

屏東縣第64屆國中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：面積與格點

關 鍵 詞：面積、格點

編號：A1016

製作說明：

1. 說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
2. 編號：由承辦學校統一編列。
3. 封面編排由參展作者自行設計。

多邊形面積與格點的研究

摘要

本次進行多邊形面積與格點的研究，研究目的主要是要探討：格點多邊形的面積大小與內點個數的關係；在當內點=0時，格點多邊形的周點和面積大小的關係；周點一定時，格點多邊形的內點和面積大小的關係。利用釘板及橡皮筋操作多邊形圖形，用鉛筆及格點紙紀錄多邊形的面積、個數、周點數及內點數之關係，並討論格點多邊形的面積大小與內點個數的關係，內點=0的格點多邊形，周點個數和面積大小的關係研究，周點的個數一定時，格點多邊形的內點的個數和面積大小的關係。這次研究後，我們探討出下列結論：當周點和內點個數相同時，格點多邊形的面積就相同；格點多邊形的周點一定大於或等於3；格點多邊形的內點個數永遠小於面積的平方公分數；面積相同的格點多邊形內點每增加一個，周點就減少兩個；當內點=0，周點每增加1個，面積就增加0.5平方公分；內點=0時，格點多邊形的面積=（周點-2）÷2；格點多邊形的面積=內點+〔（周點）÷2-1〕=內點+〔（周點-2）÷2〕。

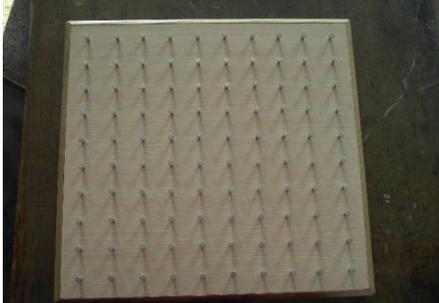
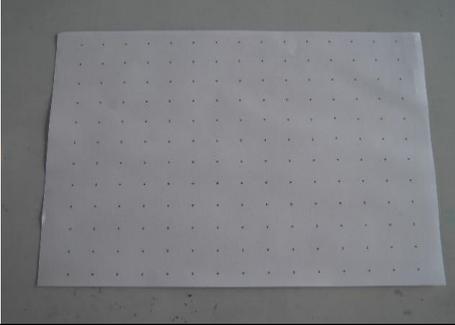
壹、研究動機

四年級上學期上數學課時，老師教我們利用一張由水平線及垂直線組成的方格紙，將面積分成若干個面積單位，透過計算有多少個面積單位來求出多邊形的面積，或是將圖形轉化成長方形的面積來求的方法，並且請我們用橡皮筋在釘板上做出形狀不同，但面積都是6平方公分的圖形，並把它畫在方格紙上，最後再用彩色鉛筆將橡皮筋經過的釘子和橡皮筋沒有經過的釘子塗上不同的顏色。我們發現了一個很有趣的現象：面積相同，形狀不同的圖形，當橡皮筋經過的釘子數相同，橡皮筋內的釘子數也會相同。在老師的鼓勵下，我們繼續展開這項研究。

貳、研究目的

- 一、探討格點多邊形的面積大小與內點個數的關係。
- 二、探討內點=0時，格點多邊形的周點和面積大小的關係。
- 三、探討周點一定時，格點多邊形的內點和面積大小的關係。

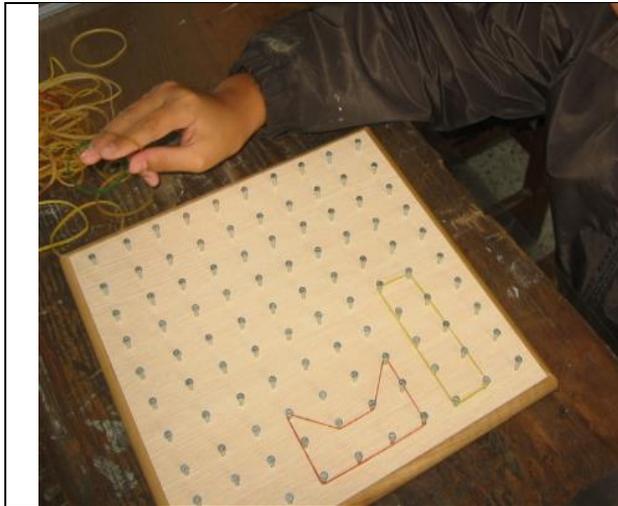
參、研究設備及器材

	
10x10釘板	橡皮筋
	
格點紙	鉛筆

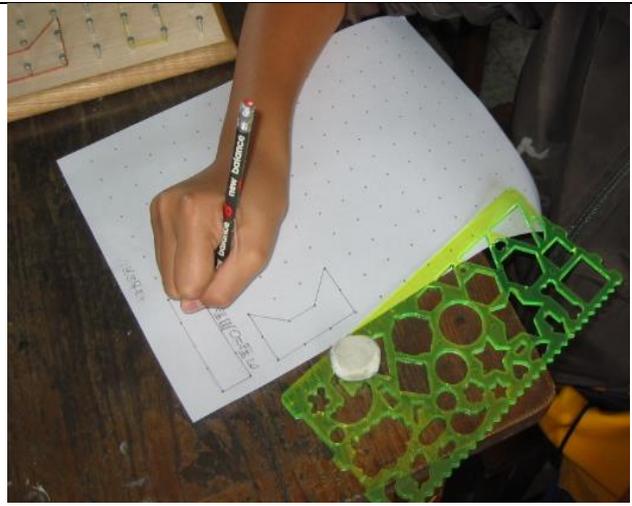
肆、研究過程或方法

【研究一】格點多邊形的面積大小與內點個數的關係

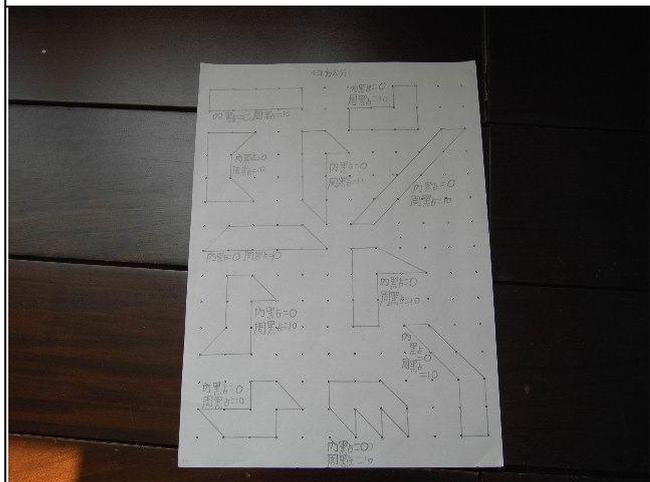
- 一、在釘板上做出面積=1平方公分~10平方公分的各種圖形各兩個。
- 二、把釘板上面積=1平方公分~10平方公分的圖形，分別畫在格子點的紙上。
- 三、統計面積=1平方公分~10平方公分的圖形，它的內點與周點個數。



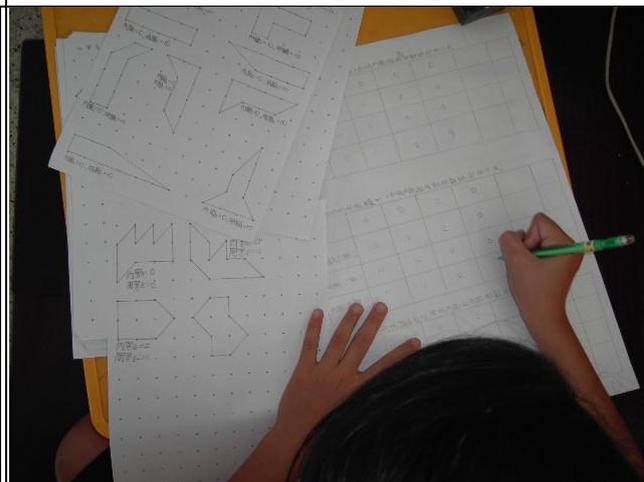
操作圖形



方格紙記錄過程



方格紙記錄成果



記錄統計

【研究二】內點=0的格點多邊形，周點個數和面積大小的關係研究。

- 一、在釘板上做出內點=0，周點=3~10的格點多邊形各兩個。
- 二、把釘板上做出來的各種圖形，畫在格子點的紙上。
- 三、統計以上各圖形的面積大小。

【研究三】周點的個數一定時，格點多邊形的內點的個數和面積大小的關係。

- 一、在釘板上做出周點=3，內點=0, 1, 2, 3…….10的格點多邊形各一個。並畫在格子點的紙上，再逐一計數各圖形的面積。
- 二、在釘板上做出周點=4，內點=0, 1, 2, 3…….10的格點多邊形各一個。並畫在格子點的紙上，再逐一計數各圖形的面積。
- 三、在釘板上做出周點=5，內點=0, 1, 2, 3…….10的格點多邊形各一個。並畫在格子點的紙上，再逐一計數各圖形的面積。
- 四、在釘板上做出周點=6，內點=0, 1, 2, 3…….10的格點多邊形各一個。並畫在格子點的紙上，再逐一計數各圖形的面積。

伍、研究結果

【研究一】格點多邊形的面積大小與內點個數的關係

一、面積=1平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	1-1
個數〔個〕	4
周點〔個〕	4
內點〔個〕	0

二、面積=2平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	2-1	2-2
個數〔個〕	2	2
周點〔個〕	6	4
內點〔個〕	0	1

三、面積=3平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	3-1	3-2	3-3
個數〔個〕	2	2	2
周點〔個〕	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2

四、面積=4平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	4-1	4-2	4-3	4-4
個數〔個〕	2	2	2	2
周點〔個〕	10	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2	3

五、面積=5平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5
個數〔個〕	2	2	2	2	2
周點〔個〕	12	10	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2	3	4

六、面積=6平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2
周點〔個〕	14	12	10	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2	3	4	5

七、面積=7平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	7-1	7-2	7-3	7-4	7-5	7-6	7-7
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2	2
周點〔個〕	16	14	12	10	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2	3	4	5	6

八、面積=8平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	8-1	8-2	8-3	8-4	8-5	8-6	8-7	8-8
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2	2	2
周點〔個〕	18	16	14	12	10	8	6	4
內點〔個〕	0	1	2	3	4	5	6	7

九、面積=9平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	9-1	9-2	9-3	9-4	9-5	9-6	9-7	9-9
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2	2	2

周點〔個〕	20	18	16	14	12	10	8	6
內點〔個〕	0	1	2	3	4	5	6	7

十、面積=10平方公分的格點多邊形，它的內點與周點個數統計如下表：

圖形	10-1	10-2	10-3	10-4	10-5	10-6	10-7	10-8
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2	2	2
周點〔個〕	22	20	18	16	14	12	10	8
內點〔個〕	0	1	2	3	4	5	6	7

【研究二】內點=0的格點多邊形，周點個數和面積大小的關係研究。

內點=0，周點=3~10的格點多邊形面積大小統計如下表：

圖形	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
個數〔個〕	2	2	2	2	2	2	2	2
周點〔個〕	3	4	5	6	7	8	9	10
面積〔平方公分〕	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4

【研究三】周點的個數一定時，格點多邊形的內點的個數和面積大小的關係。

一、在釘板上做出周點=3，內點=0，1，2，3…….10的格點多邊形各一個。並畫在格子點的紙上，經逐一計數後，各圖形的面積大小統計如下：

(一)周點=3，內點=0~4的格點多邊形面積大小統計如下表：

內點(個)	0	1	2	3	4
面積〔平方公分〕	0.5	1.5	2.	3.	4.

我們的發現：

- 1.當周點=3時，內點每增加1個，面積就增加1平方分。
- 2.面積=內點+0.5

(二)周點=4，內點=0~4的格點多邊形面積大小統計如下表：

內點(個)	0	1	2	3	4
面積(平方公分)	1	2	3	4	5

我們的發現：

- 1.當周點=4時，內點每增加1個，面積就加1平方公分
- 2.面積=內點+1

(三)周點=5，內點=0~4的格點多邊形面積大小統計如下表：

內點〔個〕	0	1	2	3	4
面積〔平方公分〕	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5

我們的發現：

- 1.當周點=5時，內點每增加1個，面積就加1平方公分
- 2.面積=內點+1.5

(四)周點=6內點=0~4的格點多邊形面積大小統計如下表：

內點〔個〕	0	1	2	3	4
面積〔平方公分〕	2	3	4	5	6

我們的發現：

- 1.當周點=6時，內點每增加1個，面積就加1平方公分
- 2.面積=內點+2

陸、討論

【研究一】格點多邊形的面積大小與內點個數的關係

- (一)當周點和內點個數相同時，格點多邊形的面積就相同。
- (二)格點多邊形的周點一定大於或等於3。例如：當周點=3，內點=0時，面積=0.5平方公分
- (三)格點多邊形的內點個數永遠小於面積的平方公分數。

例如：當面積=3時，內點個數只可能是0、1、2。

當面積=4時，內點個數只可能是0、1、2、3。

- (四)面積相同的格點多邊形內點每增加一個，周點就減少兩個。

【研究二】內點=0的格點多邊形，周點個數和面積大小的關係研究。

- (一)內點=0時，周點每增加1個，面積就增加0.5平方公分。
- (二)內點=0時，格點多邊形的面積 = (周點 - 2) ÷ 2

【研究三】周點的個數一定時，格點多邊形的內點的個數和面積大小的關係。

周點=3~6的格點多邊形面積和內點個數關係，統計如下表：

周點個數	格點多邊形面積	我的想法〔一〕	我的想法〔二〕
3	內點+0.5	$3 \div 2 - 1 = 0.5$	$(3-2) \div 2 = 0.5$
4	內點+1	$4 \div 2 - 1 = 1$	$(4-2) \div 2 = 1$
5	內點+1.5	$5 \div 2 - 1 = 1.5$	$(5-2) \div 2 = 1.5$
6	內點+2	$6 \div 2 - 1 = 2$	$(6-2) \div 2 = 2$
⋮	⋮	⋮	⋮
N	內點+[$N \div 2 - 1$]	$N \div 2 - 1$	⋮
	內點+[$(N-2) \div 2$]		$(N-2) \div 2$

柒、結論

- 一、當周點和內點個數相同時，格點多邊形的面積就相同。
- 二、格點多邊形的周點一定大於或等於3。
- 三、格點多邊形的內點個數永遠小於面積的平方公分數，
- 四、面積相同的格點多邊形內點每增加一個，周點就減少兩個。
- 五、當內點=0，周點每增加1個，面積就增加0.5平方公分。
- 六、內點=0時，格點多邊形的面積 = (周點 - 2) ÷ 2
- 七、格點多邊形的面積 = 內點 + [(周點) ÷ 2 - 1]
= 內點 + [(周點 - 2) ÷ 2]

捌、參考資料及其他

- 一、教科書編撰委員會，國民小學數學科教學指引第十冊，修定版，臺南市，南一書局企業股份有限公司，p.146~p.179，民95年。
- 二、教科書編撰委員會，國民小學數學科教學指引第七冊，修定版，臺南市，南一書局企業股份有限公司。
- 三、教科書編撰委員會，國民小學數學科教學指引第九冊，修定版，臺南市，南一書局企業股份有限公司。

四、數學教學方法，台北市，九章出版社。

五、國小數學科新課程概說(中年級、高年級)，台北市，臺灣省國民學校教師研習會，民86年。

六、國小數學教材分析，台北縣，臺灣省國民學校教師研習會，民90年。

※名詞釋義名詞釋義

一、格點多邊形：用橡皮筋在10x10的正方形釘板上所圍出來的圖形，就叫做格點多邊形。這個圖形的頂點是釘板上的釘子。

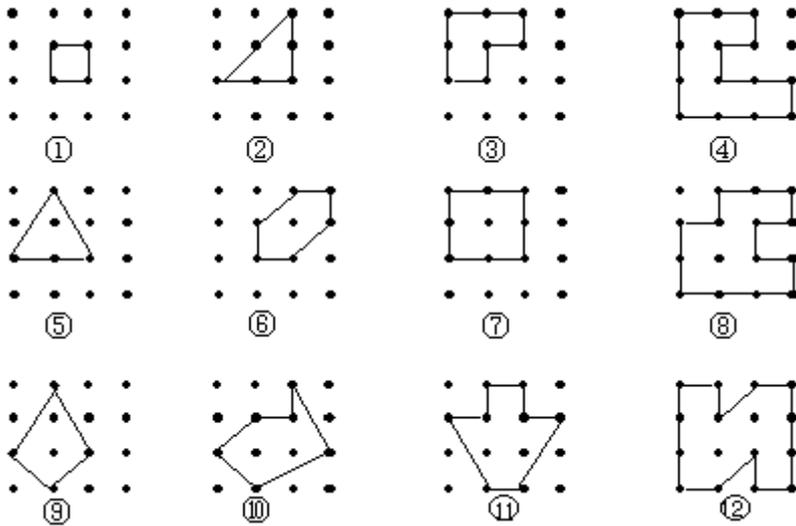
二、內點：在格點多邊形內的釘子。

三、周點：在格點多邊形周圍的釘子。

相鄰四點連成的小正方形面積為1平方厘米。

分別連接各點，組成下面12個圖形，你發現有什麼排列的規律？

算出各圖形的面積。找出圖形外面一周的點子數、中間的點子數與面積三者之間的關係。



分析：仔細觀察圖形：

橫看，從左往右圖形一周的格點數逐漸增多，中間的格點數不變；

豎看，從上往下圖形一周的格點數不變，中間的格點數逐漸增多。

圖形一周的格點數、中間的格點數與面積究竟有什麼關係呢？我們可以將圖形按中間沒有個點、中間有一個格點和中間有兩個格點進行分組清單分析。

第(1)組				
圖形編號				
一周格點數	4	6	8	14
中間格點數	0	0	0	0
面積(平方厘米)	1	2	3	6

中間沒有格點時，面積=一周格點數÷2-1

第(2)組				
圖形編號				
一周格點數	4	6	8	14
中間格點數	1	1	1	1
面積(平方厘米)	2	3	4	7

中間有一個格點時，面積=一周格點數÷2+(1-1)

第(3)組				
圖形編號				
一周格點數	4	6	8	14
中間格點數	2	2	2	2
面積(平方厘米)	3	4	5	8

中間有兩個格點時，面積=一周格點數÷2+(2-1)

解答：(1) 中間格點數相同時，圖形的面積隨著一周的格點數增加而增加；當一周的格點數相同時，圖形的面積同樣隨著中間的格點數增加而增加。

(2) 各圖形的面積見表格。

各圖形面積的大小與一周的格點數、中間的格點數都有關係，格點圖形的面積計算公式是：

圖形面積=圖形一周的格點數÷2+(中間格點數-1)

說明：格點圖形的面積求法很靈活，不要死記公式，要具體題目具體研究。