

# 屏東縣第64屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國中組

作品名稱：可以讓我先下嗎？

關 鍵 詞：九宮格、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_（最多三個）

編號：B1014

## 摘要

「井字遊戲」是很多人從小到大都曾玩過的遊戲，兩人對戰，很快就能分出高下，其實高手過招下，井字遊戲是會先下者獲勝或是和局。若是改成一人只有三張代表自己的符號牌，那麼難度就增加了。研究先下者獲勝率是否還是高於後下者。面對原本就有優勢的先下者，在沒有和局的情況下，後下者如何求勝，還是那只是天方夜譚呢？

### 壹、前言

#### 一、研究動機

某天同學們在玩井字遊戲，老師看到後，就問全班要不要挑戰大家的團隊智慧及默契。比賽是以排為單位，分成兩組「O」及「X」，每組前三人分別拿著代表自己組別的符號牌（O或X），每組的第四位選手要從井字內移動自己的符號牌，想辦法讓自己的符號牌排成一直線（直線、橫線或斜線），先排成一直線的組別就算贏，我們且稱它為「三子井字遊戲」。因為每個同學都是不可預測的變因，有時明明很快就能勝利的，就因為緊張或太慢就被逆轉勝或進入延長賽，因為我們想要研究是否有較易獲勝的方式，為了減少同學之間差異的變因影響，此次研究我們都由兩人互下「三子井字遊戲」。

#### 二、研究目的

- （一）探究「三子井字遊戲」可獲勝的下法。
- （二）探究「三子井字遊戲」獲勝下法的思考方式。

### 貳、研究設備及器材

- 一、紙。
- 二、筆。
- 三、自製「三子井字遊戲」組：便於遊戲的進行。
- 四、九宮格表單：用於紀錄兩方移動狀況，方便進行分析。

### 參、研究過程

- 一、玩法說明：兩個玩家，一個拿三張O符號牌，一個拿三張X符號牌，輪流在3乘3的九宮格子上放入自己的符號牌，三張放完後，就移動九宮格內自己的符

號牌到想要的空位置上，最先以橫的、直的或斜的連線則為勝。

## 二、 紀錄說明：

(一) 為了方便記錄，先下者都是拿○符號牌，後下者拿X符號牌，第一次下的為紅色牌，第二次下的為藍色牌，第三次下的為綠色牌。(如圖一)

(二) 步數計算是以一局來看，以圖一為例，「0」為第一步，即先下者的第一步，「X」為第二步，即後下者的第一步；「0」為第三步，即先下者的第二步，「X」為第四步，即後下者的第二步；「0」為第五步，即先下者的第三步，「X」為第六步，即後下者的第三步。

(三) 下的位置為了方便描述，利用(x, y)來表示。以圖一為例，下的順序依序為：(1, 3) (3, 1) (3, 3) (3, 2) (1, 1) (1, 2)。

(四) 名稱說明：(如圖二)

1. 角位：九宮格頂點位置，即(1, 1) (1, 3) (3, 1) (3, 3)。
2. 中心位：九宮格正中間位置，即(2, 2)。
3. 邊位：九宮格緊鄰中心位的位置，即(1, 2) (2, 1) (2, 3) (3, 2)。

O	X	O
X		
O		X

圖一

角位	邊位	角位
邊位	中心位	邊位
角位	邊位	角位

圖二

## 三、 先下者有優勢嗎？

原始版本的井字遊戲已被不少人證明是對先攻者有利，先者主攻，後者主守。我們在雙方進行「三子井字遊戲」幾場後，會再進行順序對調，進行相同次數的比賽，發現大部分還是先攻者有較大機會先連成直線。其中最快的是在五步內先下者就達成連線。也有同學在玩時，僵持了很久，一直在攻防戰，所以我們針對所出現的狀況進行討論。

(一) 五步終結賽

O	X	
O		X
O		

圖三

圖三是五步終結賽的記錄，很明顯的後下者原本就已處於略勢，但又沒能下出正確的位置，才會導致提早結束。但這也讓我們研究起這樣的走法，後下者是否能有一線生機。

- 我們從圖三發現當先下者第一步放在角位 (1, 3)，後下者第二步放在第一步的旁邊的邊位 (即 (1, 2) 或 (2, 3)) 時，在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位 (2, 2)，先下者都會勝。

O	X	
X	O	
O		X

→

	X	O
X	O	
O		X

或

O	X	
O	O	
X		X

→

	X	
O	O	O
X		X

或

O	X	X
X	O	
O		

→

O	X	X
X	O	
		O

- 先下者第二輪放在對角的位置 (3, 1) (如圖四)，後下者就會下在中心位，這時雙方容易形成拉鋸戰，既要攻，也要守。這種局面常常是失誤造成敗局。

O	X	
	X	
X	O	O

圖四

(1) 先下者勝：

O	X		→	O	X	O	→	O	X	O	→	O	X		→	O	X		→	X	X		→	X	X	
	X				X				X				X			X	X			X	X			X	X	
X	O	O		X	O				O	X		O	O	X		O	O			O	O			O	O	O

(2)後下者勝：

O	X		→		X	O	→			O	→				→				→			X
	X				X				X	X		O	X	X		O	X			O	X	
X	O	O		X	O	O		X	O	O		X	O	O		X	O	O		X	O	O

由「五步終結賽」推論，若先下者下在角位，後下者下在第一步旁的邊位，則先下者獲勝的機率較高，故先下者有優勢。

(二) 先下者下在角位，後下者下在第一步鄰近角位。

O		X
X	O	O
		X

圖五

- 我們從圖五發現當先下者第一步放在角位 (1, 3)，後下者第二步放在第一步附近的角位 (即 (1, 1) 或 (3, 3)) 時，在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位 (2, 2)，雙方會形成拉鋸戰。
- 先下者第一步放在角位 (1, 3)，後下者第二步放在第一步對角的角位 (3, 1)，在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位 (2, 2)，雙方會形成拉鋸戰。若後下者恰好下到 (2, 1) 或 (2, 3) 就會如三(一)1. 般的狀況，先下者都會勝。

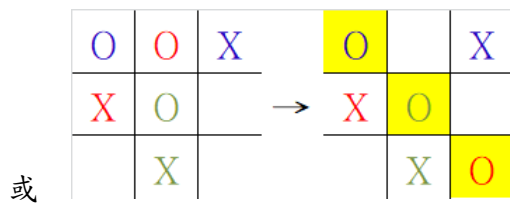
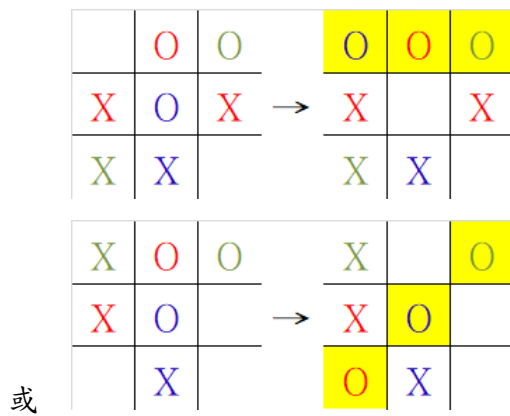
由「先下者下在角位，後下者下在第一步鄰近角位」推論，先下者獲勝機率較高，故先下者有優勢。

(三) 第一步下邊位，後下者第二步下第一步鄰近的邊位

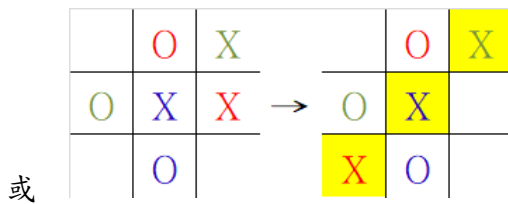
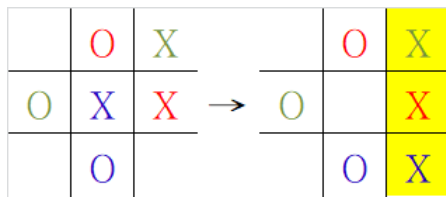
	O	O
X	O	
X	X	

圖六

- 我們從圖六發現當先下者第一步放在邊位 (2, 3)，後下者第二步放在靠近第一步的邊位 (即 (1, 2) 或 (2, 3)) 時，在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位 (2, 2)，就會有兩條可連線的選擇，先下者都會勝。

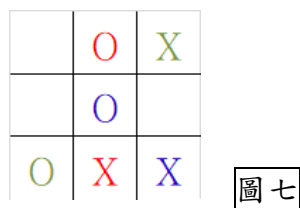


2. 先下者第二輪放在第一步對面的邊位 (2, 1)，後下者有下在中心位 (2, 2)，就會有兩條可連線的選擇，後下者都會勝。



由「第一步下邊位，後下者第二步下第一步鄰近的邊位」推論，誰能搶到中心位，是致勝的關鍵。因先下者有順序上的優勢，所以先下者有優勢。

(四) 第一步下邊位，後下者第二步下第一步對面的邊位。



1. 我們從圖七發現當先下者第一步放在邊位 (2, 3) 後下者第二步放在第一步

對面  
有下

O	O	O
	X	
	X	

的邊位（即（2，1））時，在沒有失誤的情況下，先下者在中心位（2，2），雙方會形成拉鋸戰。

圖八

2. 我們從圖八發現當後下者第二輪放在中心位（2，2）時，因為耗損掉一張卡，會導致第三張符號卡還未下就已經敗了。

由「**第一步下邊位，後下者第二步下第一步對面的邊位。**」推論，在沒有失誤的情況下，先下者要下在中心位（2，2），雙方會形成拉鋸戰。但後下者若要下在中心位，反而會讓先下者輕鬆得勝。**故先下者有優勢。**

（五）第一步下邊位，後下者第二步下第一步旁邊的角位。

X	O	X
	O	
	X	O

圖九

1. 我們從圖九發現當先下者第一步放在邊位（2，3）後下者第二步放在第一步旁邊的角位（即（1，3）或（3，3））時，在沒有失誤的情況下，先下者有下在中心位

（2，2），雙方會形成拉鋸戰。

X	O	X
O	X	
O		

圖十

2. 我們從圖十發現當後下者第二輪放在中心位（2，2）時，在沒有失誤的情況下，雙方會形成拉鋸戰。

由「**第一步下邊位，後下者第二步下第一步旁邊的角位。**」推論，在沒有失誤的情況下，先下者並沒有優勢。

(六) 後下者佔中心位

O		
X	X	X
O		O

圖十一

圖十一是後下者最快獲勝的一局，因為先下者未能攻下中心位，加上失誤

，所以很快的被對方打敗。若是在沒有失誤的情況下，雙方應會呈現拉鋸戰。

綜合上面結論，先下者有優勢。

四、下子的策略

(一) 中心位位於正中央，通過它的連線有四條，所以可以優先下在中心位，增加獲勝的機會。

X	X			X	X	O
X	O	O	→	X		O
		O				O

有次進行遊戲時，我們發現出現了這樣的狀況。

X		X
X	O	O
		O

(X必勝)

【狀況】先下者第一步就搶到了中心位，但卻成了後下者的必勝之局。

我們研究了一下，發現後下者在第二步就避開中心位所在的那兩條中心十字的情況，容易給自己找到出路。

	X	X
X	O	O
	O	

或

X		X
X	O	O
O		

或

	X	X
X	O	O
O		

(X都即將連線)

	O	X
X	O	O
	X	

或

O		X
X	O	O
		X

(X都要防守O連線)

若我們再往前一輪推導。第三步時，先下者也避開中心位所在的那兩條中心十字。



○		X
X	○	○
		X

或

X	○	X
	○	
○	X	

或

X	○	X
	○	
	X	○

(互相牽制)

X		X
	○	
○	X	○

第三輪先下者位置換到 (1, 3) 馬上變成必

勝

		X
X	○	○
○		X

(還可再戰)

所以先下在中心位，增加了得勝機會，但不代表一定會獲勝，還是要看自己的第二輪及第三輪下的位置，因為這會引導對手根據你的位置來做攻守。這也是「三子井字遊戲」好玩的地方，以為都在掌握之中，但若是沒有做推估步的話，很容易反而幫了對手的忙。

(二) 知己知彼，百戰百勝。

某些人有固定的下子方式，多觀察對手模式，可以針對他們的習慣，思考一套誘導或較佳的下子策略。

(三) 多多練習與觀察。

多和不同的人切磋，多看他人的下子方式，累積經驗，從失敗中累積經驗，模擬破解之法，久而久之，相信就能使每顆子都讓局面漸入佳境。

## 肆、 研究結果

一、 先下者下在角位，後下者下在第一步旁的邊位。

(一) 先下者第二輪只要下在第一步避開第二步的同一行(列)任一位置，並有下在中心位，則先下者必勝，後下者必敗。

(二) 先下者第二輪下在第一步的對角角位，那在沒有失誤的狀況下，兩者很容易形成拉鋸戰，不易分出勝負。

(三) 結論：先下者下在角位，後下者下在第一步旁的邊位，則先下者獲勝的機率較高，故先下者有優勢。

二、 先下者下在角位，後下者下在第一步鄰近角位。

(一) 在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位，雙方會形成拉鋸戰。

(二) 先下者第一步放在角位，後下者放在第一步對角的角位，在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位，雙方會形成拉鋸戰。若後下者恰好下到第一步旁的邊位就會如研究結果一、(一)的狀況，先下者必勝，後下者必敗。

(三) 結論：先下者下在角位，後下者下在第一步鄰近角位，先下者獲勝機率較高，故先下者有優勢。

三、先下者下在邊位，後下者下在靠近第一步的邊位。

(一) 先下者只要有下在中心位，則先下者會有兩條連線的選擇，先下者必勝，後下者必敗。

(二) 先下者第二輪放在第一步對面的邊位，後下者有下在中心位，就會有兩條可連線的選擇，後下者都會勝。

(三) 結論：第一步下邊位，後下者第二步下第一步鄰近的邊位，誰能搶到中心位，是致勝的關鍵。因先下者有順序上的優勢，所以先下者有優勢。

四、先下者下在邊位，後下者下在第一步對面的邊位。

(一) 在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位，雙方會形成拉鋸戰。

(二) 後下這要下在中心位，反而會讓先下者得勝。

(三) 結論：先下者下在邊位，後下者下在第一步對面的邊位。先下者獲勝機率較高，故先下者有優勢。

五、第一步下邊位，後下者第二步下第一步旁邊的角位。

(一) 在沒有失誤的情況下，先下者只要有下在中心位，雙方會形成拉鋸戰。

(二) 在沒有失誤的情況下，後下者要有下在中心位，雙方會形成拉鋸戰。

(三) 結論：第一步下邊位，後下者第二步下第一步旁邊的角位。先下者並沒有優勢。

六、後下者佔中心位。

即便先下者沒有下在中心位，在沒有失誤的狀況下，兩者很容易形成拉鋸戰。

因此，先下者有優勢，而下在中心位更是先下者的致勝關鍵。

七、先下者有優勢，但每一輪的下子位置也能將優勢引到劣勢，所以每一步子都應該推估接下來的情勢，可以多和他人切磋，累積經驗，也能多觀察他人在玩時的下子方式及結果，「三子井字遊戲」不像井字遊戲般無法改變，在第七步開始，移子的過

程中，又能將結果帶到不同方向。

## 伍、 討論

我們在記錄下子位置時，有同學就說：「有沒有很像我們七年級在畫三視圖？老師以後可以拿我們下子的位置去出三試圖的題目了。」結果竟然有人想到了立體的井字遊戲，把井字遊戲從平面變成立體的，應該更難。我們上網一查，原來早就有類似的「立體四子棋」也是連成線，只是因為是立起來的，所以都會從最下層堆疊起來，要思考的層面就更多了。還有立體的OX遊戲，突然感覺我們的「三子井字遊戲」好像變簡單多了。

「三子井字遊戲」也能進階玩法，就是第四輪必須要照下子順序去移動，我們玩過幾次，結果一切都跟預想的不一樣，所以很多同學不願意跟我們玩，我們也先想先把「三子井字遊戲」練到很熟，再去挑戰更高階了。

## 陸、 結論

「三子井字遊戲」較井字遊戲更多變數，也更好玩，特別是像一開始老師讓我們進行的以排為組每排人輪流上去下子時，因為下完手中三子，第四輪就可競速去移子，更增添了比賽的變數，現在井字遊戲變化出很多種的新型玩法，這些都可以讓我們多動動腦，也可以去建構下一步的局。

## 柒、 參考資料及其他

### 一、 參考書籍

- (一) 康軒111學年度七下數學2-1直角坐標平面。
- (二) 康軒111學年度七下數學6-1垂直、線對稱與三視圖

### 二、 網路資源

- (一) 王曼庭 (2016年6月1日) · 「00XX」怎麼玩都沒輸沒贏？只要下在「這裡」就能輕鬆獲勝！中時新聞網有影·取自

<https://www.chinatimes.com/amp/tube/20160601003152-261411>