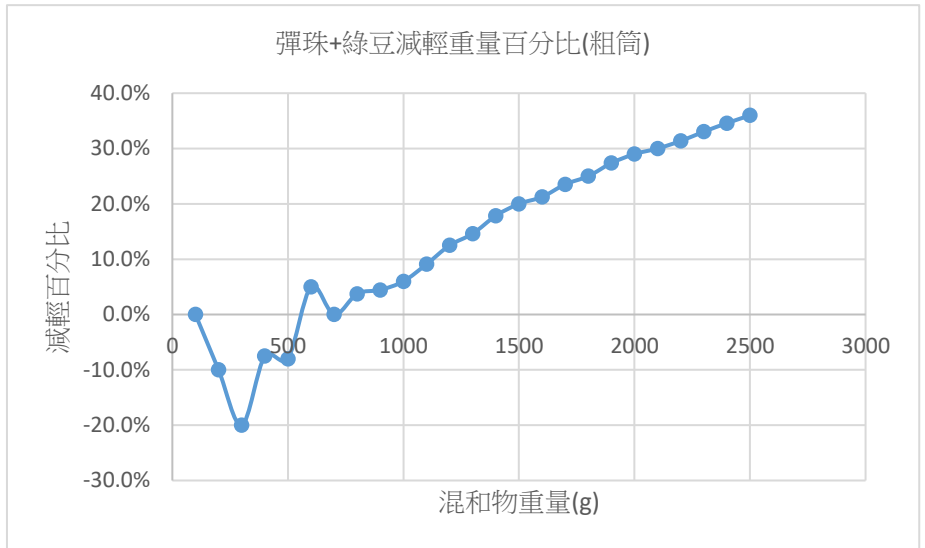


圖27. 彈珠+綠豆裝入細 PVC 管的減輕重量百分比折線圖

從彈珠+綠豆倒入粗 PVC 筒的減輕重量折線圖(圖26.)來看，從剛開始倒入到最後都沒有呈現線性關係，這點跟其他的固體顆粒很不一樣。而且轉換成減輕百分比之後，也看不出最後是否有趨近一個定值。

一開始我們認為是實驗數據有問題，所以重測了幾次，但都是類似的結果，這表示將彈珠+綠豆混和倒入粗筒，就是呈現這樣的結果。不過在減輕百分比的部分，有可能是我們的容量不夠大，所以無法裝到呈現趨近定值的區間。



## 伍、討論

### 一、不同容器的材質，是否會對固體顆粒在容器底部的減輕重量造成影響。

我們在61屆科展的時候，使用紙筒做了一次實驗，但是當時我們是將彈珠以500g 為一單位倒入長紙筒。可惜那個長紙筒因故被丟掉了，只能用當時的數據跟今年的數據進行。因為今年的PVC 筒容量關係，我們只能裝到2500g 的彈珠，所以我們將之前的數據依照500g 的間距擷取出來，再用 excel 推算趨勢線，接著將兩者進行比較。

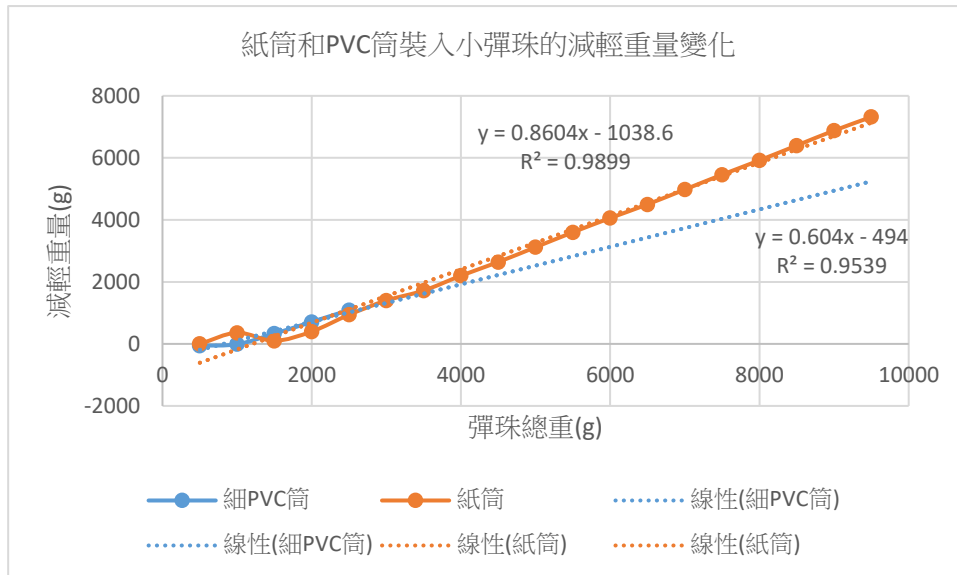


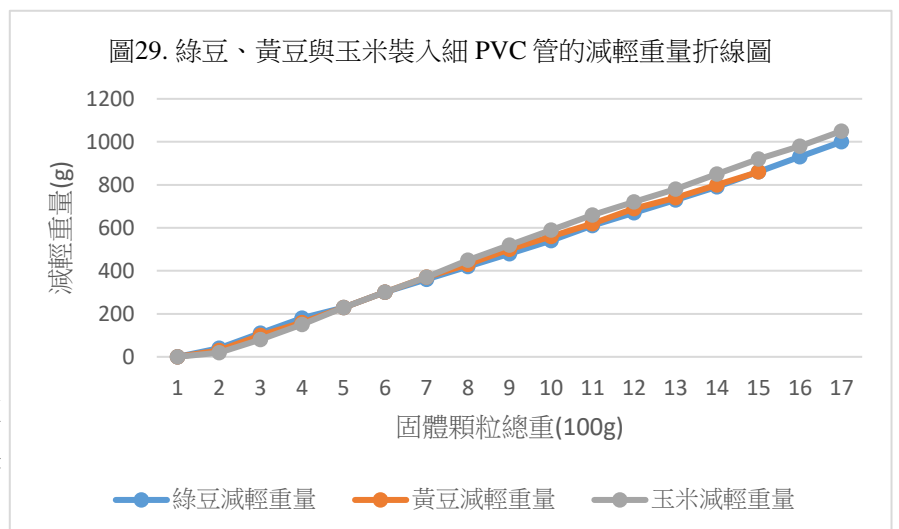
圖28. 彈珠裝入細 PVC 管和細紙筒的減輕重量折線圖

從上面圖28.中可以看來，細 PVC 筒的趨勢線斜率明顯小於紙筒的趨勢線斜率，這表示每丟入500g 的彈珠，紙筒會增加430g 的減輕重量，但是 PVC 管只會增加約300g 的減輕重量。我們從上次的結論中，已經知道固體顆粒跟容器間的摩擦力是楊森效應產生的主要原因，而紙管跟 PVC 管的管壁摩擦係數不同，所以丟入等重的彈珠，才會造成減輕重量上的差異。而從減輕重量的大小，可以推知紙筒的摩擦係數大於 PVC 管的摩擦係數，這點和實際情況相吻合。

### 二、顆粒形狀是否會對管底減輕重量造成影響。

我們針對小顆粒固體，選擇了綠豆、黃豆和玉米3種質量較接近，但不同形狀的穀物。接著將其分別以固定重量(100g)的間隔，逐次投入細 PVC 管和粗 PVC 管，將減輕重量和投入總重整理成折線圖後，結果如右圖29.和下頁圖30.。

投入細 PVC 管時，由圖29.可以看出三者的減輕重量都是隨著投入重量線性增加，其中黃豆和綠豆的結果較相近，而玉米差的比較多一點。



同樣的，在粗 PVC 筒中，綠豆和黃豆的圖形幾乎重疊，而玉米也是差的比較多。在兩種不同管徑的實驗結果，都顯示玉米跟其他兩種固體顆粒的減輕重量和倒入總重的比例差異較大，表示顆粒的形狀是會影響最後在管子底部的減輕結果。

接著我們將這三種顆粒的減輕重量百分比折線圖(圖31.32.)整理出來，同樣可以看出，不管在細筒還是粗筒中，黃豆跟綠豆的數據比較接近，而玉米的線圖和其他兩者一樣離的比較遠，再次顯示了顆粒的形狀會影響減輕重量的結果。

我們認為顆粒形狀之所以會對減輕重量造成影響，是因為顆粒堆積密度的問題。在同樣的容量中，倒入等重的顆粒，如果能堆積的比較密，會對兩側的管壁造成較大的正向力，進而產生較大的摩擦力，所以就會減輕較多的重量。

玉米的形狀相對於綠豆跟黃豆，容易在堆積時，留下較多的空隙，這樣就會使得上方下壓的力量，轉換成作用在兩側管壁的正向力比例較低，所以最後表現出來的，就是倒入等重的顆粒時，減輕較少的重量。

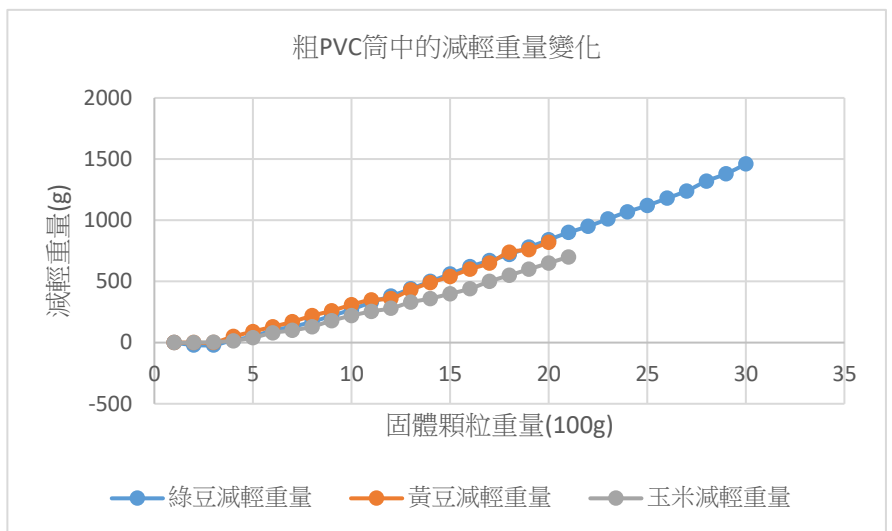


圖30. 綠豆、黃豆與玉米裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

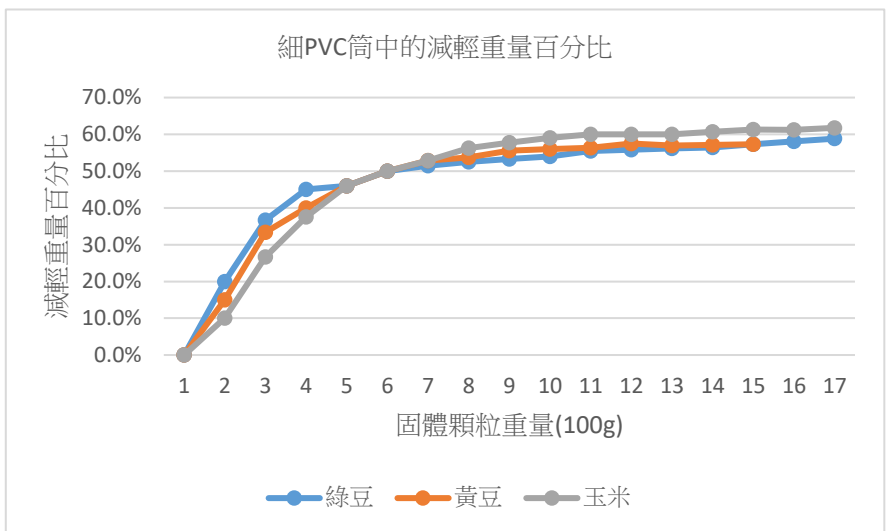


圖31. 綠豆、黃豆與玉米裝入細 PVC 管的減輕百分比折線圖

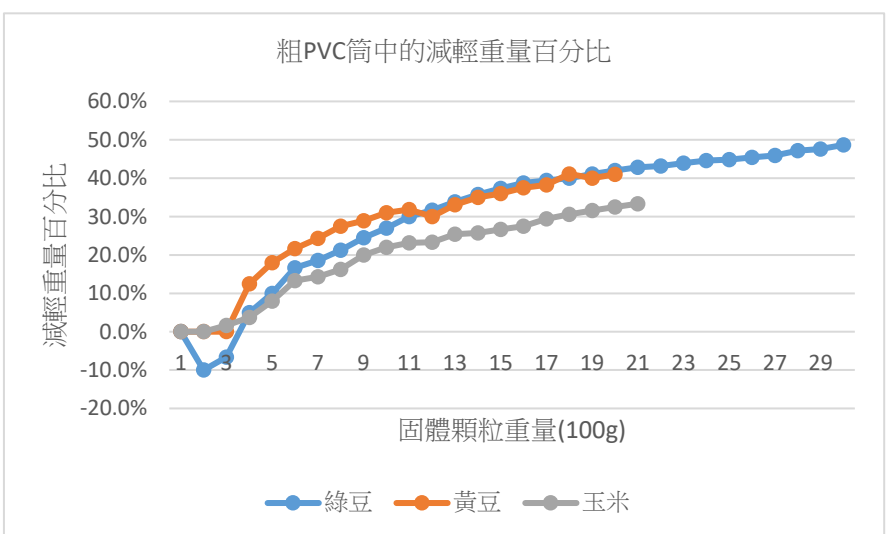


圖32. 綠豆、黃豆與玉米裝入粗 PVC 管的減輕百分比折線圖

### 三、顆粒大小是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。

我們將四種固體顆粒的減輕重量變化圖整理如下：

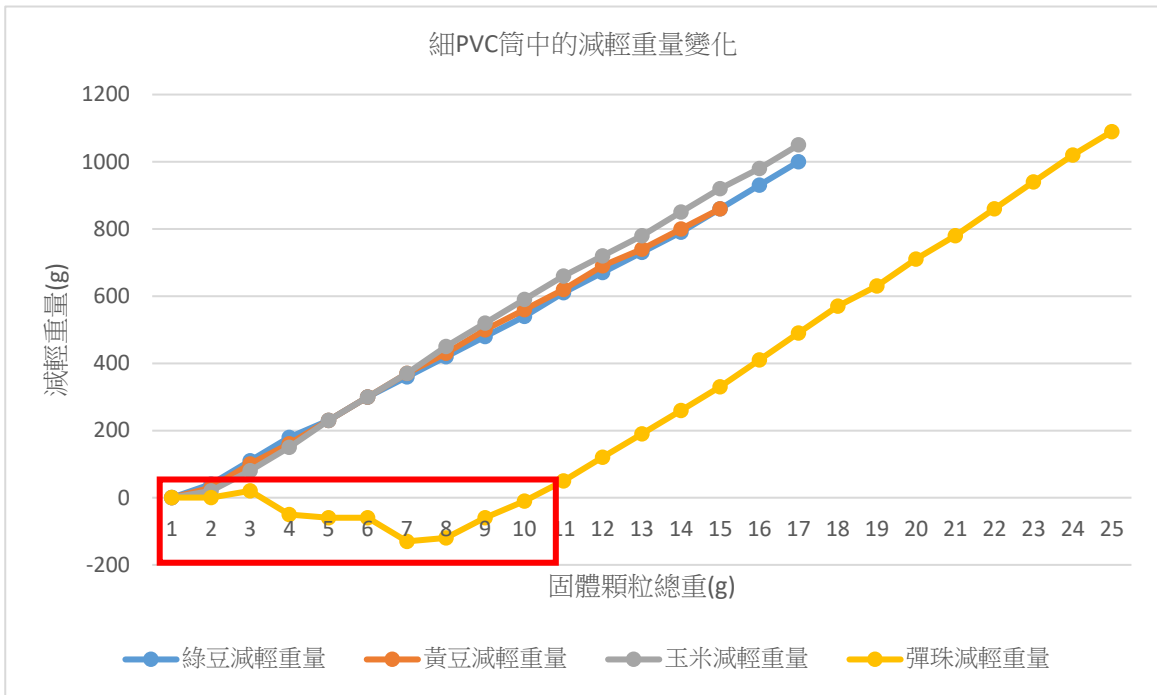


圖33. 彈珠、綠豆、黃豆與玉米裝入細 PVC 管的減輕重量折線圖

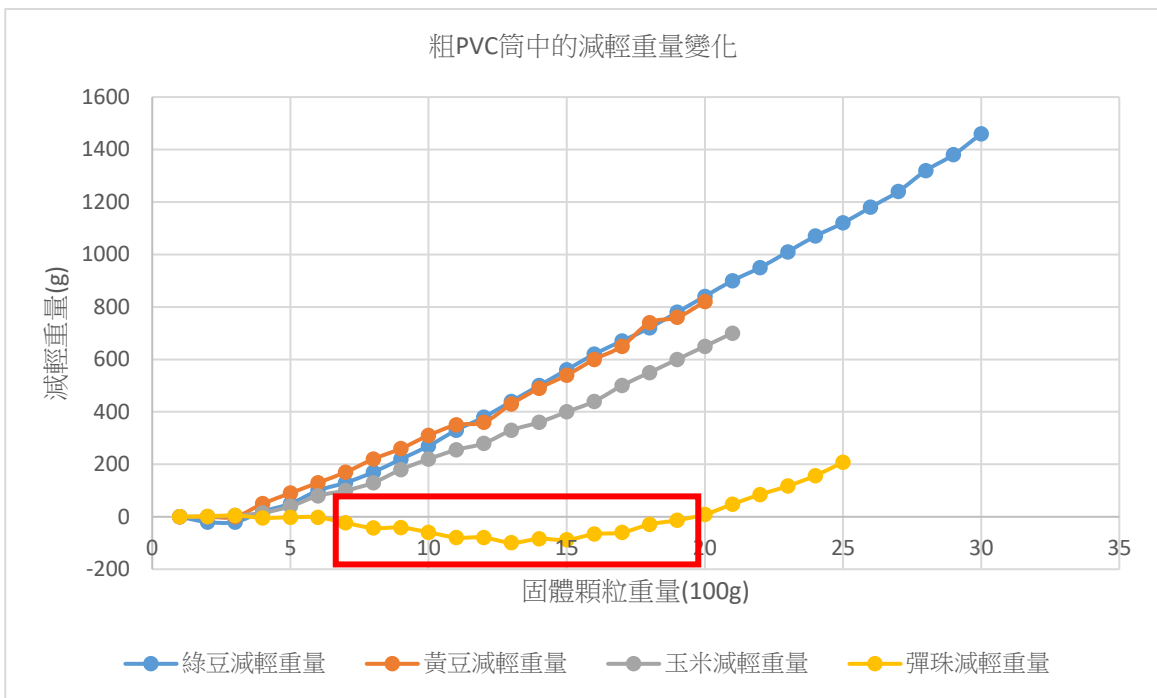


圖34. 彈珠、綠豆、黃豆與玉米裝入粗 PVC 管的減輕重量折線圖

從細管的減輕重量變化折線圖(圖33.)中，可以看出只有倒入彈珠時，出現了明顯的”反楊森效應”的區間(上圖中的紅色方框)，這是其他三種固體顆粒沒有的；我們同樣可以在粗管的減輕重量變化圖(圖34.)中，看到同樣的區間(上圖中的紅色方框)，一樣也是只有彈珠才有。這表示粒徑大小的確會影響減輕重量的變化。

根據文獻指出，這是因為部分的固體顆粒受到擠壓，產生向上的作用力，而向下的反作用力

就會造成磅秤讀數的增加。同時文獻也指出，這種情況只會發生在較大的顆粒上，這點跟我們的實驗數據相吻合。

但是文獻中沒有提到的是，隨著倒入固體顆粒的數量增加，反楊森效應會消失，變成楊森效應會表現出來。在我們的細管數據中，彈珠倒入總重為200~1000g時，會表現出反楊森效應，而超過1000g時，會變成跟小粒徑的顆粒一樣，表現出楊森效應。在粗管的數據中，我們也可以看到類似的現象，彈珠倒入總重為600~2000g時，會表現出反楊森效應，而當倒入總重超過2000g時，就會轉換成楊森效應。

根據實驗數據，最合理的解釋是不斷倒入固體顆粒之後，向下的總重會造成下方的彈珠被卡死而無法移動，既然無法產生向上的作用力，就無法繼續增加容器底部的重量。

而粒徑較小時，倒入初期可能會因為沒有填滿底部，而沒有顯現出減輕重量，當倒入的數量足夠時，才會表現出楊森效應。不過不論是粗管還是細管，小粒徑固體顆粒的確是不會表現出反楊森效應。

#### 四、大小粒徑參雜是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。

為了驗證反楊森效應的理論，我們使用綠豆+彈珠混合，依次倒入細 PVC 管和粗 PVC 管中，所得到的減輕重量折線圖如下。

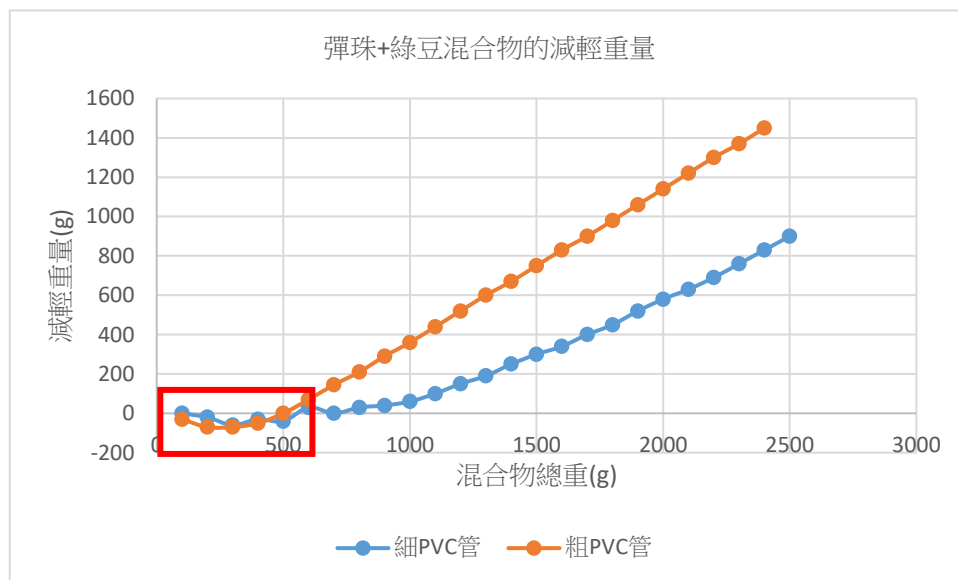


圖35. 彈珠+綠豆裝入 PVC 管的減輕重量折線圖

之所以會有反楊森效應的現象，是因為固體顆粒的粒徑較大，所以有空隙可以將顆粒往上推，產生的向下反作用使得容器底部增加。所以我們想說可以利用小粒徑的固體顆粒去填充空隙，進而觀察反楊森效應是否會減弱或消失。

根據我們做出來的數據，明顯可以看出跟單純只投入彈珠相比，反楊森效應的區間變小而且變得不明顯。這表示加入小粒徑的固體顆粒，可以將粒徑大的固體顆粒間的空隙填滿，藉此消除反楊森效應。

## 五、大小管徑是否會對固體顆粒的底部重量造成影響。

這次的實驗，我們選用了兩種不同管徑的 PVC 管，內徑分別為55mm 和\_\_\_\_mm。這樣做的目的，是想要檢驗管徑的不同，是否會對底部的重量變化造成影響。我們分別將四種不同的固體顆粒在兩種管徑中的減輕重量和減輕重量百分比整理出來，如下圖36.37.38.39。

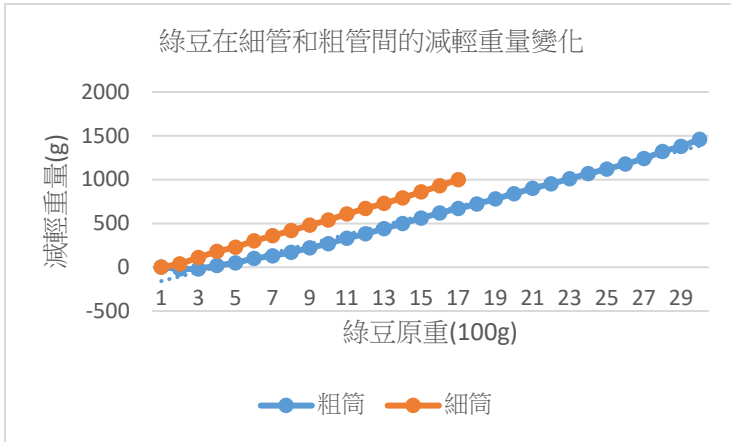


圖36. 綠豆裝入 PVC 管的減輕重量折線圖

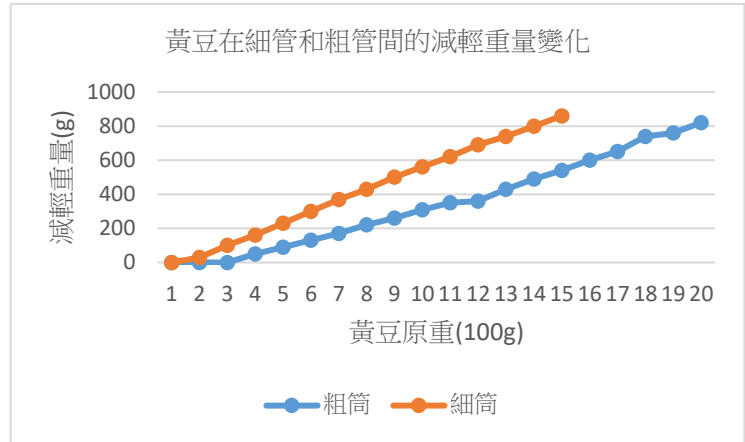


圖37. 黃豆裝入 PVC 管的減輕重量折線圖

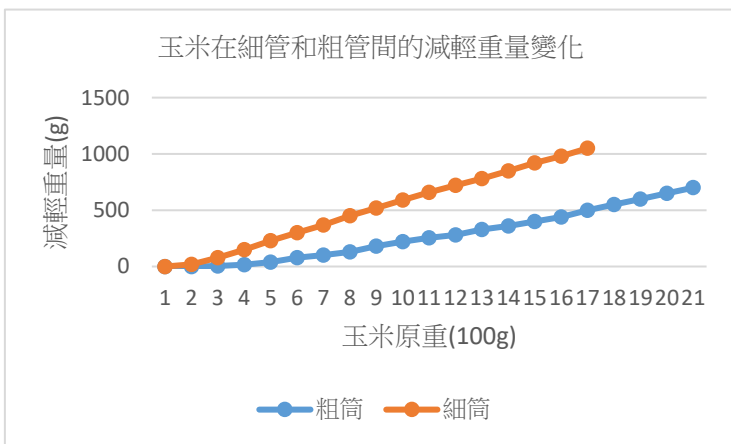


圖38. 玉米裝入 PVC 管的減輕重量折線圖

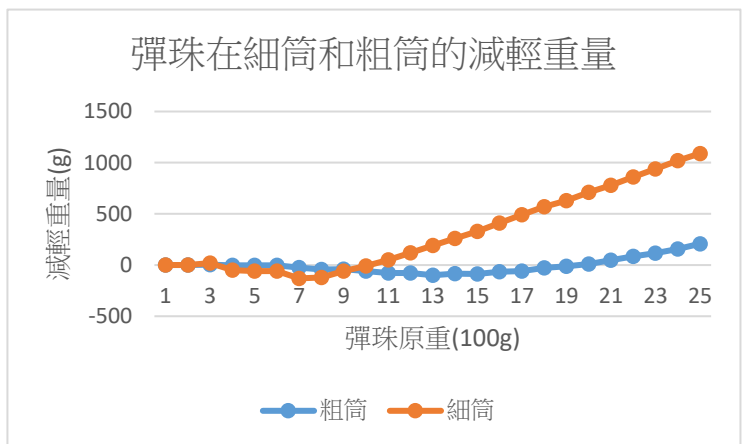


圖39. 彈珠裝入 PVC 管的減輕重量折線圖

從圖36.~39.中，很容易就可以看得出來，等重的同樣固體顆粒在不同管徑的管中，減輕重量的結果是不同的。所以可以推論管徑的確是會影響減輕重量的變化。

我們認為會造成不同的主要原因，是因為固體顆粒堆積高度不同造成的。在固體顆粒填入管內時，上方下壓的重量，可以轉換成作用在管壁上的正向力，因此造成摩擦力的增加，最後表現出來的就是減輕重量的增加。在上面四個折線圖中，可以看出倒入同重量時，都是細筒的減輕重量大於粗筒的減輕重量，我們認為這個可以理解成下面的算式。

假設倒入固定重量的固體體積顆粒為  $V$ ，PVC 管的截面積為  $A$ ，顆粒倒入管內後的堆積高度為  $H$ ，則可得  $H = V/A$ 。接著將倒入的固體顆粒密度設為  $D$ ，就可以理解成每次倒入時，下壓的壓力為  $P = HD$ 。也就是說，可以理解成管徑越小，倒入等重的固體顆粒時，增加的下壓力越大，這樣就可以解釋為何管徑不同會影響底部的減輕重量了。

## 陸、結論

我們在上一次的實驗中，找出了顆粒半徑、顆粒數量及顆粒的排列方式會對底部重量造成影響。針對摩擦力跟底部重量減輕的關係，我們也提出了解釋。而在這次的實驗中，我們針對容器材質、顆粒形狀、粒徑大小、大小顆粒參雜和管徑差異等是否影響容器底部的重量進行了實驗跟分析，最後可以得出下面結論。

- 一、在圓直筒中倒入固體顆粒，會依據顆粒之間的孔隙大小，決定是表現出楊森效應還是反楊森效應。根據我們的實驗數據，孔隙較大時，會產生反楊森效應的現象；孔隙較小時，會產生楊森效應的現象。
- 二、若想要在容器中，填入粒徑較大的固體顆粒，顆粒之間會因為較大的孔隙，造成顆粒有向上滑動的現象，而出現反楊森效應造成容器底部的重量增加，若想要消除這種效應，可以在容器中填入粒徑小的顆粒，用以抵銷反楊森效應。
- 三、顆粒形狀會影響底部重量的變化，當顆粒形狀較容易堆積時，顆粒間的孔隙較小，減輕重量比例會比較高；反之，顆粒形狀不易堆積時，會造成顆粒間的孔隙較大，減輕重量比較會比較低。
- 四、管徑大小不同，會造成等重的固體顆粒倒入時，在管內的堆積高度不一樣，所以向下的壓力也會不同，進而造成對側向管壁的正向力不同，使得底部減輕重量不同。

## 柒、參考資料及其他

1. <<裝滿的穀倉壓力有多大？靜摩擦力與楊森效應>>linjunJR，2020。
2. <<彈珠衝衝衝之楊森效應載重測試>>2019。