

屏東縣第 64 屆國中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：探索排灣族女性手紋的幾何秘密

關 鍵 詞：幾何學、排灣族、女性手紋

編號：A1013

探索排灣族女性手紋的幾何秘密

摘要

本研究從國小五年級的數學概念「線對稱圖形」的角度出發，分析排灣族女性手紋的幾何圖形。我們分析並紀錄下每個排灣族女性手紋的幾何組成、對稱軸數量和位置、對稱點、對稱邊和對稱角的組數。接著，我們根據這些紀錄，設計以女性手紋為主題的數學題。這份研究除了探索排灣族女性手紋的幾何秘密之外，我們也希望透過結合數學概念和族群文化的趣味題，提升學生對於學習這個單元的興趣。

壹、前言

一、研究動機

五年級上學期上文化課的時候，老師介紹了排灣族的女性手紋。在觀察的過程中，我們發現大部分手紋上的幾何圖形都有對稱軸，這讓我們回想到五年級數學課上線對稱圖形那一單元。於是我們打算從自己的文化出發，結合數學幾何圖形的概念，希望能對自己的文化有更不一樣的認識。我們認為在深入分析後，如果未來五年級的數學課本中，能結合自身族群的圖形和文化，也許能提高同學們上數學課時的興趣，也能增加不同族群對彼此文化的認識。除次之外，我們也希望能透過這個研究，讓大家知道生活和文化中有很多東西都能結合數學。

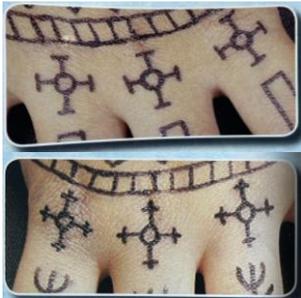
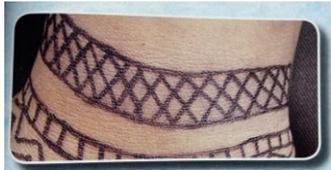
二、研究目的

- (一) 紀錄排灣族女性手紋中的幾何組成。
- (二) 分析排灣族女性手紋中的對稱軸數量和對稱點、對稱邊、對稱角組數。
- (三) 結合排灣族女性手紋，設計適合國小五年級學生的幾何數學題。

三、文獻回顧

(一) 排灣族女性手紋

在陳枝烈（2012）的研究中，他調查了排灣族各部落的女性手紋，發現了至少17種女性手紋。我們將常見的13種手紋的名稱、位置、代表的意義及圖示簡單整理成以下表格。手紋種類包含：人形紋、太陽紋、百步蛇紋、波形紋和齒形紋、杵形紋、砧板紋、掛勾紋、矩形紋、梅花點狀紋、工字形紋、星形紋、類雪花形紋。因為紋在vuvu們手上的手紋較不明顯，我們擷取書中以黑筆繪製的圖案，希望更能讓讀者看清楚上面的紋路。編號10-13的手紋因紋手者較少，已經沒有人知道紋路的意涵了，所以在表格中留白。

編號	1	2	3
名稱	人形紋	太陽紋	百步蛇紋
位置	手指第一或二指節	手指接手背的關節處	手腕
意義	代表貴族統治的人民	太陽的子孫	百步蛇是族群的祖先
圖示	 <p>人形紋 pinarucaucau</p>	 <p>太陽紋</p>	
	 <p>頭對頭人形紋 pinaqauljis</p>	 <p>蜘蛛形紋 pinarucacagalj</p>	

表一：女性手紋編號1-3：人形紋、太陽紋、百步蛇紋

編號	4 & 5	6	7
名稱	波形紋 & 齒形紋	杵形紋	砧板紋
位置	手背	手指第二指節	手臂內側
意義	貴族擁有的山河	搗小米用的杵	似齒形紋和波行紋
圖示	 tavaljiyan		

表二：女性手紋編號 4-7：波形紋和齒形紋、杵形紋、砧板紋

編號	8	9	10
名稱	掛勾紋	矩形紋	梅花點狀紋
位置	接近手腕處 百步蛇紋後	手指第二指節	手指接手背的關節處
意義	貴族擁有山林、土地、 獵場是可以收稅的	巫術箱、棺材	-
圖示			

表三：女性手紋編號 8-10：掛勾紋、矩形紋、梅花點狀紋

編號	11	12	13
名稱	工字形紋	星形紋	類雪花形紋
位置	手指第二指節	手指接手的之關節處	手指接手背的關節處
意涵	-	-	-
圖示			

表四：女性手紋編號 11-13：工字形紋、星形紋、類雪花形紋

(二) 幾何學

從小學二年級開始，就有跟幾何圖形相關的課程內容，重要的幾何概念包含點、邊、角、多邊形和圓等等。每個不同的幾何圖形可能由不同數量的點、邊和角組成。例如：三角形有三個點、三條邊和三個角；正方形則有四個點、四個一樣長的邊和四個直角。常見的多邊形包含：三角形、正方形、長方形、梯形、菱形、平行四邊形、五邊形等。圓則是以某一定點等距離的全部點所成的圖形。

在幾何學中，另外一個重要的概念是五年級上學期學到的線對稱圖形，指的是以一條直線為中心，將圖形分成兩個相同的部分時，這兩部分彼此對稱。這樣的直線被稱為對稱軸。例如，當一個正方形以對角線為對稱軸時，得到的兩個部分是完全相同的。在對稱圖形中，也可以觀察到對稱角、對稱點和對稱邊的存在。對稱角是指當兩個角分別位於對稱圖形的對稱點時，這兩個角的度數是相等的。對稱邊則是指一個圖形以對稱軸為中心對折後，相互重疊的兩條邊。

貳、研究設備及器材

文書處理軟體、排灣族手紋圖片、平板電腦

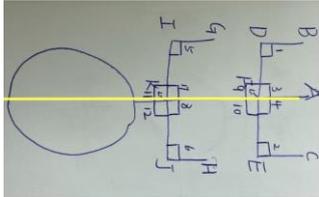
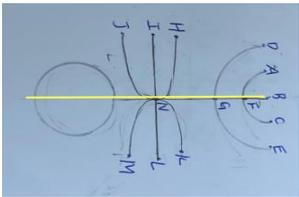
參、研究過程或方法

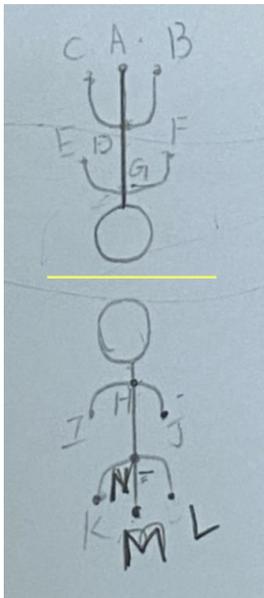
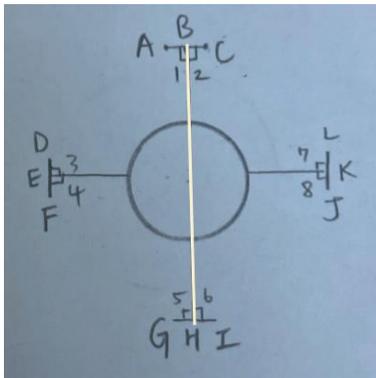
- (一) 重新繪製排灣族女性手紋
- (二) 分析排灣族女性手紋，包含幾何圖形組成、對稱軸、對稱邊、對稱角和對稱點
- (三) 紀錄分析的結果
- (四) 設計以排灣族女性手紋為主題的數學題

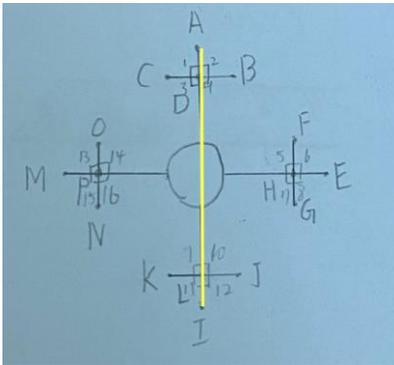
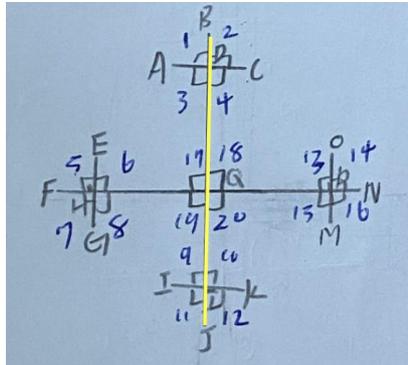
肆、研究結果

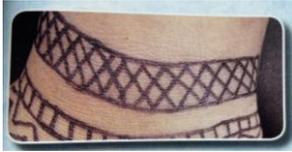
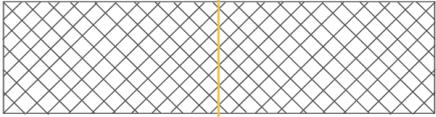
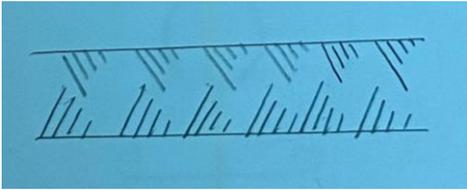
(一) 排灣族女性手紋幾何分析

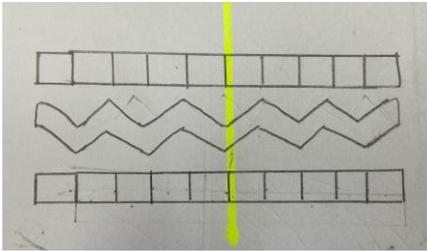
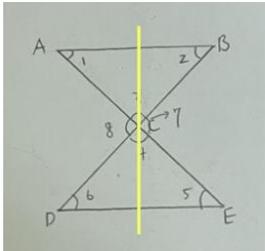
下面的九個表格紀錄了 18 個排灣族女性手紋（有些手紋包含 1-3 個圖形）的分析結果，內容包含圖形的幾何組成、是否為對稱圖形、對稱軸數量、對稱軸位置、以一點對稱軸為基準的對稱點、對稱邊和對稱角組數。

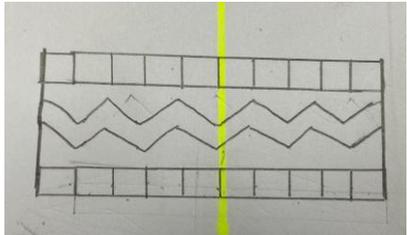
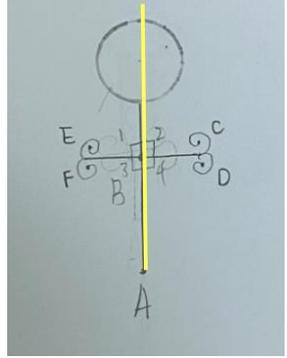
編號	1	2
名稱	人形紋	頭目家族人形紋
圖例		
幾何組成	一個圓形 五條直線 兩條橫線	一個圓形 一條直線 四條曲線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	1	1
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	四組對稱點： B 跟 C、D 跟 E、 G 跟 H、I 跟 J	五組對稱點： A 跟 C、D 跟 E、 H 跟 K、I 跟 L、J 跟 M
對稱邊	四組對稱邊： \overline{BD} 跟 \overline{CE} 、 \overline{GI} 跟 \overline{HJ} \overline{DF} 跟 \overline{EF} 、 \overline{IK} 跟 \overline{JK}	一組對稱邊： \overline{IN} 跟 \overline{LN}
對稱角	12 個直角，共六組對稱角： ∠1 跟 ∠2、∠3 跟 ∠4、 ∠5 跟 ∠6、∠7 跟 ∠8、 ∠9 跟 ∠10、∠11 跟 ∠12	無

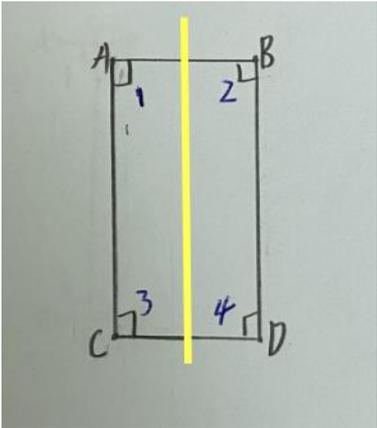
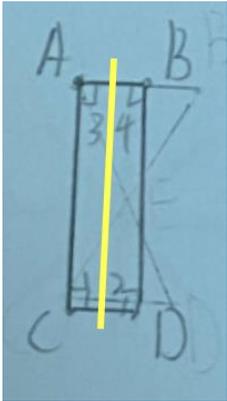
編號	3	4
名稱	頭對頭人形紋	太陽紋
圖例		
幾何組成	兩個圓形 四條曲線 兩條直線	一個圓形 四條橫線 四條直線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	2	4
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	七組對稱點 I 跟 E、J 跟 F、K 跟 C、L 跟 B、 M 跟 A、H 跟 G、N 跟 D	五組對稱點 A 跟 C、D 跟 L、E 跟 K、 F 跟 J、G 跟 I
對稱邊	兩組對稱邊 \overline{MN} 跟 \overline{AD} 、 \overline{NH} 跟 \overline{DG}	四組對稱邊 \overline{AB} 跟 \overline{CB} 、 \overline{DE} 跟 \overline{LK} \overline{EF} 跟 \overline{KJ} 、 \overline{GH} 跟 \overline{IH}
對稱角	無	8 個直角，共四組對稱角 $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 跟 $\angle 7$ 、 $\angle 4$ 跟 $\angle 8$ 、 $\angle 5$ 跟 $\angle 6$

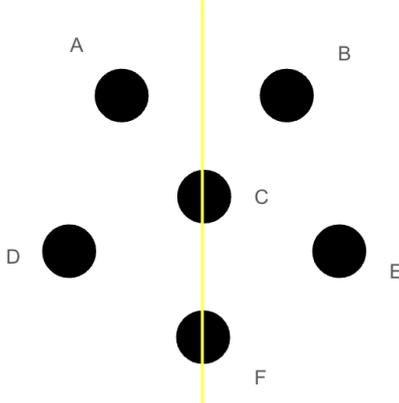
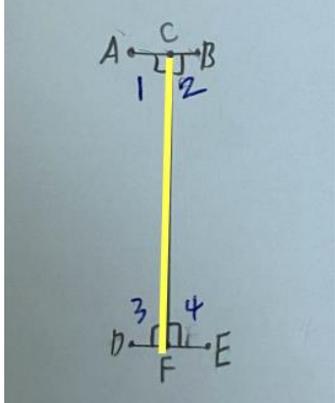
編號	5	6
名稱	太陽紋	蜘蛛形紋
圖例		
幾何組成	一個圓形 四條橫線 四條直線	三條橫線 三條直線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	4	4
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	六組對稱點： C 跟 B、M 跟 E、O 跟 F N 跟 G、K 跟 J、P 跟 H	六組對稱點： A 跟 C、E 跟 O、F 跟 N H 跟 D、G 跟 M、I 跟 K
對稱邊	五組對稱邊： \overline{CD} 跟 \overline{BD} 、 \overline{OP} 跟 \overline{FH} 、 \overline{MP} 跟 \overline{EH} 、 \overline{NP} 跟 \overline{GH} 、 \overline{KL} 跟 \overline{LJ}	六組對稱邊： \overline{AD} 跟 \overline{CD} 、 \overline{EH} 跟 \overline{OP} 、 \overline{FH} 跟 \overline{NP} 、 \overline{GH} 跟 \overline{MP} 、 \overline{HQ} 跟 \overline{PQ} 、 \overline{IL} 跟 \overline{KL} 、
對稱角	16 個直角，八組對稱角： ∠1 跟 ∠2、∠3 跟 ∠4、 ∠13 跟 ∠6、∠14 跟 ∠5、 ∠15 跟 ∠8、∠16 跟 ∠7、 ∠9 跟 ∠10、∠11 跟 ∠12	20 個直角，十組對稱角： ∠1 跟 ∠2、∠3 跟 ∠4、 ∠5 跟 ∠14、∠6 跟 ∠13、 ∠7 跟 ∠16、∠8 跟 ∠15、 ∠17 跟 ∠18、∠19 跟 ∠20、 ∠9 跟 ∠10、∠11 跟 ∠12

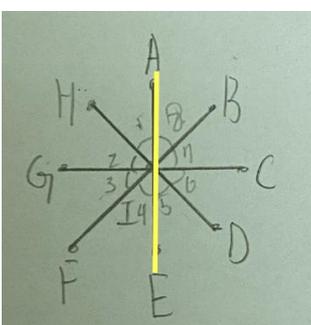
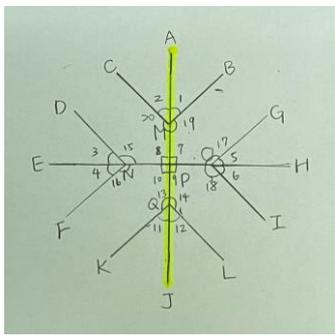
編號	7	8
名稱	百步蛇紋	百步蛇紋
圖例		
幾何組成	若干個菱形 若干個三角形	兩條橫線 若干條斜線
(非)對稱圖形	對稱圖形	非對稱圖形
對稱軸數量	2	0
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	
對稱點	若干組對稱點，因數量繁多，不一一列出。	無對稱點
對稱邊	若干組對稱邊，因數量繁多，不一一列出。	無對稱邊
對稱角	若干組對稱角，因數量繁多，不一一列出。	無對稱角

編號	9	10
名稱	波形紋及齒形紋	杵形紋
圖例		
幾何組成	若干條直線 四條橫線 若干條斜線	兩個等腰三角形
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	1	2
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	若干組對稱點， 因數量繁多， 不一一列出。	兩組對稱點： A 跟 B、D 跟 E
對稱邊	若干組對稱邊， 因數量繁多， 不一一列出。	兩組對稱邊： \overline{AC} 跟 \overline{BC} 、 \overline{DC} 跟 \overline{EC}
對稱角	若干組對稱角， 因數量繁多， 不一一列出。	六個銳角，三組對稱角： $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 8$ 跟 $\angle 7$ 、 $\angle 6$ 跟 $\angle 5$

編號	11	12
名稱	砧板紋	掛勾紋
圖例		
幾何組成	若干條直線 四條橫線 若干條斜線	一個圓形 一條直線 一條橫線 四條螺旋線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	1	1
對稱軸位置	 以黃線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	若干組對稱點， 因數量繁多， 不一一列出。	兩組對稱點： E跟C、F跟D
對稱邊	若干組對稱邊， 因數量繁多， 不一一列出。	無對稱邊
對稱角	若干組對稱角， 因數量繁多， 不一一列出。	無對稱角

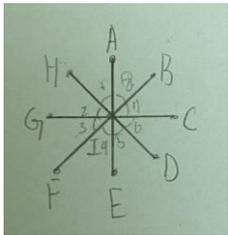
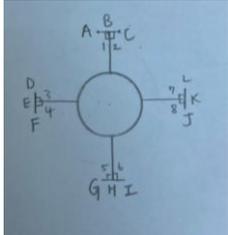
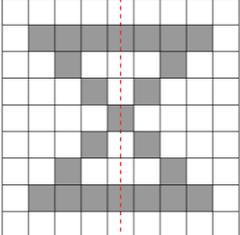
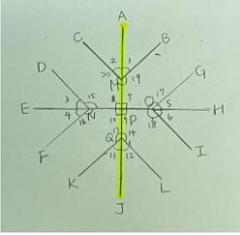
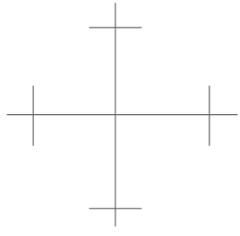
編號	13	14
名稱	矩形紋	矩形紋
圖例		
幾何組成	一個長方形	一個長方形
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	2	2
對稱軸位置	 <p>以黃線為對稱軸</p>	 <p>以黃線為對稱軸</p>
對稱點	兩組對稱點： A 跟 B、C 跟 D	兩組對稱點： A 跟 B、C 跟 D
對稱邊	一組對稱邊： \overline{AC} 跟 \overline{BD}	一組對稱邊： \overline{AC} 跟 \overline{BD}
對稱角	四個直角，兩組對稱角： $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 跟 $\angle 4$	四個直角，兩組對稱角： $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 跟 $\angle 4$

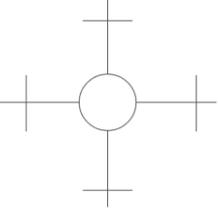
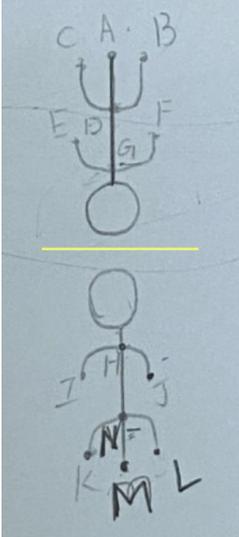
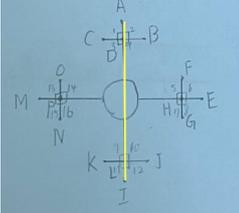
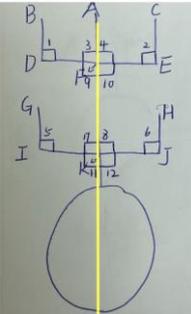
編號	15	16
名稱	梅花點狀紋	工字形紋
圖例		
幾何組成	五個圓	兩條橫線 一條直線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	5	2
對稱軸位置	 <p>以黃線為對稱軸</p>	 <p>以黃線為對稱軸</p>
對稱點	兩組對稱點： A 跟 B、D 跟 E	兩組對稱點： A 跟 B、D 跟 E
對稱邊	無對稱邊	兩組對稱邊： \overline{AC} 跟 \overline{BC} 、 \overline{DF} 跟 \overline{EF}
對稱角	無對稱角	四個直角，兩組對稱點 $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 跟 $\angle 4$

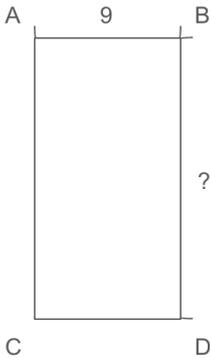
編號	17	18
名稱	星形紋	類雪花形紋
圖例		
幾何組成	一條直線 一條橫線 兩條斜線	一條直線 兩條橫線 八條斜線
(非)對稱圖形	對稱圖形	對稱圖形
對稱軸數量	8	4
對稱軸位置	 以橘線為對稱軸	 以黃線為對稱軸
對稱點	三組對稱點： H 跟 B、G 跟 C、F 跟 D、	六組對稱點： C 跟 B、D 跟 G、E 跟 H F 跟 I、K 跟 L、N 跟 O
對稱邊	三組對稱邊： \overline{HI} 跟 \overline{BI} 、 \overline{GI} 跟 \overline{CI} 、 \overline{FI} 跟 \overline{DI}	六組對稱邊： \overline{CM} 跟 \overline{BM} 、 \overline{DN} 跟 \overline{GO} 、 \overline{EN} 跟 \overline{HO} 、 \overline{FN} 跟 \overline{IO} 、 \overline{NP} 跟 \overline{OP} 、 \overline{KQ} 跟 \overline{LQ}
對稱角	8 個銳角，四組對稱角： $\angle 1$ 跟 $\angle 8$ 、 $\angle 2$ 跟 $\angle 7$ 、 $\angle 3$ 跟 $\angle 6$ 、 $\angle 4$ 跟 $\angle 5$	8 個銳角，四組對稱角： $\angle 1$ 跟 $\angle 2$ 、 $\angle 5$ 跟 $\angle 3$ 、 $\angle 6$ 跟 $\angle 4$ 、 $\angle 11$ 跟 $\angle 12$ 4 個直角，兩組對稱角： $\angle 7$ 跟 $\angle 8$ 、 $\angle 9$ 跟 $\angle 10$ 8 個鈍角，四組對稱角： $\angle 19$ 跟 $\angle 20$ 、 $\angle 17$ 跟 $\angle 15$ 、 $\angle 18$ 跟 $\angle 16$ 、 $\angle 14$ 跟 $\angle 13$

(二) 以排灣族女性手紋為主題的數學題

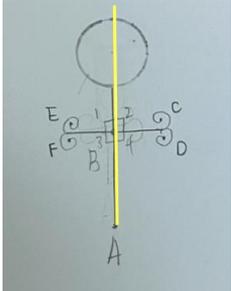
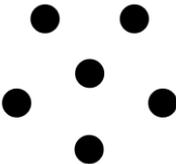
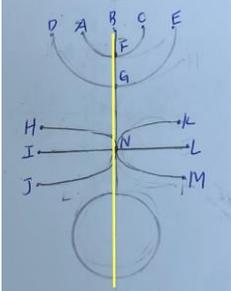
1. 填空題：

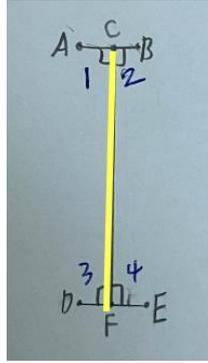
	<p>(1) 左圖是排灣族女形手紋中的星形紋， 此圖一共有_____條對稱軸。</p> <p style="text-align: right;">答案：8</p>
	<p>(2) 左圖是排灣族女性手紋中的太陽紋， 此圖一共有_____條對稱軸。</p> <p style="text-align: right;">答案：4</p>
	<p>(3) 左圖是排灣族女性手紋中的杵形紋， 塗黑的地方總共佔了_____個格子。</p> <p style="text-align: right;">答案：37</p>
	<p>(4) 左圖是排灣族女性手紋中的類雪花形紋，此圖一共有 _____組對稱角。</p> <p style="text-align: right;">答案：10</p>
	<p>(5) 左圖是排灣族女性手紋中的蜘蛛形紋，此圖一共有 _____個直角。</p> <p style="text-align: right;">答案：20</p>

	<p>(6) 左圖是排灣族女性手紋中的太陽紋，此圖一共有 _____ 個直角。</p> <p style="text-align: right;">答案：16</p>
	<p>(7) 左圖是排灣族女性手紋中的頭對頭人形紋，點 G 會和點 _____ 疊合，點 B 會和點 _____ 疊合，點 E 會和點 _____ 疊合。</p> <p style="text-align: right;">答案：H；L；I</p>
	<p>(8) 左圖是排灣族女性手紋中的太陽紋，$\angle 13$ 的對稱角是 _____、$\angle 2$ 的對稱角是 _____、$\angle 8$ 的對稱角是 _____。</p> <p style="text-align: right;">答案：$\angle 6$、$\angle 1$、$\angle 15$</p>
	<p>(9) 左圖是排灣族女性手紋中的人形紋，<u>BD</u> 的對稱邊是 _____、<u>GI</u> 的對稱邊是 _____、<u>DF</u> 的對稱邊是 _____。</p> <p style="text-align: right;">答案：<u>CE</u>、<u>HJ</u>、<u>EF</u></p>

	<p>(10) 左圖是排灣族女性手紋中的矩形紋，若此長方形面積 180 平方公分，<u>BD</u>長_____公分。</p> <p style="text-align: right;">答案：20</p>
---	---

2. 是非題：

	<p>(1) () 左圖排灣族女性手紋中的百步蛇紋有兩條對稱軸。</p> <p style="text-align: right;">答案：0</p>
	<p>(2) () 左圖是排灣族女性手紋中的掛鉤紋，其中 $\angle 3$ 跟 $\angle 4$ 對稱。</p> <p style="text-align: right;">答案：0</p>
	<p>(3) () 左圖排灣族女性手紋中的梅花點狀紋有 3 條對稱軸。</p> <p style="text-align: right;">答案：X；有五條。</p>
	<p>(4) () 左圖排灣族女性手紋中的頭目家人形紋的 <u>NL</u> 跟 <u>NH</u> 對稱。</p> <p style="text-align: right;">答案：X；<u>NL</u> 跟 <u>NI</u> 對稱。</p>



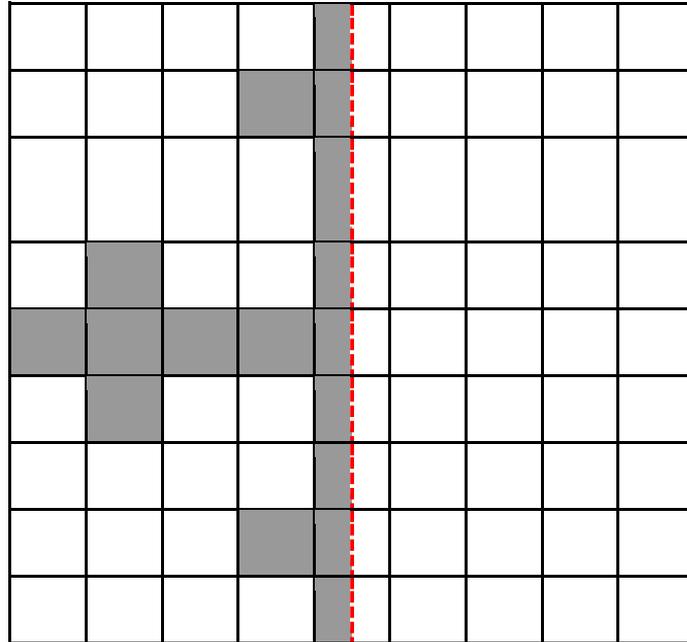
(5) () 左圖排灣族女性手紋中的工字型紋，如果以黃線為對稱軸，會有兩組對稱邊，分別是AC跟BC和DF跟EF。

答案：0

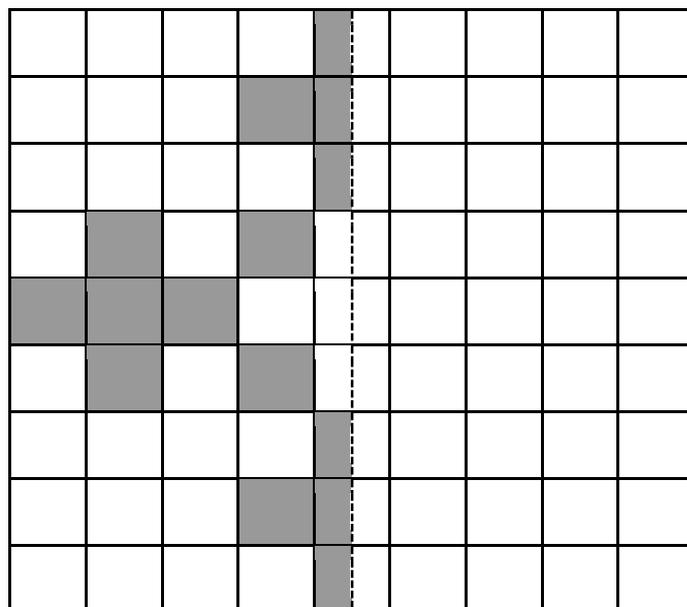
3. 繪出線對稱圖形：

我們選了九個比較適合當「繪出線對稱圖形」的排灣族女性手紋當題目，回答的學生要根據按照對稱軸畫出線對稱圖形的另一半。

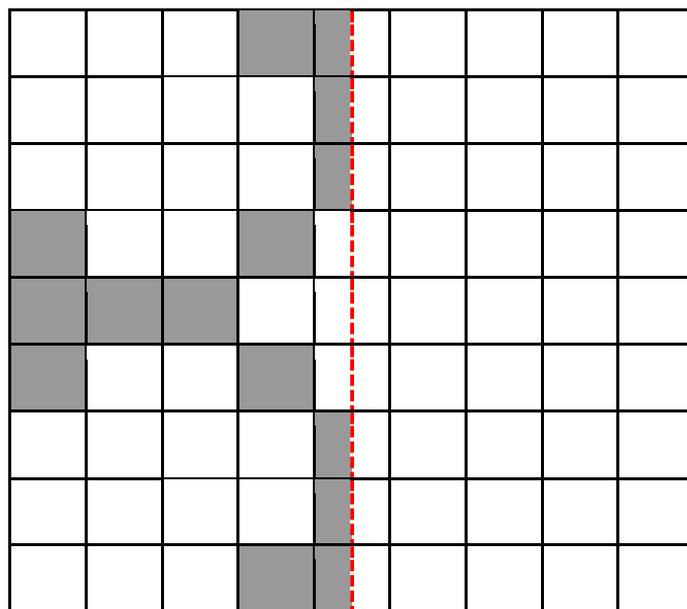
(1) 蜘蛛形紋



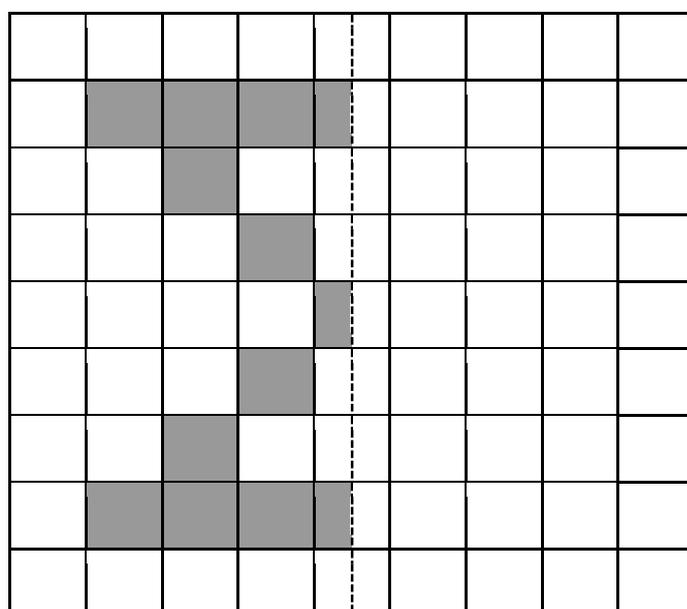
(2) 太陽紋 1



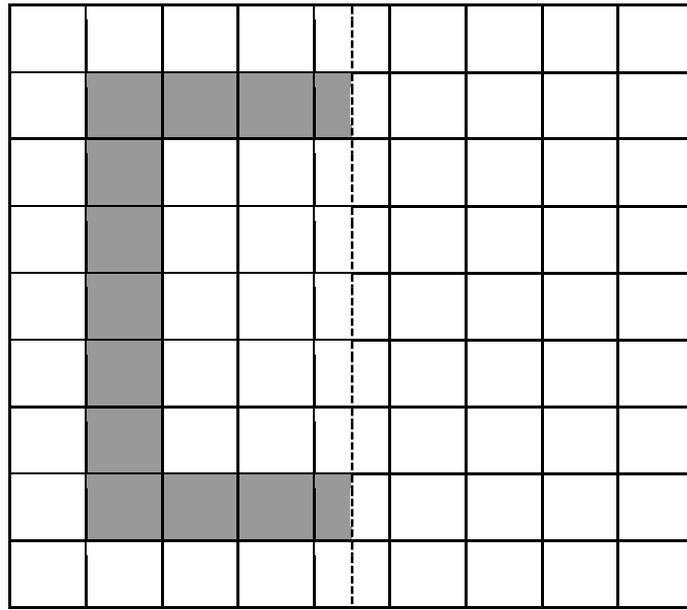
(3) 太陽紋 2



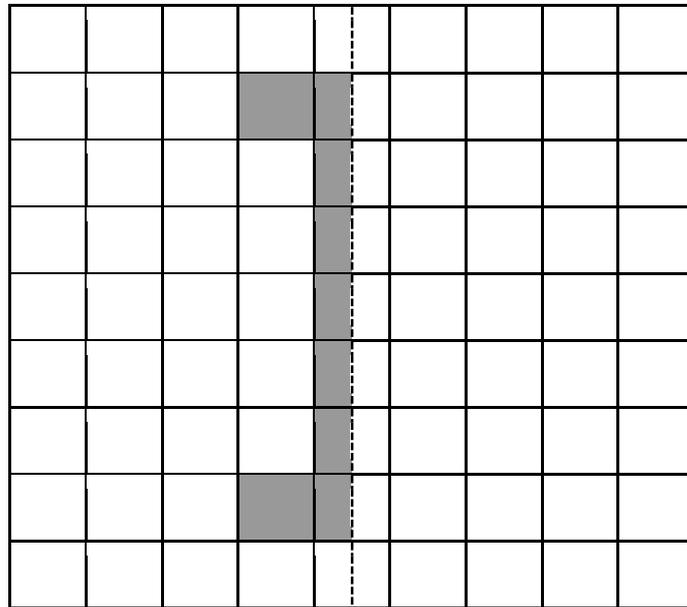
(4) 杵形紋



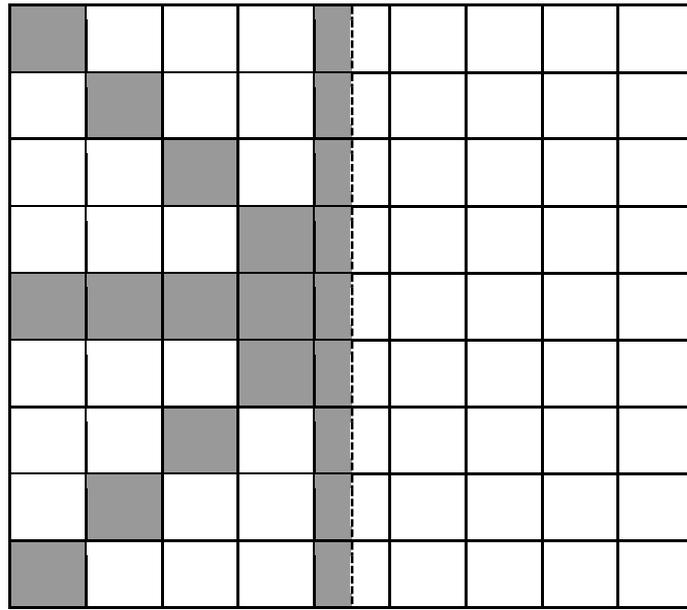
(5) 矩形紋 1



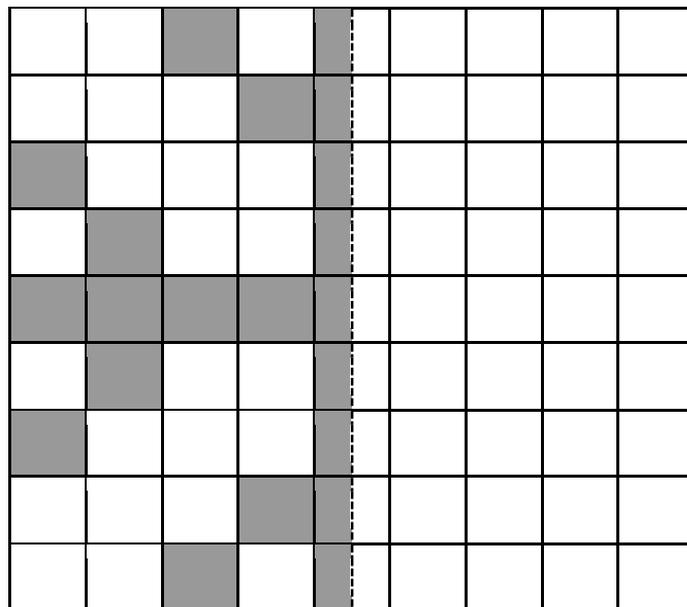
(6) 工字形紋



(7) 星形紋



(8) 類雪花形紋



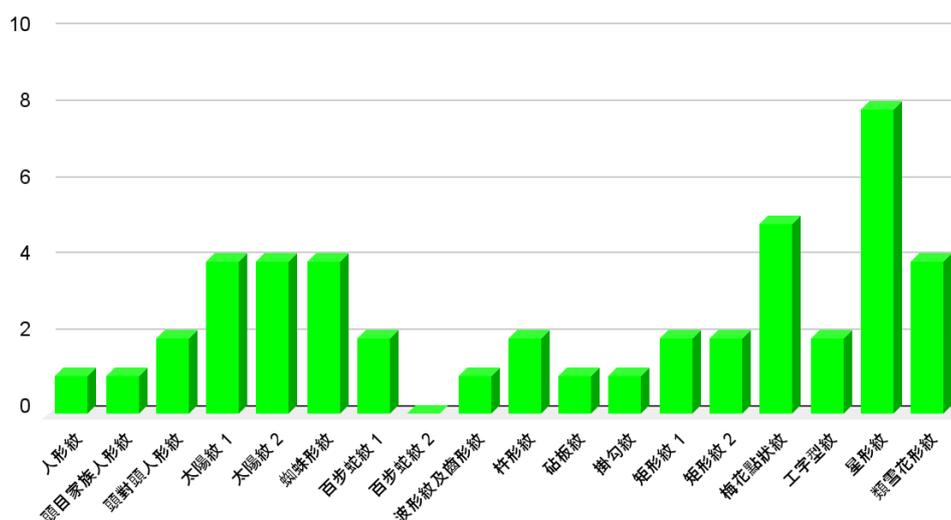
伍、討論

(一) 排灣族女性手紋的對稱軸數量、對稱點組數、對稱邊組數和對稱角組數

1. 對稱軸數量

從下圖中可以發現，在 18 個排灣族女性手紋中，對稱軸數量最多的是星形紋，最少的是第二種百步蛇紋。三分之一的手紋圖形有四條以上的對稱軸，三分之一的手紋圖形有至少兩條的對稱軸，但是也有三分之一的圖形只有一條對稱軸或沒有對稱軸。

各排灣族女性手紋的對稱軸數量



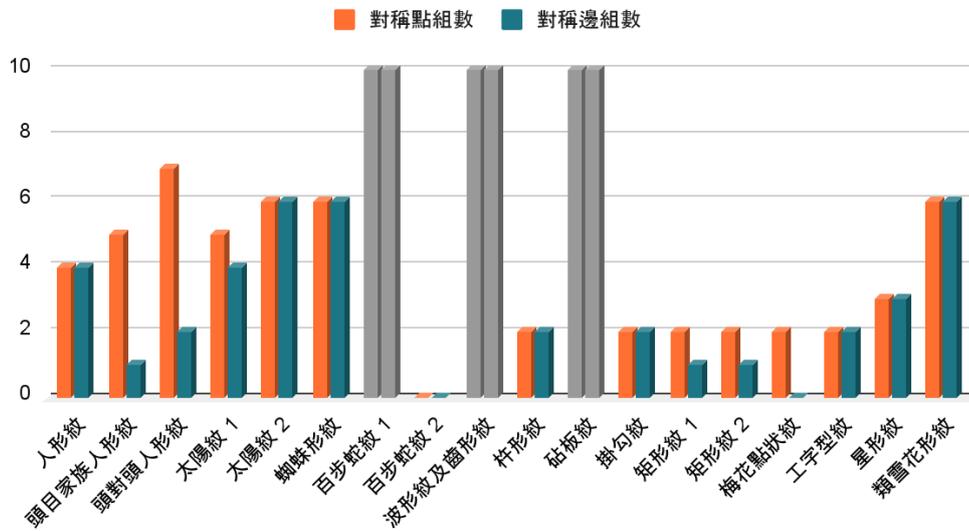
2. 對稱點和對稱邊組數

在下圖中可以觀察到，在 18 個排灣族女性手紋中，有 3 個手紋的圖形有十組以上對稱點，分別是百步蛇紋 1、波形紋和齒形紋、砧板紋。實際上，他們的組數超過 10 組，因為如果這三個圖形依照對稱軸重疊後，會有若干組對稱點。如果扣掉這三個圖形，我們可以發現，對稱點組數最多的是頭對頭的人形紋，一共有七組；最少的則是百步蛇紋 2，一組都沒有。除此之外，有超過一半以上的圖形有超過四組以上的對稱點。

在同一張圖中，我們也可以比較這 18 個排灣族女性手紋的對稱邊組數。從下圖中，我們發現除了有若干組的那三個手紋（百步蛇紋 1、波形紋和齒形

紋、砧板紋) 以外，對稱邊組數最多的是太陽紋 2、蜘蛛形紋、類雪花形紋，這三個手紋都有六組的對稱邊；最少的則一樣是百步蛇紋 2，一組都沒有。

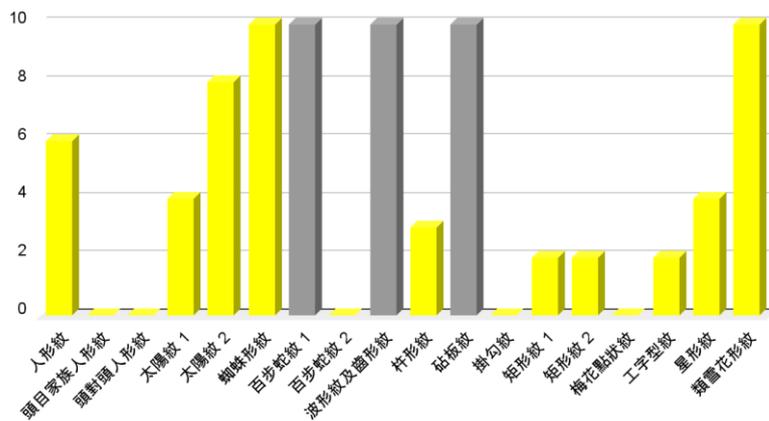
排灣族女性手紋對稱點和對稱邊組數



3. 對稱角組數

在下圖中，除了有若干組對稱角的三個女形手紋以外，擁有最多對稱角組數的是蜘蛛形紋和類雪花形紋，兩個手紋都有 10 組對稱角。也有許多手紋沒有對稱角，例如：頭目家族人形紋、頭對頭人形紋、百步蛇紋 2、掛勾紋和梅花點狀紋，他們沒有對稱角的原因不是因為沒有對稱軸就是因為在幾何圖形中包含曲線，無法形成角。

排灣族女性手紋對稱角組數



從以上這個女性手紋對稱軸、對稱點、對稱邊和對稱角的比較，我們可以發現排灣族女性手紋除了手紋樣式多元外，還暗藏很多數學上的概念，這些概念可以當作小學生學習幾何概念時的教材和練習題。我們也感嘆以前的祖先雖然沒有數學對稱的概念，但是卻能在沒有準確的測量下，就能準確地畫出對稱圖形。祖先的智慧，實在令人佩服！

陸、結論

在這個研究中，我們從繪製排灣族女性手紋開始，接著，標上對稱軸、對稱角、對稱點和對稱邊，最後，記錄以上的資訊，希望能更了解排灣族女性手紋的幾何秘密。從研究結果中，我們發現許多排灣族女性手紋都具有幾何圖形上的對稱性，而且有很多圖形都有許多組對稱點、對稱邊和對稱角。我們也從這些分析中，設計適合五年級學生練習的數學趣味題，對排灣族的學生來說，除了能學習數學知識，也能認識自己的文化；對非排灣族的學生來說，這也是一個增廣見聞的好機會！

柒、參考資料及其他

- 一、康軒文教事業（2021）。國民小學數學課本第 4 冊第 3 單元平面圖形。新北市：康軒。
- 二、康軒文教事業（2021）。國民小學數學課本第 9 冊第 7 單元線對稱圖形。新北市：康軒。
- 三、陳枝烈（2013）。屏東排灣族女性手紋研究。屏東縣原住民族部落大學。