

屏東縣第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：數學科

組 別：國中組

作品名稱：小棋盤圍棋之延伸與研究－以 2x3 棋盤為例

關 鍵 詞：圍棋、小棋盤、最長路徑

編 號：B1003

摘要

本研究旨在探討 2×3 棋盤的各種性質，先是列出各種符合或不符合規則的圖，再從中將其按性質分類成各種狀態，接著，找出各狀態在增減一個黑白子後會變成何種狀態，將其依序相連形成路徑，最後將各路徑找出最長者及各規則下黑白最滿意者。

壹、前言

一、研究動機

我從小接觸圍棋等桌遊類競技體育項目，其中對圍棋產生了高度之熱忱。今年很高興有機會參加科展，有一次在網路上尋找與圍棋相關的科展主題的時候，看到了南極捕魚的潘達的專欄「不一樣的圍棋」，以及 John Tromp 和 Gunnar Farneback 的論文《Combinatorics of Go》，引發了我研究的興趣，也和數學課所學的直角坐標平面有相關，所以，就想以圍棋為主題進行深入的研究。

二、目的

- (一)列出 2×3 棋盤所有可能的組合。
- (二)列出 2×3 棋盤最長的棋局遊歷。
- (三)列出 2×1 至 2×3 棋盤各圖或各狀態不符合規則或符合規則的數量及其所占比例。
- (四)列出 2×3 棋盤所有不符合規則可能的組合。

三、文獻回顧

本研究原出於 John Tromp 和 Gunnar Farneback 在 2016 年 1 月發表的論文《Combinatorics of Go》。該篇論文提到， 2×3 棋盤的合法局面量為 489 種，本研究將 489 種一一列出，並探討各局面的關係及如何在各規則下，找到獲勝的道路。另外， 2×2 之最佳結局為黑勝一子，由 Erik van der Werf 提出。 2×2 最長棋局遊歷則由 John Tromp 及 Gunnar Farneback 在 2006 年提出，共 48 手(49 個節點)。 $1 \times n$ 棋盤已被 Noah Weninger 和 Ryan Hayward 在 2017 年提出。

貳、研究設備及器材

(一)線上器材：線上繪圖軟體 Geogebra、文書處理軟體 Microsoft Word 及 Microsoft Excel、

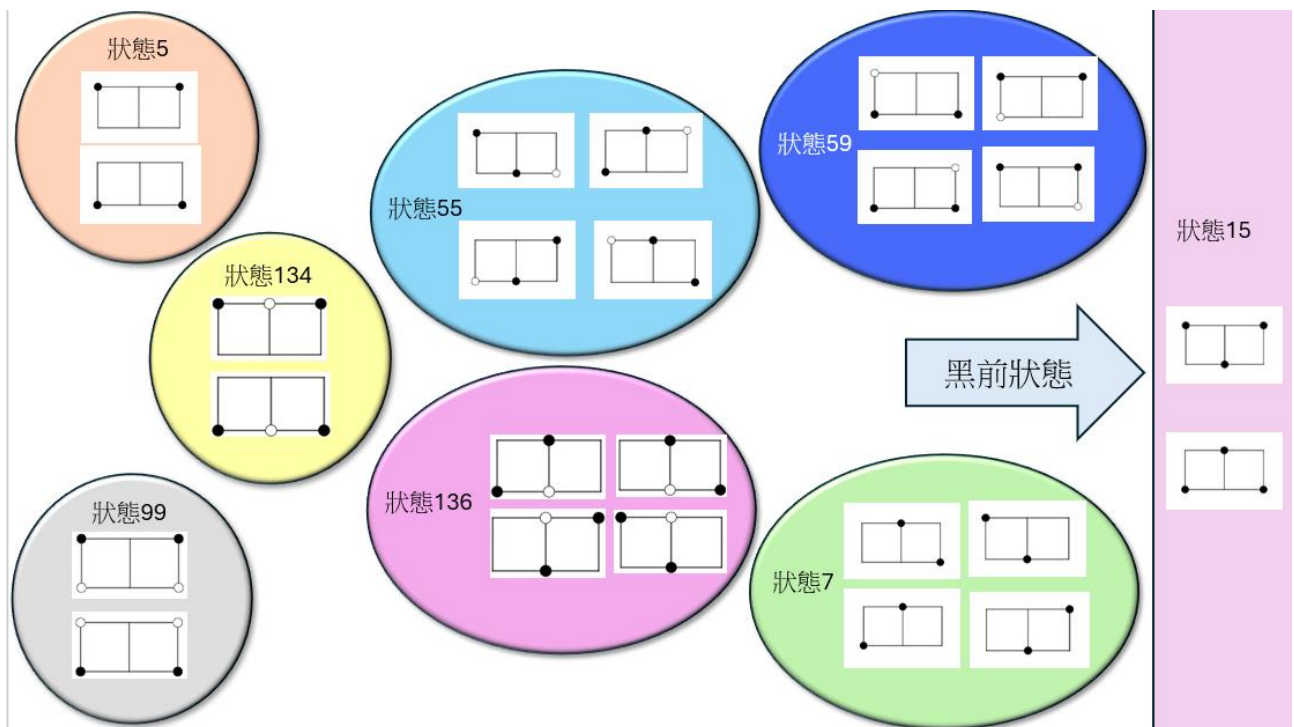
圍棋棋譜紀錄網站 online-go.com 及軟體 GoWrite、電腦剪取工具。

(二)線下器材：電腦、紙、筆。

參、研究過程或方法

【名詞定義】：

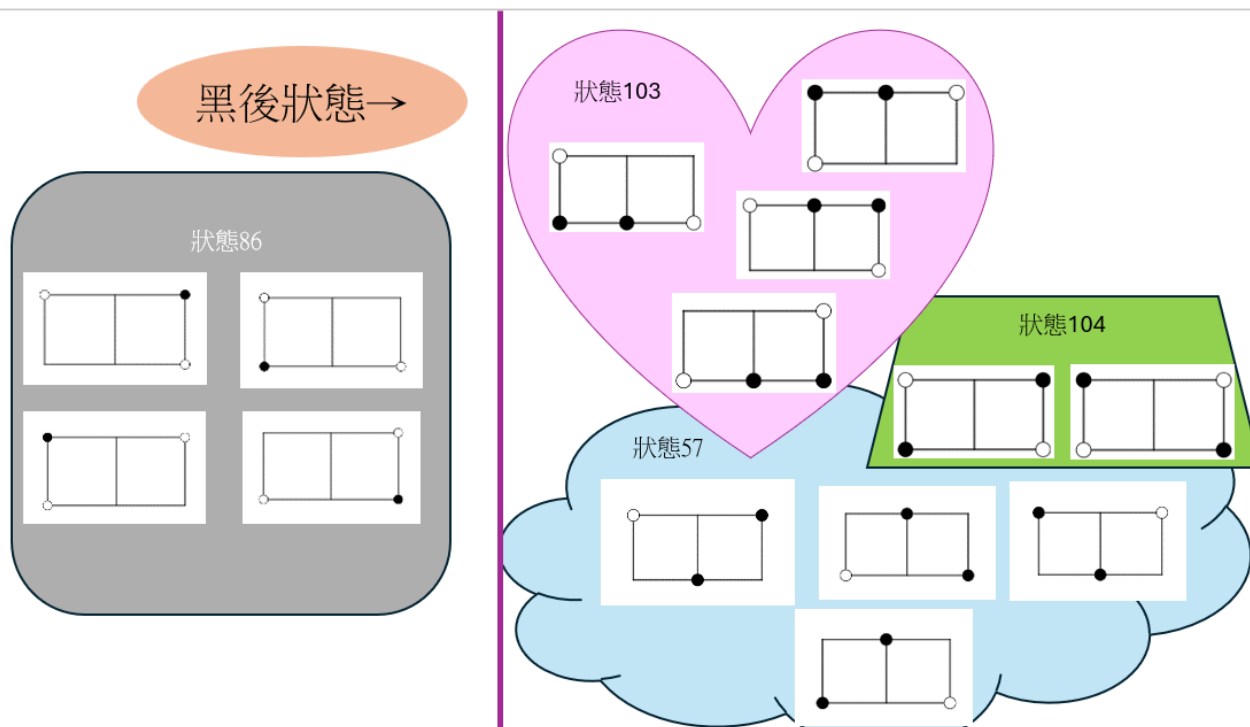
(一)黑前狀態：指該狀態可能是由哪些局面添加一個黑子所形成的，見下圖一。



圖一：黑前狀態例圖，其中左側的七種狀態皆為狀態 15 之黑前狀態，

意即左側的七種狀態再落一黑子後有機會形成狀態 15。

(二)黑後狀態：指該狀態添加一個黑子可能形成哪些狀態，見下圖二。

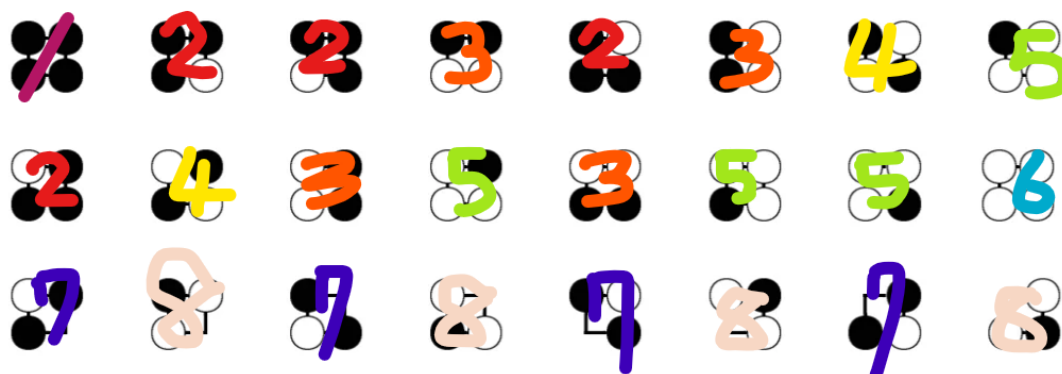


圖二：黑後狀態例圖，其中右側的三種狀態皆為狀態 86 的黑後狀態，
意即右側的三種狀態可由狀態 86 再落一黑子後形成。

(三)白前狀態及白後狀態同理可得。

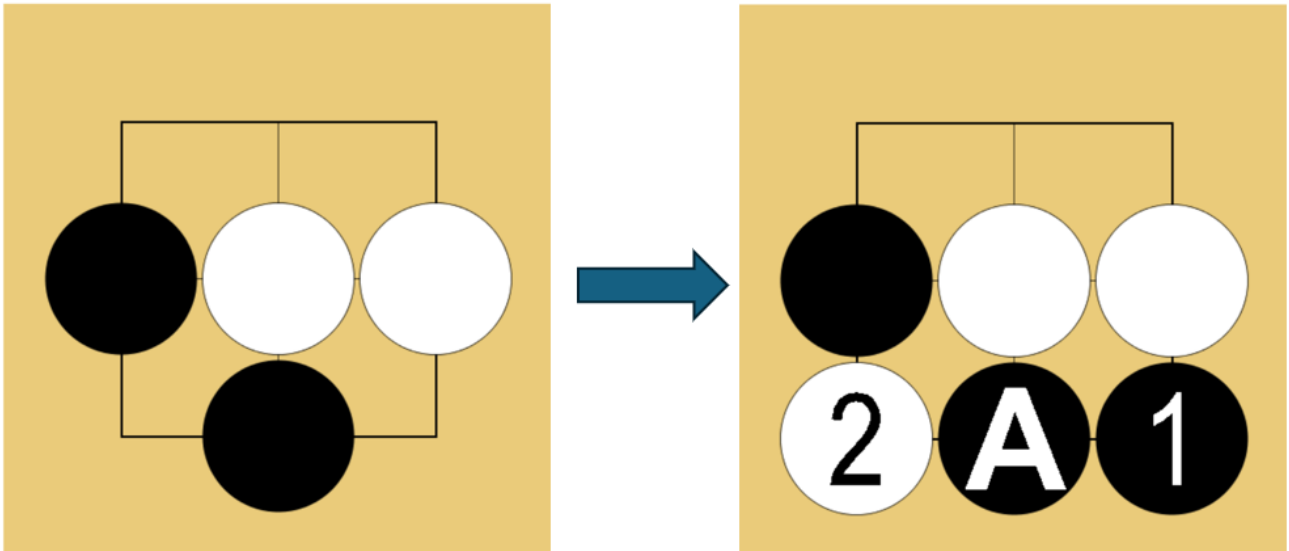
(四)合法及不合法局面：指一局面是否被規則所允許。不合法局面的形成原因有二：

1.一局面含有無氣之棋子，見下圖三。



圖三：各種不合法局面，以 2*2 棋盤為例。其中標記數字相同者，
為經旋轉或翻轉後可形成相同形狀者。

2.一局面曾在先前的棋局進程中出現，為避免棋局循環往復，故以此限制之，見下圖四。

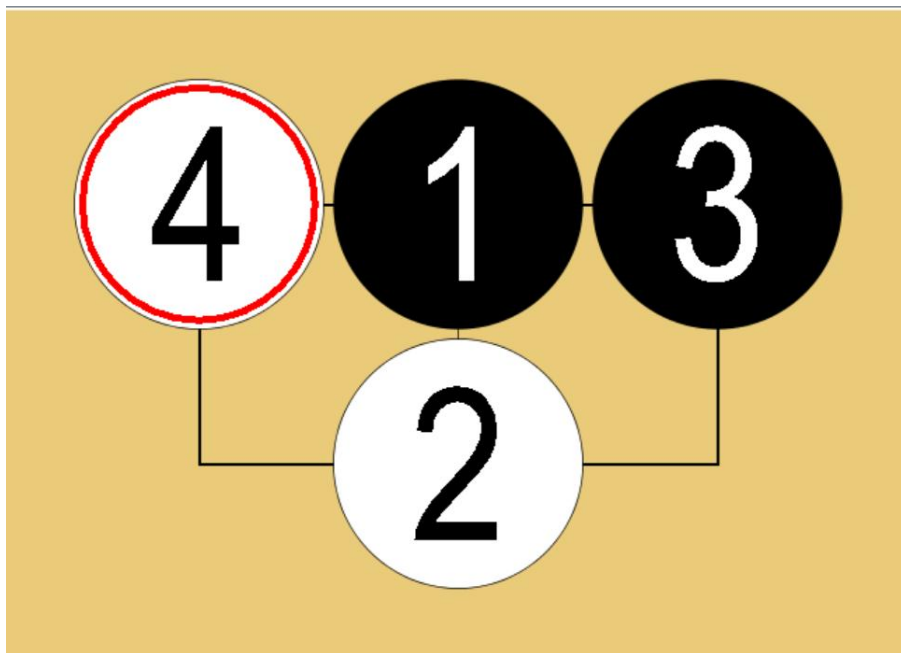


圖四：白 2 提取黑 1、A 二子後，黑 3 弈於 A 位將白 2 一子提取，

棋局回到左圖局面。在 PSK 規則下，黑 3 不可弈於 A 處。

註：現行禁止全局同型規則又分為 Positional Superko Rule（以 PSK 簡稱之）及 Situational Superko Rule（以 SSK 簡稱之）。其中以 PSK 較為嚴格，其要求一局面若曾在先前的其局進程中出現便不被允許，而 SSK 規則則規定須出現曾在先前出現過的局面且下一著的落子方相同方被禁止。

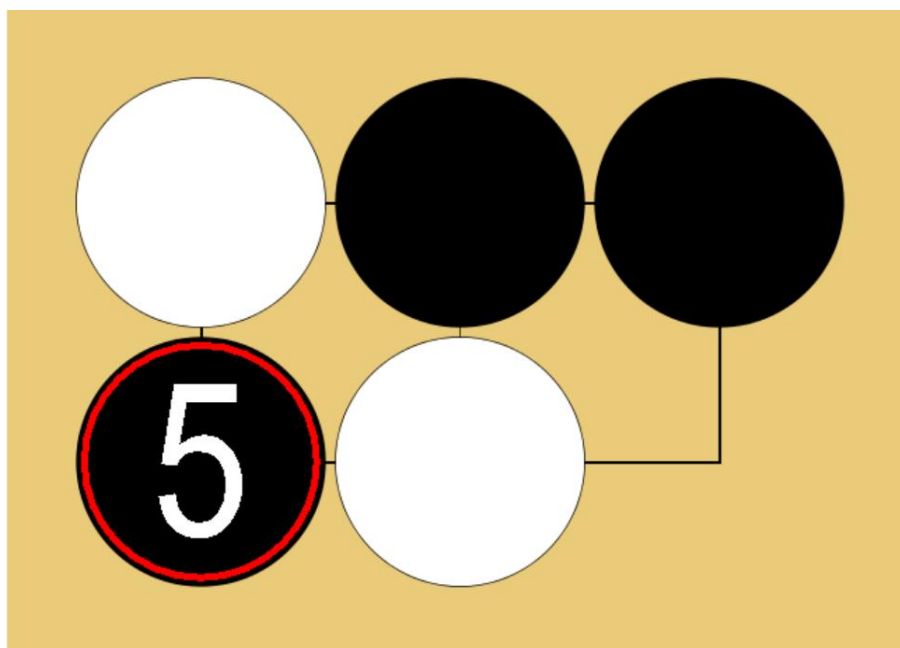
(五)棋局遊歷：指一個合法的棋局總共之著手數，見下圖五。



圖五：以上圖為例，黑 1 至白 4 止的局面，其棋局遊歷為 4 著

(包含空盤的初始局面共五個節點)。

(六)最長棋局遊歷：指在某特定條件下，著手數最長的一棋局遊歷其最長之著手數，見下圖六。



圖六：續上圖，在 PSK 無 Pass 規則下，黑 5 提取白左上一子，白無棋可下，

此即該規則之一變(最長路徑因篇幅所限無法展示)。

註：在描述一棋局遊歷時，所述之棋局不一定已至「無棋可下」之境地，但最長棋局遊歷必是在描述一已達無棋可下境地之棋局之總著手數。

一、列出 2*3 棋盤所有可能的組合。

所有合法組合共 489 種(John Tromp 和 Gunnar Farneback，2016)，將其旋轉、翻轉後可得同一圖者分為同一狀態後，489 圖共分為 145 個狀態，將其一一表列並找出其黑前、後及白前、後狀態，見下圖七。

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
狀態↵										
個數↵	2↵	4↵	2↵	4↵	2↵	4↵	2↵	2↵	4↵	2↵
黑前狀態↵	13.14↵	16.17.18.20.21↵	17.18.19↵	不會發生↵						
黑後狀態↵	22↵	不會發生↵	不會發生↵	46~50↵	51.52.133↵	75~78↵	73.74↵	82~84↵	79~81↵	85.86↵
白前狀態↵	不會發生↵	不會發生↵	不會發生↵	22↵	23↵	24.25↵	24↵	24↵	24.25↵	24↵
白後狀態↵	不會發生↵	24↵	25↵	26~30↵	26.29.31↵	32~35↵	33.37↵	32.36.37↵	33~36↵	35.37↵
註↵	↵	↵	↵	↵	↵	↵	↵	↵	↵	↵

圖七：其中部分黑、白前狀態尚未完成。藍色表該局面輪黑方落子時黑方無棋可下，綠色則反之。

其中，擁有 4 張圖的狀態共有 102 個，擁有 2 張圖的狀態共有 38 個，擁有 1 張圖的狀態共有 5 個，見下圖八。

狀態2

狀態2-1

狀態2-2

狀態2-3

狀態2-4

黑前狀態： 狀態1、45	白前狀態： 無
黑後狀態： 狀態4、5、6、7、8	白後狀態： 狀態47、48、50、51、133

圖八：以狀態 2 為例。

二、列出 2x3 棋盤最長的棋局遊歷。

(一) PSK/SSK 版本

[illegible]

(二)不虛手狀態

[illegible]

(即最後一節點黑方著子後白方無棋可下)， W_+ 則反之。

(一) 2x1 棋盤並按圖分類：5 圖符合，4 圖不符合，符合者占比 5/9（約 56%）。

(二) 2x1 棋盤並按狀態分類：3 圖符合，3 圖不符合，符合者占比 1/2（50%）。

(三) 2x2 棋盤並按圖分類：57 圖符合，24 圖不符合，符合者占比 19/27（約 70%）。

(四) 2x2 棋盤並按狀態分類：13 圖符合，8 圖不符合，符合者占比 13/21（約 62%）。

(五) 2x3 棋盤並按圖分類：145 圖符合，56 圖不符合，符合者占比 145/201（約 72%）。

(六) 2x3 棋盤並按狀態分類：489 圖符合，240 圖不符合，符合者占比 163/243（約 67%）。

根據上述資料，我們發現按圖分類比按狀態分類擁有更高的符合規則比。另外，我們

也發現，隨棋盤大小增大，符合者占比亦越高，可能是因為棋盤邊界棋子的氣較少之拘

束減退而導致。

四、列出 2x3 棋盤所有不符合規則可能的組合。

我們將其分為以下幾種（4~6 顆棋子狀態較多，僅舉數個範例，非全部，其餘以數字數據表示，見下圖十一）

```
212222 222212←  
112222 211222 222112 222211  
121222 222121←  
122122 221221←  
122212 221212 212122 212221  
122221 221122←  
212212←  
210100 012001 100210 001012  
120200 021002 200120 002021  
211100 112001 100211 001112  
210110 012011 110210 011012  
210101 012101 101210 101012
```

圖十一：2*3 不符合規則狀態的 Word 書面文件記錄。

0 表無棋子，1 表黑子，2 表白子。

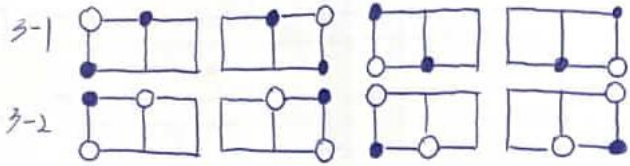
第 1~3 個數字分別對應第 1 排的 3 個著子點，

第 4~6 個分別對應第 2 排的 3 個著子點。

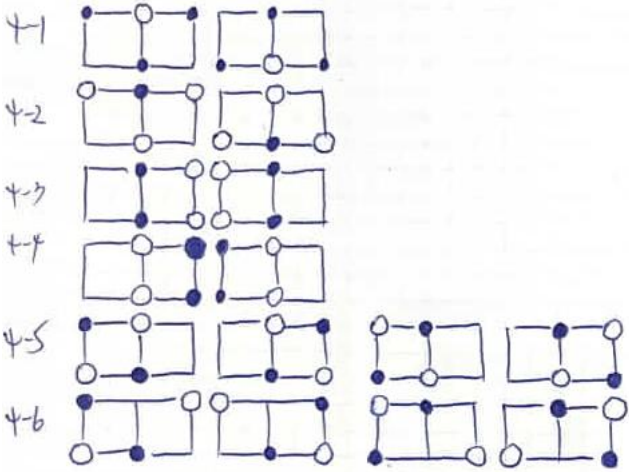
(一) 1 顆棋子：無。

(二) 2 顆棋子：無。

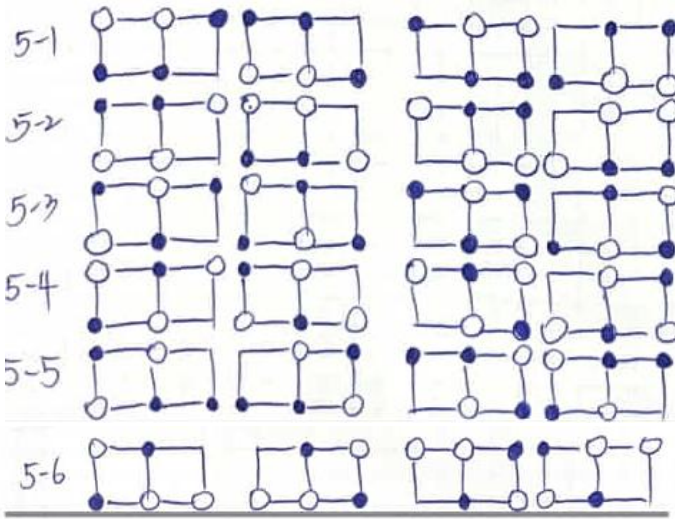
(三) 3 顆棋子：2 種狀態，見右圖。

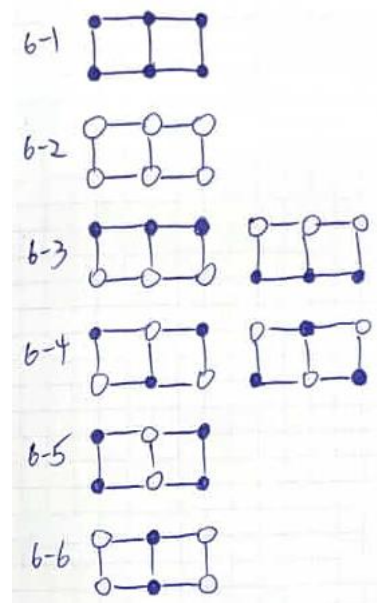


(四) 4 顆棋子：16 種狀態，見右圖。



(五) 5 顆棋子：14 種狀態，見下圖。

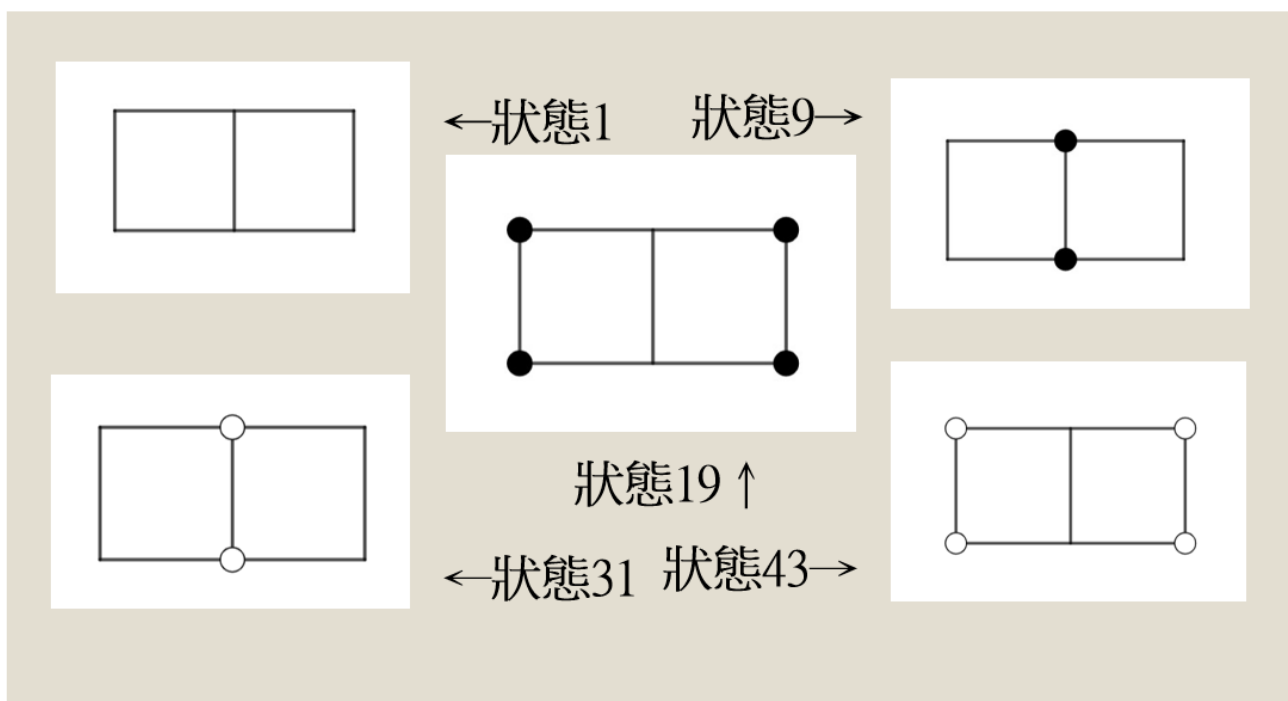




(六) 6 顆棋子：24 種狀態，見右圖。

肆、研究結果

在圍棋 2x3 棋盤中，有 529 種不同的黑白棋子之擺設。在將其分成 145 個狀態後，發現每個狀態以四張圖居多，其中，僅有 1 張圖的狀態只有 5 個，整理如下圖十二。



圖十二：僅有一張圖的五個狀態。

另外，雖然黑、白前狀態最多只有 5 種，但黑、白後狀態亦有達 8 種之多者。

表列 145 個狀態，如下圖十三至二十七。(部分格式編排後出現錯誤)

狀態	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
狀態	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
狀態	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
狀態	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

狀態	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

狀態	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

狀態	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

狀態	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

狀態	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

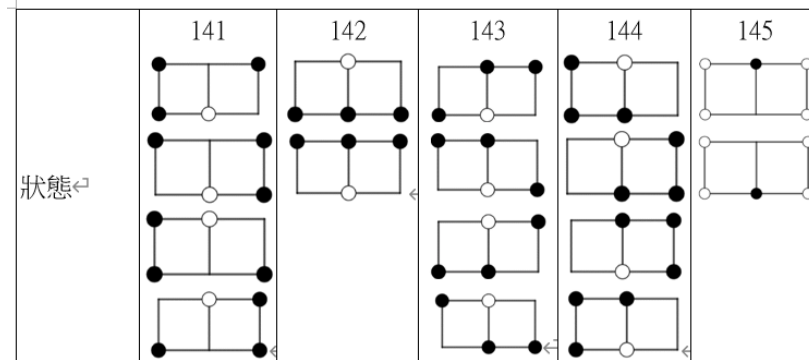
狀態	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

狀態	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110

狀態	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

狀態	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130

狀態	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140



圖十三至二十七：表列 145 種狀態。

伍、討論

本研究目前雖然已經求得各種狀態的前後狀態，但由於網狀的關係圖結構複雜且更大的棋盤會有更多種不同的狀態，因此，尚未研究 2x4 及 2x5 的棋盤以找出 2xn 棋盤之規律性，將來會繼續朝這些方向去努力。

陸、結論

- 一、表列 2x3 棋盤 145 種合法狀態。
- 二、擁有 4 張圖的狀態最多，有 145 種。
- 三、棋盤愈大，符合規則者比例愈高。
- 四、按圖分類的符合比例在任何大小之棋盤上皆較按狀態分類者高。

本研究旨在找出 2x3 棋盤中，路徑最長者及各規則下黑白最滿意者。期許藉由本研究，能逐步推動並最終找出 19x19 之正常棋盤的雙方最滿意變化。

柒、參考文獻資料

- 一、Tromp,J.,&Farnebäck,G.(2016,January 31) • Combinatorics of Go • Github.
- 二、<https://tromp.github.io/go/gostate.pdf>

三、

<https://zh.wikibooks.org/zh-tw/%E5%9C%8D%E6%A3%8B/%E8%A6%8F%E5%89%87%E9%80%B2%E9%9A%8E>