

屏東縣第65屆國民中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：物理科

組 別：國中組

作品名稱：震出個所以然？

-二維顆粒對流與巴西豆效應之探討

關 鍵 詞：顆粒對流、巴西豆效應

編號：B2016

作品名稱 摘要 (300 字以內含標點符號)

本研究探討二維巴西豆效應 (2D BNE)，並分析紅色圓片在不同震動條件下的運動行為。實驗結果顯示，低震動強度下，堆積效應主導，小顆粒滲透推動大顆粒緩慢上升；中等震動強度下，顆粒流體化加強，使大顆粒上升速度提高；高震動強度下，顆粒完全流體化，可能發生迴流現象，導致大顆粒下降。

與三維巴西豆效應 (3D BNE) 相比，2D 系統運動自由度受限，對流場較不完整，分層過程較慢，且需更高的震動強度來驅動顆粒運動。此外，3D 系統的流體化效應更強，對流模式較穩定，分層速度較快，但也更容易發生迴流現象，使大顆粒可能重新下降。

研究結果顯示，2D BNE 主要受堆積效應與震動強度影響，而 3D BNE 則因更完整的對流場，顆粒上升更有效率。本研究有助於理解顆粒分層行為，並可應用於顆粒篩分、材料混合與地質模擬等領域。

壹、前言

一、研究動機

在顆粒物理中，巴西豆效應（Brazil Nut Effect, BNE）描述了在顆粒系統中，大顆粒往往會浮至表面，而小顆粒則沉至底部。這一現象在三維顆粒系統中已被廣泛研究，但在**二維顆粒系統**中的對應行為仍缺乏足夠的實驗與理論探討。因此，本研究希望透過實驗方式，分析二維顆粒系統中的對流與分層現象，並探討是否存在類似於三維系統的巴西豆效應。

二、研究目的

本研究設計了一個可振動的二維顆粒系統，其中包含大小不同的顆粒，並使用筋膜槍為動力來提供規律的振動。研究將針對震動強度與顆粒尺寸不同進行測試，並用 iPad 進行高速攝影，再透過影片來分析顆粒對流的現象。透過這些測試，我們希望了解二維顆粒對流的基本機制，並進一步檢驗二維巴西豆效應的存在條件。

本研究的目的包括以下幾點：

1. 探討**振動頻率與振幅**對二維顆粒對流行為的影響。
2. 研究**顆粒尺寸**如何影響分層與對流模式。
3. 分析**大小比例不同的顆粒組合**是否會改變對流現象的發生條件。
4. 建立二維顆粒對流的物理模型，以應用於顆粒分選與工業流程。

三、文獻回顧

(一) 巴西豆效應

當一堆大小不同的顆粒在容器內受到振動，較大的顆粒上升至表面，較小的顆粒下沉到底部，這個現象稱之為巴西豆效應(Brazil-nut effect)，因為在一個混合堅果的容器中，巴西堅果總是會浮到頂部。

根據 Rosato et al. (1987)以電腦模擬兩種不同大小顆粒在受到振動的情況下的分離情形，並且提出空隙填補(Void filling)的理論--當顆粒受到振動的時候，在大顆粒的下方會產生空隙，由於顆粒尺寸的關係，較小的顆粒比大顆粒擁有較高的機率來填補這個空隙；相對的，大顆粒若要回到原來的位位置，小顆粒必須要產生可以容納大顆粒的空隙，這種情況相對來說比較不可能發生，因此，造成大顆顆粒在顆粒材料中只會有向上的運動。

(二) 顆粒材料的運動現象

當一群顆粒體在容器中受到來自外來的振動，會根據不同的振動條件以及環境因素產生一系列不同的現象，例如堆積(Heaping)、迴流(Convection)、流體化(Fluidization)等。當顆粒體在一個壁面為垂直的容器中，受到足夠的振動能量，會產生迴流現象。所謂的迴流現象是指一群受到振動的顆粒體，位在容器底部的顆粒從中間緩上升至自由表面，在自由表面隨機跳動之後，沿著邊壁的向下移動，並且會有部分的顆粒不會下沉至容器底部，而是下降到某個位置之後，隨著迴流胞(Convection roll)再次上升至自由表面。(吳啟碩,2010)

(三) 歷屆科展

標題：扶搖直上-固態粒子的流體化現象		第 45 屆全國科展
高中物理組	作者：蔡幸耕、蔡長蓉、唐明慈	
摘要： 本實驗是探討振動方式、振動的頻率、大小顆粒的直徑比、不同材質大顆粒、不同直徑的背景顆粒等對大顆粒被推到表面的時間的影響。實驗結果顯示：垂直振動時，大顆粒與背景顆粒之直徑比愈大，大顆粒上升所需時間愈短；而水平振動時則與垂直振動之發現相反。垂直振動時，不論在固定頻率或變動頻率情況下，大小顆粒的直徑比愈大 (ξ 愈大)，大顆粒露出表面的時間愈短。當 ξ 從 3 增至 3.5 時，大顆粒露出表面的時間變化最明顯。而大顆粒的密度愈大，露出表面所需的時間愈長。背景顆粒愈小，大顆粒上升至表面的時間愈短。		

貳、研究設備及器材

錄影設備(ipad)	筋膜槍
	
震動裝置	電腦(分析設備)
	

本實驗的震動裝置中，填充的小圓片是用雷切機自行裁切的。尺寸有三種，直徑分別是 1cm、2cm 以及 3cm，厚度都是 5mm。後續說明中，分別以“小圓片”、“中圓片”以及“大圓片”稱呼。

參、研究過程或方法

一、實驗流程

1. 設備準備

- (1) 確保震動裝置穩固，避免不必要的晃動。
- (2) 確認顆粒放置狀態，確保大小圓片均勻混合在底部。
- (3) 固定攝影設備，確保錄影畫面清晰、無晃動。

2. 設定震動條件

- (1) 設定筋膜槍(震動源)強度。
- (2) 啟動震動裝置並開始錄影，錄影時間至少 30 秒或大圓片上浮到最頂部，確保足夠的數據。

3. 影像紀錄與數據整理

- (1) 觀看影片，標記紅色大顆粒的位置(從左到右分別為 1 號、2 號、3 號)記錄每個時間點的高度。
- (2) 將顆粒位置與時間關係做成折線圖，並分析其趨勢。

4. 數據分析與結果呈現

- (1) 繪製”高度 vs.時間”的圖表，觀察大顆粒是否隨時間上升。
- (2) 比較不同條件下（不同頻率、振幅）大顆粒的運動行為。
- (3) 討論顆粒間的相互作用，與二維巴西豆效應的關聯性。

肆、研究結果

一、運動模式分析

根據文獻指出，當顆粒封閉在容器中時，會根據不同的振動條件以及環境因素產生一系列不同的現象，例如：堆積(Heaping)、迴流(Convection)、流體化(Fluidization)等。下面是我們從錄影的影片中，擷取的運動現象示意圖。

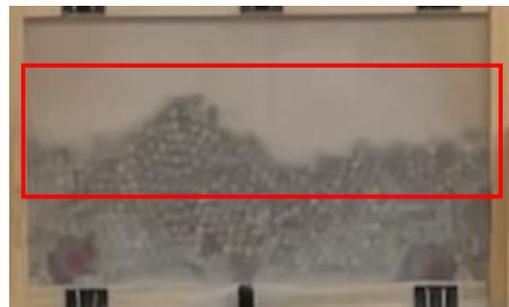
1. 背景顆粒為小圓片的運動現象:

(1) 堆積現象(圖一)



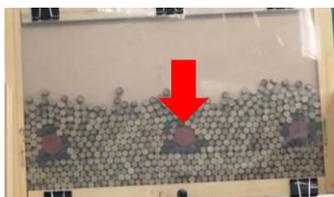
(圖一)

(2) 流體化現象(圖二)

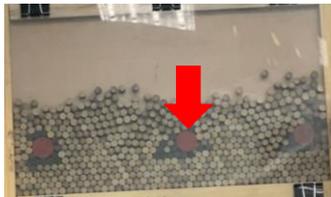


(圖二)

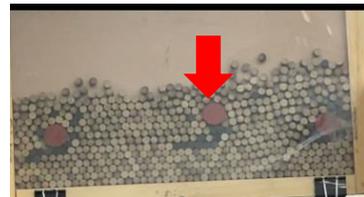
(3) 迴流現象 (運動順序為圖三至圖十一)



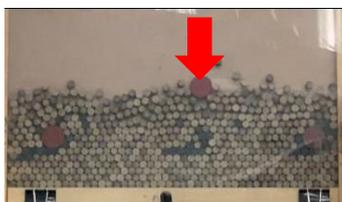
(圖三)



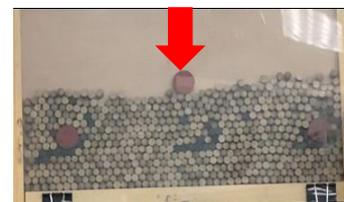
(圖四)



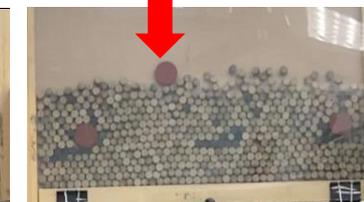
(圖五)



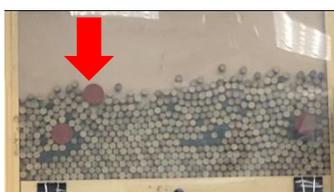
(圖六)



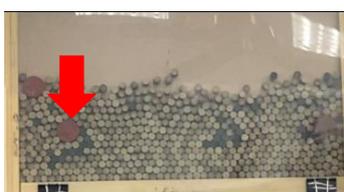
(圖七)



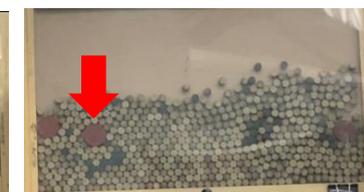
(圖八)



(圖九)



(圖十)



(圖十一)

2. 背景顆粒為中圓片的運動現象:

(1) 堆積現象(圖十二)



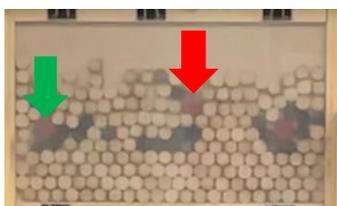
(圖十二)

(2) 流體化現象(圖十三)

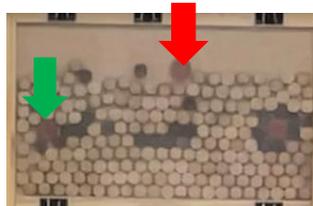


(圖十三)

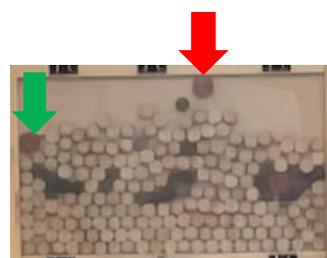
(3) 迴流現象 (運動順序為圖十四至圖二十二)



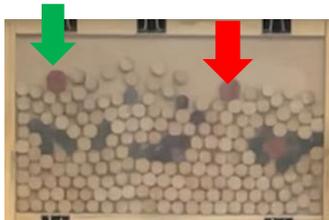
(圖十四)



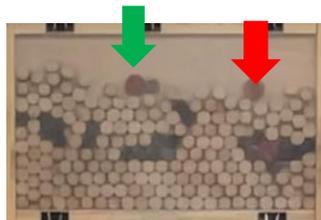
(圖十五)



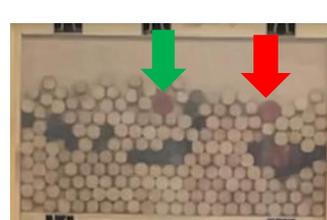
(圖十六)



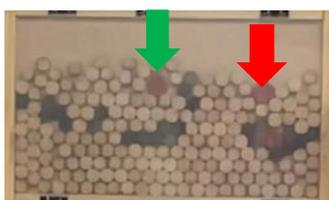
(圖十七)



(圖十八)



(圖十九)



(圖二十)



(圖二十一)



(圖二十二)

根據我們的實驗結果，我們發現不管背景顆粒是中顆粒還是小顆粒都會產生堆積現象、流體化現象與迴流現象。但是背景顆粒為中顆粒時，迴流現象發生的機率比較低。而迴流現象的方向有可能是向左也可能是向右，這點似乎和裝置下降時的左右晃動有關係。

而且不管是中顆粒還是小顆粒的實驗，震度小時，流體化現象都只發生在顆粒堆的上層；而當震度增加時，顆粒的流體化現象會比較明顯，流體化現象越明顯時，大顆粒的運動就越不規則。

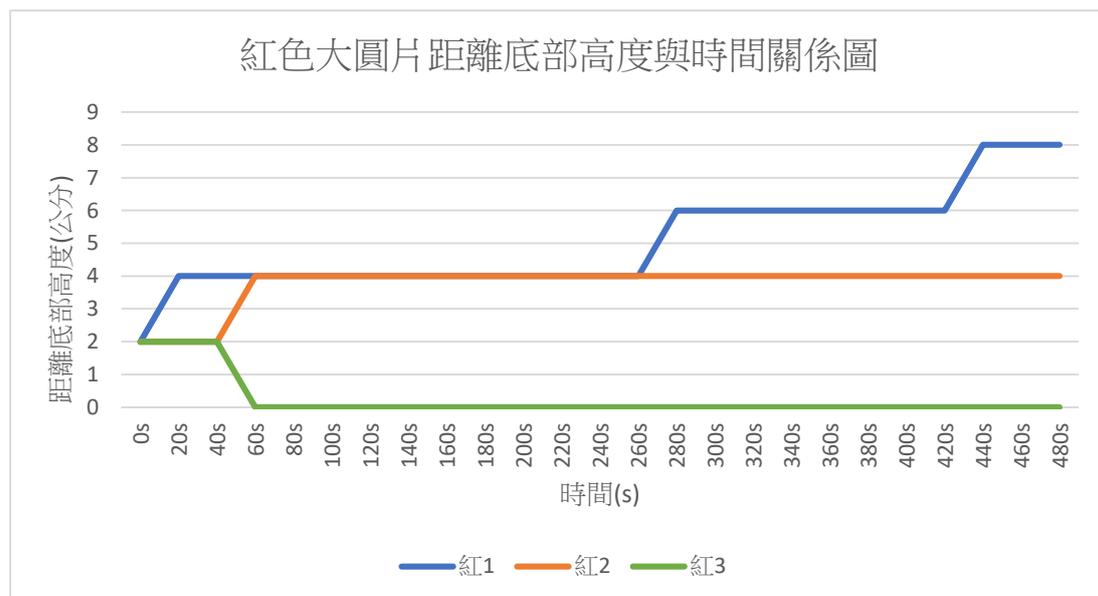
二、不同背景顆粒下，紅色大圓片的上升速率分析

因為在震動過程中，顆粒堆的上半部會呈現流體化現象，下半部會呈現堆積現象，而且考慮迴流現象時，可能會在上升或是下降處。所以我們將紅色大圓片(觀察對象)分別擺放在左(紅 1)、中(紅 2)、右(紅 3)。而起始高度分別為 0 公分(堆積現象區開始)跟 10 公分(流體化現象區開始)兩種。

(一) 背景顆粒為中圓片，震動強度 1，起始高度為 2cm。(表一與圖二十三)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	2	2	2	260	4	4	0
20	4	2	2	280	6	4	0
40	4	2	2	300	6	4	0
60	4	4	0	320	6	4	0
80	4	4	0	340	6	4	0
100	4	4	0	360	6	4	0
120	4	4	0	380	6	4	0
140	4	4	0	400	6	4	0
160	4	4	0	420	6	4	0
180	4	4	0	440	8	4	0
200	4	4	0	460	8	4	0
220	4	4	0	480	8	4	0
240	4	4	0				

表一



圖二十三

1. 上升趨勢分析:

(1) 紅 1 (藍線) :

初始值 0cm，20 秒開始上升，至 180 秒達到 8cm。之後繼續增加，在 260 秒後穩定在 12cm，變化趨勢平穩。

(2) 紅 2 (橙線) 和 紅 3 (綠線) :

整體維持 0cm，顯示幾乎沒有變化，可能沒有受到震度影響。

2. 瞬時速率趨勢分析:

(1) 初始階段 (0s - 140s) :

速率較低，每 20 秒紅 1 只增加 2~4cm，速率約 0.1 ~ 0.2 公分/秒。

(2) 中段 (160s - 260s) :

速率明顯增加，紅 1 每 20 秒增加 2cm，速率約 0.3 ~ 0.4 公分/秒。

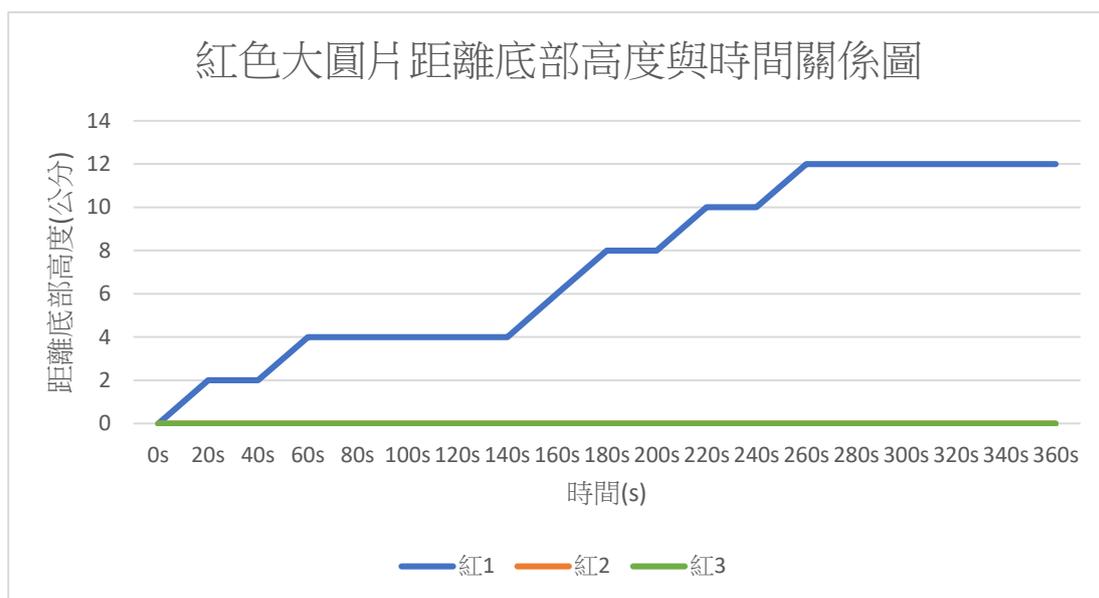
(3) 穩定階段 (260s 之後) :

紅 1 值不再變化，速率降為 0，表示運動達到穩定狀態。

(二) 背景顆粒為中圓片，震動強度 2，起始高度為 0cm。(表二與圖二十四)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	0	0	0	200	8	0	0
20	2	0	0	220	10	0	0
40	2	0	0	240	10	0	0
60	4	0	0	260	12	0	0
80	4	0	0	280	12	0	0
100	4	0	0	300	12	0	0
120	4	0	0	320	12	0	0
140	4	0	0	340	12	0	0
160	6	0	0	360	12	0	0
180	8	0	0				

表二



圖二十四

1. 上升趨勢分析:

(1) 初始階段 (0s - 140s) :

紅 1 緩慢上升，每 20 秒增加 2~4cm，整體變化幅度較小。在 0s - 140s 之間，紅 1 從 0 cm 上升至 4cm，變化趨勢較緩慢。

(2) 加速階段 (160s - 260s) :

紅 1 變化開始加快，每 20 秒增加 2cm。在 160s 之後，紅 1 加速上升，在 260 秒達到最大值 12cm。

(3) 穩定階段 (260s 之後) :

紅 1 維持在 12cm，不再變動，顯示運動已達到平衡狀態。300 秒以後數值保持恆定，代表影響因素穩定。

2. 瞬時速率趨勢分析:

(1) 初始階段 (0s - 140s) :

速率較低，每 20 秒 紅 1 只增加 2~4cm，速率約 0.1 ~ 0.2 公分/秒。140 秒前數據幾乎無變化，變動趨勢緩慢。

(2) 加速階段 (160s - 260s) :

紅 1 變化開始增加，每 20 秒增加 2cm，速率約 0.3 ~ 0.4 公分/秒。震度影響在這個區間開始明顯。

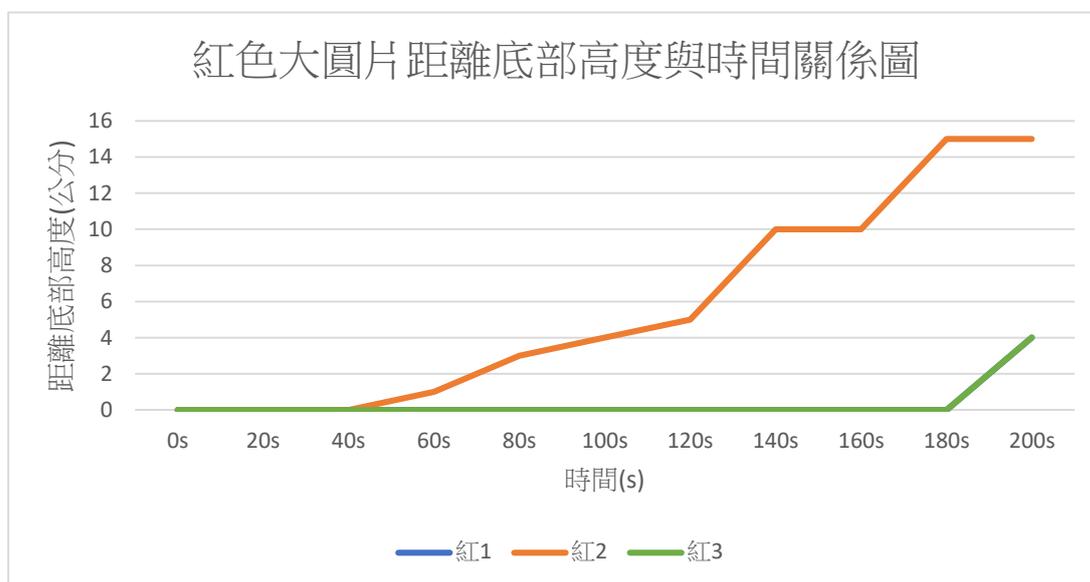
(3) 穩定階段 (260s 之後) :

紅 1 停止變化，速率降為 0，運動達到穩定狀態。

(三) 背景顆粒為小圓片，震動強度為 1，起始高度為 0cm。(表三與圖二十五)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	0	0	0	120	0	5	0
20	0	0	0	140	0	10	0
40	0	0	0	160	0	10	0
60	0	1	0	180	0	15	0
80	0	3	0	200	4	15	4
100	0	4	0				

表三



圖二十五

1. 上升趨勢分析:

(1) 紅 1 (藍線) :

在 0~180 秒 之間 完全沒有變化 (始終為 0cm) 。200 秒時突增至 4cm，顯示變化發生得較晚。

(2) 紅 2 (橙線) :

60 秒開始上升，每 20 秒有穩定增長。140 秒後增長速度加快，從 10cm 增至 15cm，最終在 200 秒達到 15cm。這顯示 紅 2 是變化最明顯的數據，且增長穩定。

(3) 紅 3 (綠線) :

在 0~180 秒內完全沒有變化，直到 200 秒突增至 4cm。這與 紅 1 的變化模式相似，代表可能受相同因素影響。

2. 瞬時速率分析

(1) 紅 1 (藍線) :

前 180 秒完全沒有變化，瞬時速率為 0。200 秒時瞬時速率達到 $4/20 = 0.2 \text{ cm/s}$ ，表示紅 1 在最後 20 秒內才開始明顯變化。

(2) 紅 2 (橙線) :

60 秒開始增加，瞬時速率為 $0.05 \sim 0.25 \text{ cm/s}$ 。140~180 秒內加速變化，速率增加到 0.5 cm/s 。最後 20 秒穩定在 15 cm，但瞬時速率趨近 0，表示紅 2 運動達到平衡。

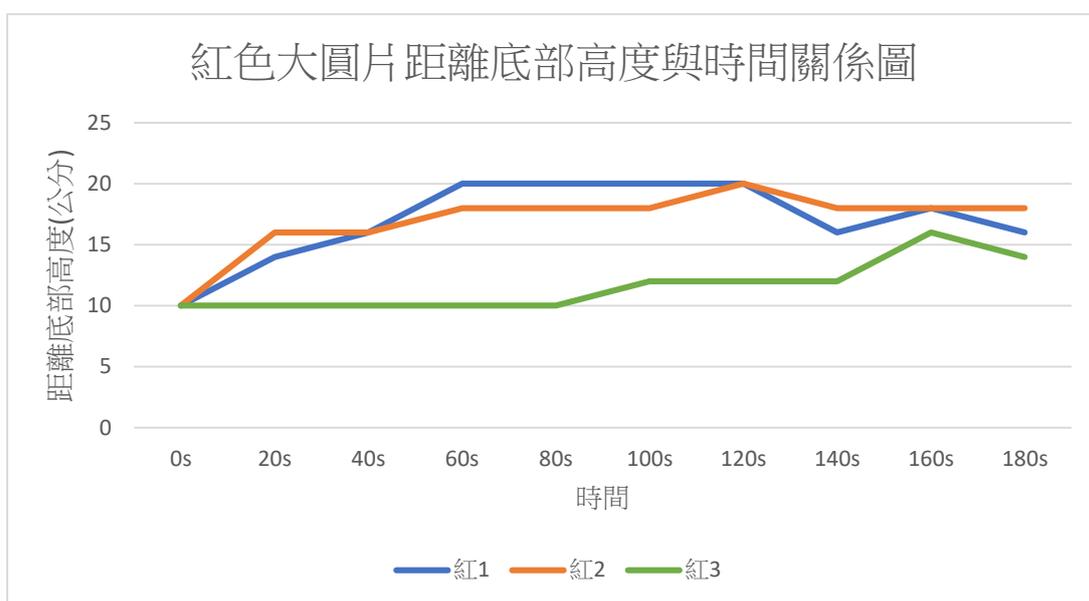
(3) 紅 3 (綠線) :

前 180 秒完全沒有變化，瞬時速率為 0。200 秒時瞬時速率達到 $4/20 = 0.2 \text{ cm/s}$ ，與紅 1 有相同的變化模式。

(四) 背景顆粒為中圓片，震動強度 1，起始高度為 10。(表四與圖二十六)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	10	10	10	100	20	18	12
20	14	16	10	120	20	20	12
40	16	16	10	140	16	18	12
60	20	18	10	160	18	18	16
80	20	18	10	180	16	18	14

表四



圖二十六

1. 上升趨勢分析:

(1) 紅 1 (藍線) :

前 60 秒內快速上升;60~120 秒後趨於穩定 (高度維持在 20 cm) 。120 秒後開始下降;140 秒降至 16 cm , 160 秒回升 18 cm , 最後 180 秒再降 16 cm 。

(2) 紅 2 (橙線) :

前 20 秒內變化最大 (變化 6 cm) 。140 秒後有小幅下降 (從 20 cm 降至 18 cm) 。

(3) 紅 3 (綠線) :

前 100 秒幾乎不變 (維持在 10 cm) 。100 秒後開始增加;最後略微下降。

2. 瞬時速率分析:

(1) 紅 1 (藍線) :

0~60 秒內瞬時速率較高 ; 60~120 秒內瞬時速率為 0 ; 120s 之後出現變化。

(2) 紅 2 (橙線) :

20s 變化最大 , 瞬時速率達 0.3 cm/s 。40~120 秒變化較小 , 速率穩定在 0.1 cm/s 左右。140s 出現下降 , 但變化幅度較小。

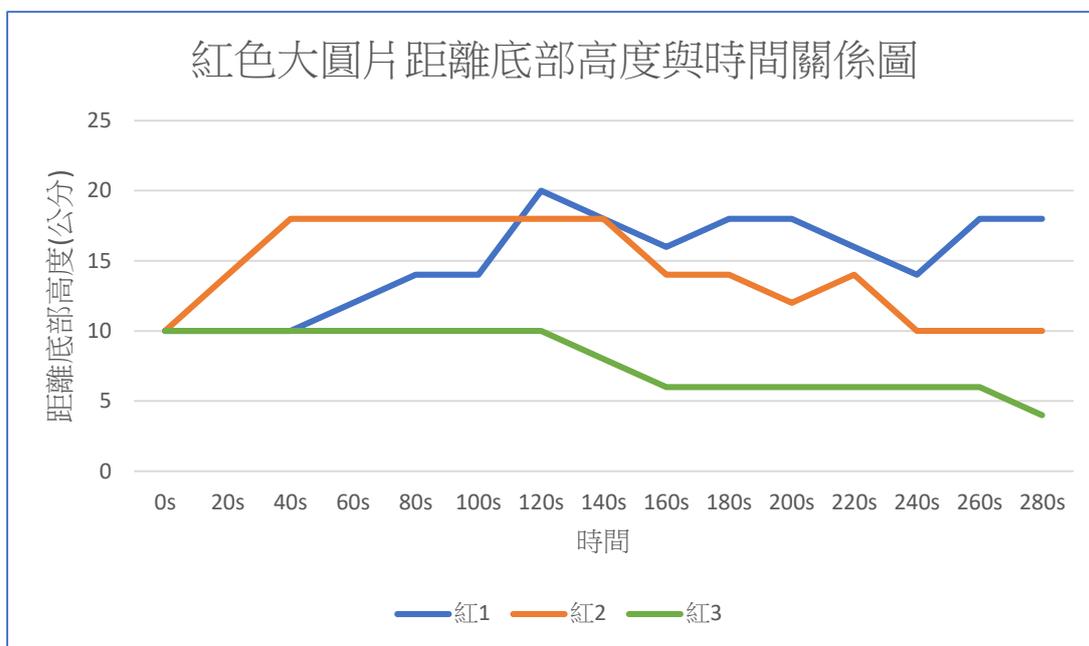
(3) 紅 3 (綠線) :

前 100 秒完全沒有變化 , 瞬時速率為 0 。100s 開始變化 , 瞬時速率約 0.1 cm/s 。160s 變化加速 , 瞬時速率達 0.2 cm/s , 最後在 180s 降回 -0.1 cm/s 。

(五) 背景顆粒為中圓片，震動強度 2，起始高度為 10cm。(表五與圖二十七)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	10	10	10	160	16	14	6
20	10	14	10	180	18	14	6
40	10	18	10	200	18	12	6
60	12	18	10	220	16	14	6
80	14	18	10	240	14	10	6
100	14	18	10	260	18	10	6
120	20	18	10	280	18	10	4
140	18	18	8				

表五



圖二十七

1. 上升趨勢分析:

(1) 紅 1 (藍線) :

前 40 秒幾乎沒有變化，維持在 10 cm。60 秒後開始增加，140s 之後出現波動，此後高度維持在 18 cm，趨於穩定。

(2) 紅 2 (橙線) :

前 40 秒內變化最大，從 10 cm 增加到 18 cm (變化 8 cm)。60~120 秒內維持穩定在 18 cm。120 秒後開始下降，280 秒時下降至 10 cm。

(3) 紅 3 (綠線) :

前 120 秒完全沒有變化，維持在 10 cm。120 秒後開始下降。240 秒後穩定在 6 cm，最後 280 秒下降至 4 cm。

2. 瞬時速率分析

(1) 紅 1 (藍線) :

0~40 秒內瞬時速率為 0 (因為高度沒變)。60~120 秒內上升，速率達到最高 0.3 cm/s。140s 之後速率變化不穩定。

(2) 紅 2 (橙線) :

20s 變化最劇烈，瞬時速率達 0.2 cm/s。40~120 秒變化較小，速率穩定在 0.1 cm/s 左右。120s 之後速率開始下降，最後趨於 0。

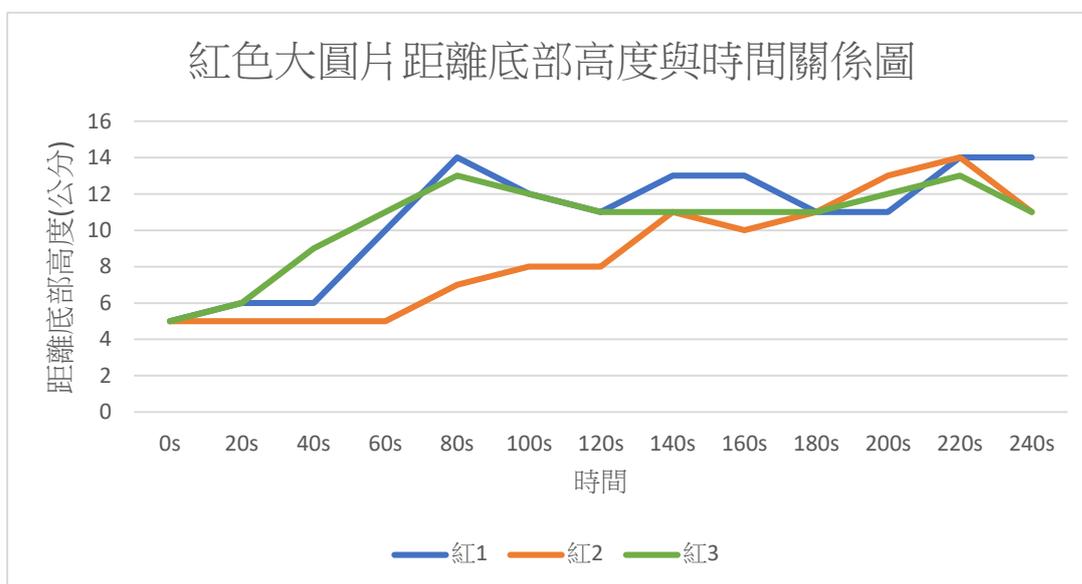
(3) 紅 3 (綠線) :

前 120 秒完全沒有變化，瞬時速率為 0。120 秒後開始下降，下降速率約 -0.1 cm/s。

(六) 背景顆粒為小圓片，震動強度 2，起始高度為 5cm。(表六與圖二十八)

時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)			時間 (秒)	大圓片距底部位置(公分)		
	紅 1	紅 2	紅 3		紅 1	紅 2	紅 3
0	5	5	5	140	13	11	11
20	6	5	6	160	13	10	11
40	6	5	9	180	11	11	11
60	10	5	11	200	11	13	12
80	14	7	13	220	14	14	13
100	12	8	12	240	14	11	11
120	11	8	11				

表六



圖二十八

1. 上升趨勢分析

(1) 紅 1 (藍線) :

前 200 秒完全沒有變化 (高度維持在 0 cm)。200 秒時突增至 4 cm，顯示變化發生得較晚。

(2) 紅 2 (橙線) :

60 秒開始變化，高度逐步上升；140 秒後加速增長。

(3) 紅 3 (綠線) :

前 200 秒完全沒有變化，維持在 0 cm。200 秒時突增至 4 cm，與紅 1 的變化模式相似。

2. 瞬時速率分析

(1) 紅 1 (藍線) :

前 200 秒瞬時速率為 0 (因為高度沒有變化)。200 秒時瞬時速率達到 $4/20 = 0.2$ cm/s，表示紅 1 在最後 20 秒內才開始明顯變化。

(2) 紅 2 (橙線) :

60 秒開始變化，瞬時速率逐漸增加；200 秒時速率降為 0，代表運動達到平衡。

(3) 紅 3 (綠線) :

前 200 秒完全沒有變化，瞬時速率為 0。200 秒時瞬時速率達到 $4/20 = 0.2$ cm/s，與紅 1 變化模式相同。

伍、討論

一、 整體趨勢分析

(一) 前三組（震動起點：堆積效應區域）

1. 初始狀態：紅色圓片處於較密集的小顆粒區，小顆粒會通過堆積效應（Percolation）向下滲透。紅色圓片相對較難移動，因為它受到較強的接觸壓力，除非震動足夠大。
2. 震動影響：當震動開始，小顆粒開始滲透到底層，推動紅色圓片向上浮動。由於流體化效應較弱，紅色圓片的運動會比較受限，可能是緩慢上升或在某個高度震盪後達到穩定。
3. 結果：紅色圓片最終應該會逐漸上升，但上升幅度較小，可能會在較低的高度達到穩定。如果顆粒震動強度增加，流體化效應會開始影響，這時上升趨勢可能會變得更明顯。

(二) 後三組（震動起點：流體化效應區域）

1. 初始狀態：紅色圓片處於較鬆散的大顆粒流體化區，這表示顆粒之間的接觸力較小。顆粒在流體化狀態下，更容易形成顆粒對流（granular convection），紅色圓片有機會隨著對流快速上升。
2. 震動影響：由於流體化效應較強，顆粒的對流運動會更劇烈，紅色圓片較容易浮動並向上運動。當震動強度足夠大時，紅色圓片可能會在顆粒對流影響下被帶往更高的位置。
3. 結果：紅色圓片應該會上升較快，並且有機會到達更高的穩定高度。但如果顆粒發生迴流現象（Reflux），紅色圓片可能會因為流場變動而下降。

(三) 觀察到紅色圓片下降的可能性（迴流現象）

在前面三組中，紅色圓片的高度下降的機率較低，因為流體化程度較低，主要受到小顆粒滲透影響。在後三組中，紅色圓片的高度下降有可能是因為迴流現象，具體情況可能是：

1. 顆粒對流場發生變化：如果顆粒的流體化程度增加到一定程度，可能會形成反向流動區，紅色圓片可能被帶往較低的區域。

2. 邊界效應影響：如果紅色圓片接近邊界，可能會受到較小的對流影響，導致它跟著較小的顆粒一起下降。
3. 震動強度影響：如果震動強度降低，顆粒的流體化程度下降，紅色圓片可能不再受到上升力，反而因自身重力下降。

(四) 具體數據分析

1. 紅色圓片的上升趨勢

組別	初始震動區域	紅 1 趨勢	紅 2 趨勢	紅 3 趨勢	可能機制
第一組 (震度 1)	堆積區	緩慢上升	穩定	低變化	堆積效應主導
第二組 (震度 2)	堆積區	上升但較慢	穩定	低變化	小顆粒滲透推動
第三組 (大+中 震度 1)	堆積區	上升	上升較慢	小幅變動	堆積效應+部分流體化
第四組 (大+中 震度 2)	流體化區	快速上升	上升	開始下降	流體化+對流
第五組 (大+小)	流體化區	緩慢變化	上升較快	穩定	顆粒對流
第六組 (大+小 震度 2)	流體化區	下降	穩定	下降	迴流現象可能發生

2. 震動強度與顆粒效應的關係

震動強度	主要影響
低震動強度	堆積效應較明顯，小顆粒下沉，較大顆粒上升緩慢
中等震動強度	顆粒開始流體化，小顆粒滲透增加，較大顆粒上升加快
高震動強度	流體化效應顯著，顆粒對流形成，紅色圓片上升迅速，但迴流現象可能導致下降

(五) 二維巴西豆效應與三維巴西豆效應的比較與分析

本研究針對二維巴西豆效應 (2D Brazil Nut Effect, 2D BNE) 進行探討，並透過數據分析顆粒在不同震動條件下的運動趨勢。同時，為了更全面理解我們的結

果，我們將與三維巴西豆效應（3D BNE）進行比較，以探討不同維度下顆粒運動的異同點。

1. 震動起點影響顆粒運動模式

在我們的 2D 研究中，前三組數據（震動起點為堆積效應區域）中的紅色圓片處於小顆粒密集區，受到較大接觸壓力，移動受限。震動後，小顆粒滲透到底層，逐漸推動紅色圓片上升。最終紅色圓片緩慢上升，因為 2D 系統中運動路徑受限，堆積效應較難完全驅動分層。

而後三組數據（震動起點為流體化效應區域）中的紅色圓片處於較鬆散的大顆粒區，流體化效應明顯，對流現象活躍。震動導致顆粒對流加強，使紅色圓片快速上升。大多數情況下紅色圓片上升較快，但在高震動條件下可能因迴流現象而下降。

與 3D 系統的比較：在 3D 系統中，顆粒有額外的 Z 軸自由度，可以形成較完整的對流場，因此大顆粒更容易透過顆粒對流快速上升。在 2D 系統中，顆粒的運動受限於 X-Y 平面，較難形成全域性對流，因此需要更長時間來完成分層。

2. 流體化與對流的影響

在我們的 2D 研究中：低震動強度時，流體化程度較低，顆粒間仍有較強的接觸壓力，難以產生大範圍對流，導致分層速度較慢。中等震動強度時，小顆粒開始滲透，大顆粒逐漸浮升，流體化效應變得明顯。高震動強度時，顆粒進入高度流體化狀態，可能發生對流加劇與迴流現象。

與 3D 系統的比較：在 3D 系統中，顆粒的對流場可以在 X、Y、Z 三個方向上展開，使得顆粒流動更均勻。在 2D 系統中，對流受到維度限制，容易形成局部渦流，使某些顆粒區域受到較強的局部運動影響，而非全域對流。

3. 震動強度與顆粒分層效率

在我們的 2D 研究中：低震動強度：堆積效應主導，小顆粒緩慢滲透，大顆粒上升較慢。中等震動強度：顆粒開始流體化，小顆粒滲透增加，大顆粒上升速度加快。高震動強度：顆粒進入完全流體化狀態，形成對流，但可能發生迴流現象，導致部分大顆粒下降。

與 3D 系統的比較：在 3D 系統中，較低震動強度時，小顆粒即可沿 Z 軸滲透，使得大顆粒上升速度通常比 2D 更快。在 2D 系統中，由於沒有 Z 軸自由度，顆粒需要較強的震動才能形成對流，使得顆粒運動模式受限。

4. 迴流現象的影響

在我們的 2D 研究中：在高震動條件下，紅色圓片在上升後可能再次下降，這可能與局部對流場變化或邊界效應有關。特別是在流體化程度較高的後三組數據中，我們觀察到紅色圓片可能下降，這與 3D 系統中的迴流現象類似。

與 3D 系統的比較：在 3D 系統中，由於對流場較完整，顆粒可能沿 Z 軸形成閉合對流，較容易產生迴流現象，使部分大顆粒下降。在 2D 系統中，顆粒的流場較受限，雖然可能出現迴流現象，但通常影響較小。

陸、結論

(一) 紅色圓片的高度變化受：

1. 堆積效應（前三組影響較大，主要推動紅色圓片緩慢上升）。
2. 流體化效應（後三組影響較大，使紅色圓片上升更快）。
3. 迴流現象（特別是第六組，可能導致紅色圓片下降）。

(二) 震動強度的影響

1. 低震動：小顆粒滲透推動大顆粒緩慢上升。
2. 中震動：大顆粒浮升較快，並且開始受對流影響。
3. 高震動：顆粒完全流體化，可能形成迴流現象，導致紅色圓片下降。

(三) 實驗應用

這些數據與理論吻合，表明：

1. 低震動區域的紅色圓片受堆積效應影響較大，變化較慢。
2. 高震動區域的紅色圓片受流體化影響較大，變化較快，但可能發生迴流現象。
3. 震動強度的影響並非單向的，過高震動可能導致下降（迴流現象）。

(四) 2D 與 3D 巴西豆效應的關鍵比較

因素	2D 系統	3D 系統
顆粒運動自由度	受限於 X, Y 平面運動	可沿 X, Y, Z 運動，運動自由度較高
顆粒對流與流體化	對流範圍較小，流體化程度受限	對流場較完整，顆粒流體化效應更強
震動強度對分層的影響	需要較強震動才能驅動大顆粒上升	低震動強度即可促進分層

因素	2D 系統	3D 系統
迴流現象的影響	迴流現象較少，影響局部運動	容易形成閉合對流，可能導致大顆粒下降
分層速度	較慢，受限於局部運動	較快，因為小顆粒可沿 Z 軸滲透
應用領域	理論研究、模擬分析	工業顆粒處理、地質現象、小行星顆粒運動

透過這些比較，我們可以更清楚地理解 2D 與 3D 巴西豆效應的異同點，進一步提升對顆粒運動行為的預測能力。

柒、參考資料及其他

1. 不同表面粗糙度的大顆粒在垂直震動床中動態行為之研究。吳起碩，2010。
2. 扶搖直上-固態粒子的流體化現象。蔡幸耕、蔡長蓉、唐明慈，2005。
3. The brazil nut effect — in reverse。Troy Shinbrot，2004。