

屏東縣第65屆國民中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學

組 別：國中

作品名稱：燈下對發票 統一掃碼去 存在載具中
雲端不知處—雲端發票價值研究

關 鍵 詞： 雲端發票、專屬獎、機率（最多3個）

編號：B1010

製作說明：

1. 說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
2. 編號：報名時取號。
3. 封面編排由參展作者自行設計。

作品名稱：雲端發票價值研究

摘要

本研究所要研究的方向為一張雲端發票的實際價值。雲端發票中獎的來源為統一發票開獎與雲端發票專屬獎。機率的觀點來看，一張雲端發票在統一發票部分有特別獎、特獎、頭獎、二獎、三獎、四獎、五獎及六獎等獎項，特別獎與特獎的中獎機率是微乎其微的(億分之一)，但是對於六獎的中獎機率卻是接近千分之三。而在雲端發票專屬獎部分，共有 500 元、800 元、2000 元及 100 萬元四種，中獎組數是固定的。因此，如果是雲端發票的話，對完統一發票沒中，還有雲端發票專屬獎可以期待。所以，如果你有申請載具掃雲端發票的話，是可以同時對統一發票和雲端發票專屬獎的。因此，一張雲端發票的實際價值是多少，就是我們所要研究的方向。最後，我們發現一張雲端發票在統一發票部分的價值為 1.0818 元；在雲端發票專屬獎部分的價值約為 1.117 元。兩者合計約為 2.1988 元

壹、前言

有一次在閒聊時，聽到新聞在報導有關雲端發票專屬獎，內容講到雲端發票專屬獎的中獎機率越來越低，但在我們的印象中統一發票中獎機率不是固定的嗎？為了進一步了解雲端發票相關知識，我們詢問了老師相關問題。

聽了我們的疑問之後，老師利用課餘時間，幫我們上了有關機率的課，我們也慢慢了解有關雲端發票中獎機率與期望值的觀念。當然，為了找尋更詳細的資料，我們決定查詢相關網站，來彌補本身知識的不足。

我們決定先透過相關網站來搜尋相關資料，將由雲端發票相關網站搜尋而來的資料整理好之後，我們再和老師討論相關問題，以解決我們的疑惑。而我們主要研究目的如下：

- 一、統一發票中獎機率與價值。
- 二、雲端發票專屬獎的中獎機率與價值。
- 三、一張雲端發票的總價值。

貳、研究設備與器材

為了算出雲端發票中獎機率，我們使用計算機以及網路上網搜尋資料，其中包含上國稅局及雲端發票相關網站查詢，並且利用相關軟體完成此份研究報告。

參、研究過程與方法

在老師的引導下，我們了解機率的相關觀念與統一發票中獎機率與雲端發票專屬獎中獎機率的計算方式。我們研究步驟如下：

一、學習相關知識

我們將相關的疑惑和同學、老師一起討論。老師也適時補充一些機率相關知識和相關網站。這時我們了解一張雲端發票的價值主要來自兩部分，一是統一發票的部分，單月的 25 號開獎，一年開六期，中獎機率是固定的。二是雲端發票專屬獎的部分，每年同樣是六期，中獎組數固定，但隨著有設定雲端發票的人數增加，中獎機率會下降。

二、上網蒐集研究所需資料

我們在財政部稅務入口網及相關網站上找到統一發票與雲端發票專屬獎相關資料，並整理後介紹如下：(資料來源：<http://www.etax.nat.gov.tw/etwmain>；<http://invoice.etax.nat.gov.tw/>)，在這邊，我們分成統一發票及雲端發票專屬獎兩部分來介紹：

(一)統一發票各獎項別、中獎原則及中獎金額介紹

獎別	中獎原則	中獎金額
特別獎	同期統一發票收執聯 8 位數號碼與特別獎相同者	1,000 萬元
特獎	同期統一發票收執聯 8 位數號碼與特獎相同者	200 萬元
頭獎	同期統一發票收執聯 8 位數號碼與頭獎相同者	20 萬元
二獎	同期統一發票收執聯末 7 位數號碼與頭獎號碼末 7 位相同者	4 萬元
三獎	同期統一發票收執聯末 6 位數號碼與頭獎中號碼末 6 位相同者	1 萬元
四獎	同期統一發票收執聯末 5 位數號碼與頭獎中獎號碼末 5 位相同者	4 千元
五獎	同期統一發票收執聯末 4 位數號碼與頭獎中獎號碼末 4 位相同者	1 千元
六獎	同期統一發票收執聯末 3 位數號碼與頭獎中獎號碼末 3 位相同者	2 百元

表一：統一發票各獎項介紹 資料來源：財政部稅務入口網
<http://www.etax.nat.gov.tw/etwmain>；<http://invoice.etax.nat.gov.tw/>

(二)113 年 7、8 月開獎號碼

獎別	中獎號碼
特別獎	38039158 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與上列號碼相同者獎金 1,000 萬元
特獎	08276859 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與上列號碼相同者獎金 200 萬元
頭獎	32110911、84289408、13446901 同期統一發票收執聯 8 位數號碼與上列號碼相同者獎金 20 萬元
二獎	同期統一發票收執聯末 7 位數號碼與頭獎中獎號碼末 7 位相同者各得獎金 4 萬元
三獎	同期統一發票收執聯末 6 位數號碼與頭獎中獎號碼末 6 位相同者各得獎金 1 萬元
四獎	同期統一發票收執聯末 5 位數號碼與頭獎中獎號碼末 5 位相同者各得獎金 4 千元
五獎	同期統一發票收執聯末 4 位數號碼與頭獎中獎號碼末 4 位相同者各得獎金 1 千元
六獎	同期統一發票收執聯末 3 位數號碼與頭獎中獎號碼末 3 位相同者各得獎金 2 百元

表二：113 年 7、8 月開獎號碼 資料來源：財政部稅務入口網

https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W2_11307/

(三)雲端發票專屬獎各獎項別、中獎原則及中獎金額介紹

雲端發票專屬獎的種類及組數，共有 500 元 195 萬組、800 元 10 萬組、2000 元 16000 組及 1000000 元 30 組四種(113 年 7、8 月)

中獎金額	組數	備註
500 元	195 萬	中獎組數固定，中獎機率會隨著使用雲端發票比例變動
800 元	10 萬	
2000 元	16000	
100 萬元	30	

表三：雲端發票專屬獎獎項介紹

整理自 <https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W1/>

三、找出雲端發票各組獎中獎組數

當你將發票掃入載具後，這一張發票就是雲端發票，這一張雲端發票可享兩次對獎機會，一是單月 25 日的統一發票開獎，二是雲端發票專屬獎，

首先我們先來看統一發票的獎項及開獎組數(以 113 年 7 月、8 月為例)

(一) 統一發票中獎組數

我們將 113 年 7 月、8 月這一期統一發票各獎項中獎組數整理成下表：

	特別 獎 1000 萬元 中獎 組數	特獎 200 萬元 中獎 組數	頭獎 20 萬元 中獎 組數	二獎 4 萬元 中獎 組數	三獎 1 萬元 中獎 組數	四獎 4000 元 中獎 組數	五獎 1000 元 中獎 組數	六獎 200 元 中獎 組數	增開 六獎 200 元 中獎 組數	備註
113 年 7-8 月	1	1	3	3	3	3	3	3	0	

表四：113 年 7 月、8 月統一發票各獎項中獎組數 資料來源：財政部稅務入口網

https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W2_11307/

(二)雲端發票專屬獎中獎組數

雲端發票專屬獎中獎獎項組數如下(以 113 年 7 月、8 月為例)

中獎金額	組數	備註
500 元	195 萬	中獎組數固定，中獎機率會隨著使用雲端發票比例變動
800 元	10 萬	
2000 元	16000	
100 萬元	30	

表五：雲端發票專屬獎個獎項中獎組數

整理自 <https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W1/>

由上表我們可以發現，雲端發票專屬獎中獎組數是固定的，而中獎機率會隨著使用雲端發票比例變動。

四、算出雲端發票中獎機率與期望值

(一)統一發票中獎機率與期望值

統一發票共有 8 個號碼，由 00000000 至 99999999 的話，有一億個組合，要中特別獎，必須 8 個數字依照順序完全一模一樣，中獎機率為億分之一，同樣道理，一組特獎的中獎機率也是億分之一。

在頭獎至六獎部分，因為頭獎至六獎的中獎號碼有連動關係，此時的中獎機率最容易被多算，因為以頭獎來說，要中頭獎，必須 8 個數字依照順序完全一模一樣，中獎機率和計算特別獎一樣為億分之一，但是因為頭獎至六獎都有三組，任何一組號碼依順序完全相同即可，所以機率是億分之三。

至於二獎，計算較複雜，因為它必須後面七個數字和頭獎一模一樣，後七個號碼一樣即可，由 0000000 至 9999999 的話，共有一千萬個組合，也就是說壹千萬個號碼可能會出現一個貳獎，一億個號碼可能會出現十個貳獎，但須扣掉全部 8 個數字和頭獎一模一樣的號碼，因此一億個號碼只會出現九個貳獎，因此一組二獎的中獎機率為億分之九，三組的話為億分之二十七。我們以 113 年

7、8 月所開頭獎號碼說明如下表所示：

頭獎	二獎	備註
32110911	02110911 、 12110911 22110911 、 42110911 52110911 、 62110911 72110911 、 82110911 92110911	在一億個組合中，後七個號碼一樣共有十個，但需扣除全部八個號碼完全一樣的頭獎，因此此組貳獎只有 9 個
84289408	14289408 、 24517895 34289408 、 44289408 54289408 、 64289408 74289408 、 94289408 04289408	在一億個組合中，後七個號碼一樣共有十個，但需扣除全部八個號碼完全一樣的頭獎，因此此組貳獎只有 9 個
13446901	03446901 、 23446901 33446901 、 43446901 53446901 、 63446901 73446901 、 83446901 93446901	在一億個組合中，後七個號碼一樣共有十個，但需扣除全部八個號碼完全一樣的頭獎，因此此組貳獎只有 9 個

表六：113 年 7、8 月所開頭獎與貳獎中獎組數說明

在三獎部分，由於是後六位數字相同，後六位由 000000 至 999999 的話共有一百萬個組合，中獎機率可能為百萬分之一，也就是億分之一百，但須扣掉前面頭獎和二獎的號碼，因此機率為億分之九十，開三組的話為億分之二百七

十。四至六獎因為和頭獎都有號碼連動的關係，可依上述方法推出正確的中獎機率。

而最容易算錯的是六獎，因為六獎只需末三個號碼和頭獎相同，後三個號碼由 000 至 999 的話，共有一千個組合，所以中獎機率是千分之一，三組就為千分之三，此種算法就是沒有考慮到頭獎至六獎的中獎號碼有連動關係，沒有扣掉前面號碼和頭獎相同其他獎項的機率。因此六獎的中獎機率依前面的方法推算的話，應為千分之二點七。

接下來，我們把統一發票各獎項的中獎機率整理如下：算出每一期各獎項的

113 年 7、8 月各獎項中獎機率

	特別 獎 1000 萬元 中獎 機率	特獎 200 萬元 中獎 機率	頭獎 20 萬元 中獎 機率	二獎 4 萬元 中獎 機率	三獎 1 萬元 中獎 機率	四獎 4000 元 中獎 機率	五獎 1000 元 中獎 機率	六獎 200 元 中獎 機率	備註
113 年 7-8 月	10^{-8}	10^{-8}	3×10^{-8}	2.7×10^{-7}	2.7×10^{-6}	2.7×10^{-5}	2.7×10^{-4}	2.7×10^{-3}	

表七：113 年 7、8 月各獎項中獎機率

當我們了解各獎項的中獎機率之後，接下來，我們就以期望值的觀念來計算一張雲端發票在統一發票的價值。

特別獎的中獎機率為億分之一，中獎金額為 1000 萬，期望值算為 $1000 \text{ 萬元} \times 10^{-8} = 0.1 \text{ 元}$ 。

特獎的中獎機率為億分之一，中獎金額為 200 萬，期望值算為 $2000000 \text{ 元} \times 10^{-8} = 0.02 \text{ 元}$ 。

頭獎的中獎機率為億分之三，中獎金額為 20 萬，期望值算為 $200000 \text{ 元} \times 3 \times 10^{-8} = 0.006 \text{ 元}$ 。

二獎的中獎機率為億分之二十七，中獎金額為 4 萬，期望值算為 $40000 \text{ 元} \times 2.7 \times 10^{-7} = 0.0108 \text{ 元}$ 。

三獎的中獎機率為億分之二百七十，中獎金額為 1 萬，期望值算為 $10000 \text{ 元} \times 2.7 \times 10^{-6} = 0.027 \text{ 元}$ 。

四獎的中獎機率為億分之二千七百，中獎金額為 4 千，期望值算為 $4000 \text{ 元} \times 2.7 \times 10^{-5} = 0.108 \text{ 元}$ 。

五獎的中獎機率為億分之二萬七千，中獎金額為 1 千，期望值算為 $1000 \text{ 元} \times 2.7 \times 10^{-4} = 0.27 \text{ 元}$ 。

六獎的中獎機率為億分之二十七萬，中獎金額為 2 百，則我們可以把這一部分的期望值算為 $200 \text{ 元} \times 2.7 \times 10^{-3} = 0.54 \text{ 元}$ 。

113 年 7、8 月一張統一發票期望值

	特別 獎期 望值	特獎 期望 值	頭獎 期望 值	二獎 期望 值	三獎 期望 值	四獎 期望 值	五獎 期望 值	六獎 期望 值	一張 發票 期望 值
113 年 7-8 月	0.1	0.02	0.006	0.0108	0.027	0.108	0.27	0.54	1.0818

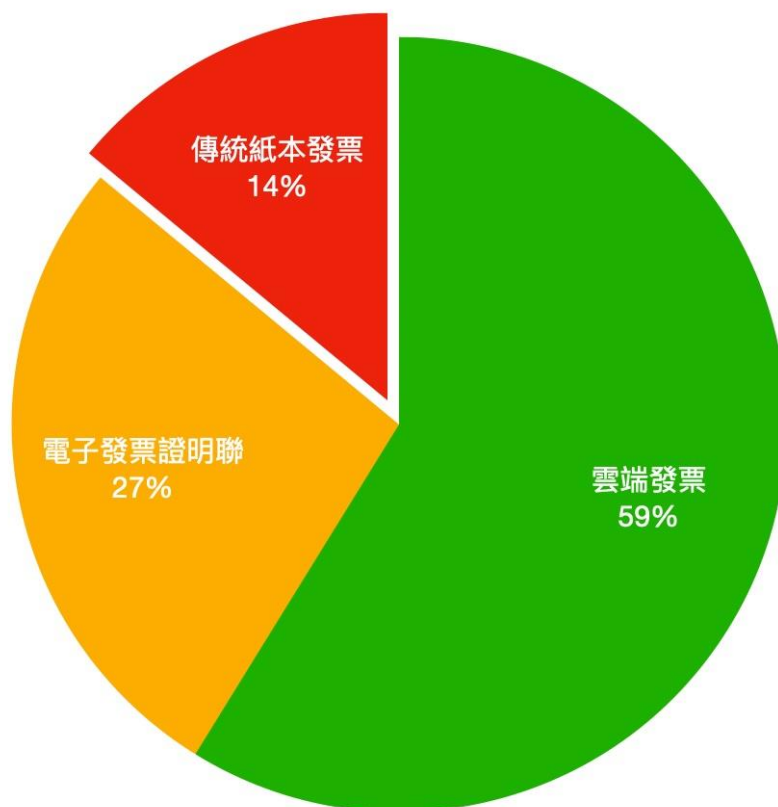
表八：113 年 7、8 月一張統一發票期望值

因此，我們可以發現一張雲端發票在統一發票部分的價值為 1.0818 元。

(二)雲端發票專屬獎中獎機率與期望值估算

在雲端發票專屬獎部分，由於中獎組數固定，因此要找出中獎機率與期望值的話，得先知道當期發票開出的總組數與雲端發票的使用比例。那到底雲端發票的總組數有幾組呢？我們就用當期(以 2024 年 7 月 8 月為例)的總發票組數乘以雲端發票使用比例就是雲端發票的總數量。總發票組數為多少呢？由於在現有資料上並無法直接找到當期所開出的總發票組數。因此我們就用推算的來算出開出的總發票組數。以特別獎來看，要 8 個號碼全對才能得獎，因此如果開出一組特別獎的話，可能就有開出約一億組發票，我們以 113 年 7 月 8 月為例，此期開出 17 組特別獎，因此我們就推算約開出 17 億組發票(資料來源：整理至國稅局網站 https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W3_11307/)

以使用比例來講，我們由下圖可雲端發票使用率在 2024/8 逼近六成，只要是使用雲端發票的話，除可以對統一發票外，還可以對雲端發票專屬獎。



圖一：雲端發票使用比例 資料來源：<https://www.cetustek.com.tw/einvoice-rate.html>

因此，我們用總發票組數乘以雲端發票使用比例就是雲端發票的總數量，17 億乘以 0.6 就是十億兩千萬張，也就是說當期使用雲端發票的數量約有十億兩千萬張。此時，為了方便計算，我們以十億張計算。

接下來，我們算算看雲端發票專屬獎的種類及組數，共有 500 元 195 萬組、800 元 10 萬組、2000 元 16000 組及 1000000 元 30 組四種

	組數	中獎機率	期望值
500 元	195 萬	1.95×10^{-3}	0.975
800 元	10 萬	10^{-4}	0.08
2000 元	16000	1.6×10^{-5}	0.032
100 萬元	30	3×10^{-8}	0.03

表九：雲端發票專屬獎獎項組數、中獎機率及期望值 整理自

<https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W1/>

現在我們將 500 元、800 元、2000 元及 100 萬元的期望值加起來之後，我們發現一張雲端發票在專屬獎的部分，期望值為 1.117 元。當然，我們強調這是根據 2024 年 7 月 8 月的情形所算出的期望值。因為雲端發票專屬獎的組數是固定的，而使用雲端發票的比例增加，雲端發票專屬獎的中獎機率會跟著降低，期望值也會跟著降低。

當你把發票掃入載具內之後，這就是一張雲端發票，對獎時不只可對統一發票的部分，還有雲端發票的專屬獎。在統一發票部分，我們算出來為 1.0818 元；在雲端發票專屬獎部分，我們算出來為 1.117 元，兩者加起來為 2.1988 元。

肆、研究結果

由以上討論可知，雲端發票的中獎金額分成兩部分。一是統一發票的部分，每張是 1.0818 元，這是固定的。在雲端發票專屬獎部分，每一張估算期望值為 1.117 元(以民國 113 年為例，這一部分並不固定，因為開獎組數固定，中獎機率隨使用雲端發票比例高低而改變)，兩加起來為 2.1988 元。

伍、討論

由前面眾多表格我們可以發現，統一發票的各獎項中獎機率其實是固定的。但值得注意的是陸獎(三組)的中獎機率，很多人會認為後三個號碼一樣即可，所以中獎機率為千分之三，但都沒考慮到頭獎至六獎是連動的，其實應該要扣掉前面已中頭獎至五獎的機率，應為千分之二點七。在統一發票部分，一張的期望值為 1.018 元。

在雲端發票專屬獎部分，因為開獎組數固定，中獎機率隨使用雲端發票比例高低而改變，每一張估算期望值為 1.117 元(以民國 113 年為例，這一部分並不固定，每一張期望值估算為 1.117 元。

陸、結論

根據以上研究過程與討論，我們結論為

一、雲端發票在統一發票部分中獎機率與價值

我們將之前的研究討論將雲端發票在統一發票部分中獎機率與期望值歸納如下表：

獎項	中獎金額	中獎機率	期望值
特別獎	10^7	10^{-8}	0.1
特獎	2×10^6	10^{-8}	0.02
頭獎	2×10^5	3×10^{-8}	0.006
二獎	4×10^4	2.7×10^{-7}	0.0108
三獎	10^4	2.7×10^{-6}	0.027
四獎	4×10^3	2.7×10^{-5}	0.108
五獎	10^3	2.7×10^{-4}	0.27
六獎	2×10^2	2.7×10^{-3}	0.54
			1.0818

表十：統一發票中獎金額、中獎機率及期望值

由上表可知一張雲端發票的價值，在統一發票部分為 1.0818 元。

二、雲端發票在專屬獎部分中獎機率與價值

我們將之前的研究討論將雲端發票在專屬獎部分中獎機率與期望值歸納如下表：

	組數	中獎機率	期望值
500 元	195 萬	1.95×10^{-3}	0.975
800 元	10 萬	10^{-4}	0.08
2000 元	16000	1.6×10^{-5}	0.032
100 萬元	30	3×10^{-8}	0.03
			1.117

表十一：雲端發票專屬獎獎項組數、中獎機率及期望值

由上表可知一張雲端發票的價值，在專屬獎部分為 1.117 元。

三、雲端發票專屬獎中獎機率有下降的趨勢

由於開獎組數固定，而使用雲端發票的比例越來越高。分子固定，分母增加，中機率當然會跟著下降。

四、每張雲端發票價值超過二元

當你把發票掃入載具內之後，這就是一張雲端發票，對獎時不只可對統一發票的部分，還有雲端發票的專屬獎。在統一發票部分，我們算出來為 1.0818 元；在雲端發票專屬獎部分，我們算出來為 1.117 元，兩者加起來為 2.1988 元。

柒、參考資料

1. 翰林出版社(2024)國民中學數學第六冊。
2. 財政部稅務入口網取自 <http://www.etax.nat.gov.tw/etwmain> ;
<http://invoice.etax.nat.gov.tw/> ;
<https://invoice.etax.nat.gov.tw/cloudListNumber.html> ;
https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W2_11307/ ;
<https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W1/>
3. 屏東縣 55 屆科展，統一發不發。
4. 統一發票(臺灣) - 維基百科，自由的百科全書 - [https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%B5%B1%E4%B8%80%E7%99%BC%E7%A5%A8_\(%E8%87%BA%E7%81%A3\)Wikipedia](https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%B5%B1%E4%B8%80%E7%99%BC%E7%A5%A8_(%E8%87%BA%E7%81%A3)Wikipedia)
5. 雲端發票使用率 2024/8 逼近六成，消費發票存載具成運動！取自 <https://www.cetustek.com.tw/einvoice-rate.html>
6. 財政部稅務入口網取自 <https://invoice.etax.nat.gov.tw/cloudListNumber.html> ;
https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W2_11307/ ;
<https://www.etax.nat.gov.tw/etw-main/ETW183W1/>

7. 雲端發票好處多多！如何申請、領獎方式及雲端發票 App 推薦！取自
<https://www.cetustek.com.tw/cloud-invoice.html>
8. 雲端發票小學堂取自 <https://www.einvoice.nat.gov.tw/ptl007w/1681291699372>