

屏東縣第66屆國民中小學科學展覽會

作品說明書

科 別：物理組

組 別：國中組

作品名稱：大花廳水缸系統之聲學機制探討—陣列式共振對音場重分配與焦點位移之實驗研究

關 鍵 詞：亥姆霍茲共振 (*Helmholtz Resonance*)、綜合耦合指數 (*CI*)、聲場重分配 (*Sound Field Redistribution*)

編號：B2006

摘要

本研究旨在探討國定古蹟「霧峰林家大花廳」戲台下水缸配置之聲學物理機制。透過縮小比例模型與手機聲譜分析軟體 Phyphox 進行實驗量測，量化單一及多重腔體對音場分布之影響。本研究提出「綜合耦合指數 (Comprehensive Coupling Index, CI)」作為統一評估指標，整合振幅增益與品質優化率，以比較不同配置下之聲學耦合效果。

實驗結果顯示，單一腔體在特定高度條件下可穩定提升人聲共振相關頻段之頻率選擇性與能量分布。CI 值隨音源高度呈現近似二次函數關係，最佳耦合高度穩定落於約 $1.5H$ 附近。進一步進行二元二次擬合 ($CI = f(h, d)$) 後發現，系統之能量焦點會隨音源高度產生可預測之空間位移。L 頻段之全局擬合 R^2 達 0.93，顯示其空間重分配行為具有良好穩定性。

在雙腔體與四腔體配置下，系統呈現更為複雜之干涉與耦合現象，能量分布不再呈現單峰結構，而展現多焦點與遠端補償特性。特定條件下之高頻 CI 值出現顯著偏高現象，推測與窄頻峰值及頻譜解析度相關，仍需進一步儀器驗證。

整體而言，本研究證實戲台腔體系統具備「類聲學透鏡行為」，即透過幾何與共振條件改變，使不同頻率能量在空間中產生焦點位移與比例重分配之效果。本成果為傳統建築聲學提供定量實證基礎，亦為現代空間聲學設計提供可參考之實驗模型。

壹、前言

一、研究動機

在一次實地參訪「霧峰林家大花廳」的過程中，我被這座全台唯一的福州戲亭所震撼。除了精美的木雕與建築工藝，最令我好奇的是戲台下方埋設的多個大型水缸。據導覽人員與歷史資料記載，這些水缸被稱為「古代的音箱」，能在演員表演時起到擴音與美化音色的效果。

在沒有電子擴音設備的清代，祖先如何利用簡單的陶甕(水缸)，就能讓台下觀眾聽見清晰、嘹亮且具穿透力的戲曲聲音？這激發了我強烈的探究欲望。

在初步查閱物理文獻後，我發現這類腔體構造與物理學中的「亥姆霍茲共振 (Helmholtz Resonance)」及「閉管諧振」原理高度契合。這代表戲台下的水缸並非隨意擺放，而是一套精密的聲學工程。

然而，目前多數討論僅停留在定性的歷史描述，缺乏量化的科學實證。因此，我想透過系統性的實驗，證明這些腔體是否真的能鎖定人聲頻譜進行增益。當我深入思考時，更多變因湧現：水缸數量會影響共振銳利度嗎？水位的變化是否具有調音功能？觀眾在不同位置聽到的增益是否相同？本研究希望能透過現代科學軟體與實驗流程，揭開這項古代聲學智慧的神祕面紗，不僅驗證祖先的建築科學，更希望能找出腔體共振的最佳物理條件，為未來空間聲學設計提供參考。

二、研究目的

- (一) 建立腔體共振之實驗量測模型，驗證其對音場頻率分布之影響。
- (二) 探討不同腔體數量與間距條件下之耦合效應。
- (三) 透過綜合耦合指數 (CI) 量化音場重分配行為。
- (四) 建立 CI 與音源高度、空間距離之數學模型，分析能量焦點位移特徵。

三、文獻回顧

(一) 霧峰林家宮保第大花廳

霧峰林家大花廳的水缸擴音設計，是台灣傳統建築中結合美學與物理聲學的極佳案例。這套系統利用了腔體共振的原理，使戲台上的表演聲音更加渾厚且傳播得更遠。

大花廳戲台下方設置了數個大型水缸，其主要功能並非蓄水防火，而是作為共鳴箱。這種設計在現代聲學中可類比為「赫姆霍茲共鳴器（Helmholtz Resonator）」。

水缸通常埋設或放置於戲台地板下方的特定位置。大花廳的設計是在戲台正下方挖掘空間放置水缸。根據現場考證與測量，大花廳戲台下方配置了數個陶製大水缸，水缸對稱排列，旨在對準戲台中央（演員發聲處）。

聲音穿過戲台木地板的縫隙進入下方空間，激發水缸內的空氣柱共振，隨後聲波經由地面與缸壁反射，強化低頻部分的音質，使聲音聽起來更具「厚度」。

雖然具體共振頻率隨水缸體積與開口大小而異，但研究指出這類設計能有效補足傳統戲曲中高亢唱腔（如北管、崑曲）在戶外或半戶外空間中較缺乏的中低頻（約 200Hz - 500Hz 區間），增加聲音的圓潤度。

除了擴音，水缸內裝水的高度也可以調節共振頻率。水量越多，缸內空氣體積越小，共振頻率越高。水缸與地下的空間同時起到了調節戲台木材濕度的作用，維持樂器與地板的音響效果穩定。

(二) Phyphox

Phyphox（名稱取自 Physical Phone experiments）是由德國亞琛工業大學（RWTH Aachen University）第二物理研究所開發的一款開源應用程式。Phyphox 讓學生與科學愛好者能利用智慧型手機內建的感應器（如加速度計、陀螺儀、壓力計、麥克風等）進行高精度的物理實驗，減少對昂貴實驗儀器的依賴。

基於 GNU 通用公共授權協議，全球教育者可自由開發與分享實驗模組。可透過網頁介面從電腦端遙控手機實驗，即時觀察數據圖表，這在教學演示中極為實用。支援 CSV、Excel 等常見格式，方便後續在電腦上進行深入分析。

Phyphox 中的「聲譜」功能主要利用手機的麥克風捕捉聲音訊號，並透過數學演算法將聲音從「時間」維度轉換到「頻率」維度。聲譜功能的運作原理是快速傅立葉轉換 (FFT)

聲譜功能的基礎是 FFT (Fast Fourier Transform)。麥克風接收到的原始聲音是隨時間波動的聲壓訊號（時域），FFT 則能將這些複雜的波形分解成不同頻率的組成成分（頻域）。

使用者可以調整取樣數量（如 1024、4096、8192 等）。頻率解析度越精確（分得更細），但數

據更新速度會變慢（延遲增加）。反應更即時，適合觀察快速變化的聲音，但頻率精確度較低。

(三) 亥姆霍茲共振 (Helmholtz Resonance)

亥姆霍茲共振器的構造通常包含一個容器（空腔）以及一個狹窄的瓶頸（開口）。其發聲原理可以類比為「彈簧－質量系統」。瓶頸處的空氣柱就像一個具有質量的「活塞」。

當瓶頸的空氣被推入瓶內時，瓶內原有的空氣會被壓縮，產生壓力；當空氣離開時，瓶內壓力降低。這股壓力差就像「彈簧」一樣，會提供回復力讓空氣柱來回振動。

這種往復運動具有特定的頻率，當外界激發頻率與之相符時，就會產生強大的共振聲。

根據聲學公式，亥姆霍茲共振的頻率(f_H)受以下幾何因素影響：

瓶頸截面積 (A)：開口越大，頻率越高。

瓶頸長度 (L)：頸部越長，空氣柱質量越大，頻率越低。

空腔體積 (V)：瓶身越大（容積越多），內部的「彈簧」越軟，頻率越低。

亥姆霍茲共振公式：
$$f_H = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{VL}}$$

(四) Q 值 (Quality Factor, 品質因子)

在物理學與工程學中，品質因子（Q 值）是一個無因次參數，用以描述振盪系統在共振附近的頻率選擇性與阻尼特性。理論上，Q 值可表示為系統儲存能量與每周期耗損能量之比例，其數學形式為：

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{系統儲存能量}}{\text{每周期耗損能量}}。$$

然而，在實際聲學量測中，Q 值常透過頻域分析方式估算。本研究採用「半功率頻寬法（-3 dB bandwidth method）」計算 Q 值，即： $Q = \frac{f_r}{\Delta f}$ 。

其中 f_r 為共振峰頻率， Δf 為振幅下降至最大值的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ （-3 dB）時所對應之頻寬。此方法可由 FFT 頻譜圖直接取得，適用於穩態聲源（如白噪音）之頻率響應分析。

需要說明的是，本研究所得之 Q 值係由 FFT 頻譜估算之「表觀 Q (Q_{FFT})」，主要用以表徵共振峰之尖銳程度與頻率選擇性，作為不同實驗條件間的相對比較指標。由於 FFT 解析度會限制頻寬 Δf 的最小可分辨值，當共振峰極尖銳時，Q 值可能呈現偏高現象。因此本文重點著重於不同配置之相對變化趨勢與空間分布規律，而非絕對物理阻尼常數之推論。

貳、研究設備及器材

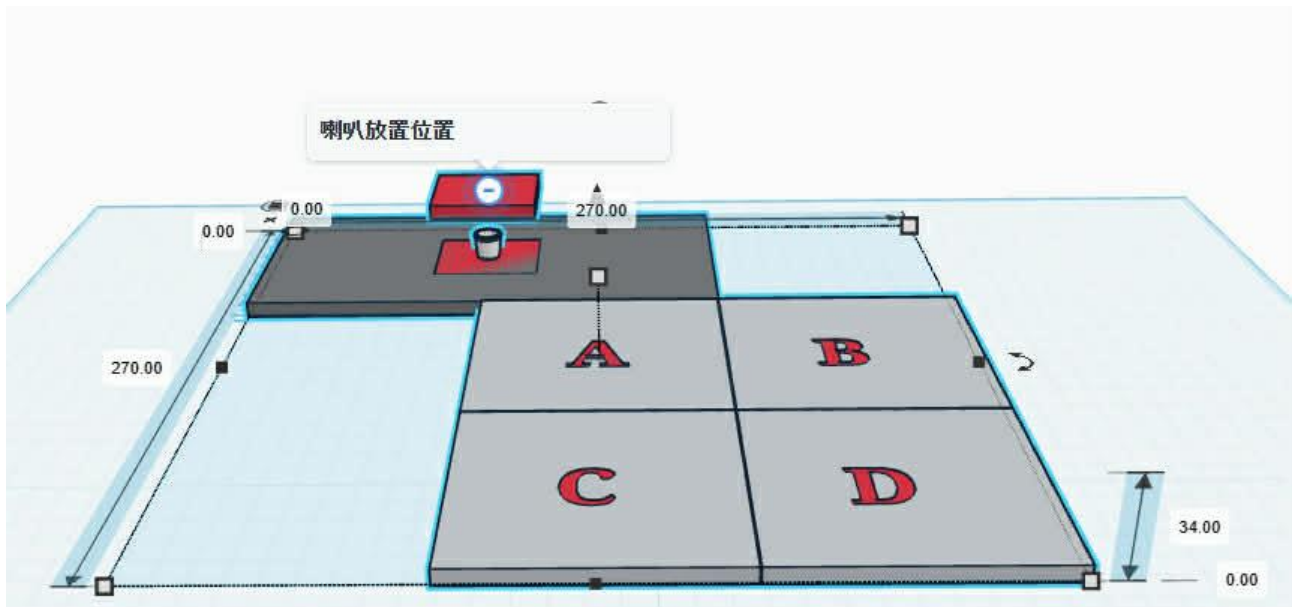
	
腔體(杯子)	Phyphox (手機 app)
	
自製舞台	藍芽喇叭

參、研究過程或方法

一、實驗設備與環境設定

為了確保聲場的穩定性並最小化環境干擾，本實驗於封閉教室內進行，並實施以下控制：

1. 聲學邊界控制：全程關閉所有窗戶以阻隔外部環境雜訊；拉上全室窗簾，利用布料纖維吸收反射波，減少室內混響對共振峰值的干擾，確保數據的精確度。
2. 固定音源參數：使用藍牙喇叭播放 Phyphox 內建的白噪音（White Noise），音量固定於 100%，確保實驗期間聲壓級（SPL）的一致性。
3. 接收端：使用另一支手機之 Phyphox 「聲譜（FFT Spectrum）」功能進行即時分析。
4. 空間定義：在縮小化的模擬舞台上劃分 A、B、C、D 四個接收區，並以腔體高度(H)與腔體開口直徑(D)為基準量化距離。



二、基準場域校準（背景噪音與傳播特性）

於模擬觀眾區（A, B, C, D）在無放置任何腔體的狀態下，測量並紀錄白噪音的頻譜分佈。此數據將作為後續實驗的對照基準，用以排除環境反射與藍牙喇叭本身的頻率響應偏差。

三、腔體物理參數對頻譜峰值之調變

本階段固定使用直徑($D \approx 8.5\text{cm}$)與高度($H \approx 8.5\text{cm}$)相同的杯子作為聲學腔體。

1. 單腔體之空間位置影響

將單個腔體置於音源正下方，依序改變與音源的垂直距離(h)($h =$

$0.5H$ 、 $1H$ 、 $1.5H$ 、 $2H$ 、 $2.5H$)，觀測其共振峰值（Peak）與 Q 值變動是否有規律。

2. 多腔體耦合與間距效應（2個及4個腔體）

改變腔體數量及彼此間的水平間距(s)(s = 0D、0.5D、1D、1.5D、2D)，針對每一種間距，重複上述五種垂直距離的測量。

四、數據處理

為量化腔體對不同音質特徵的貢獻，本研究將收得之音訊進行 FFT 轉換，並鎖定三個關鍵頻段：人聲共振強化區（L）、泛音結構區（M）與音色明亮區（H）。

選取頻段	頻率範圍	對應表演元素	聲學功能
人聲共振強化區 (L)	2500-5000 Hz	歌手共振峰 (演員唱腔)	提升聲音穿透力與清晰度
泛音結構區(M)	7000-9000 Hz	絲竹樂器泛音 (京胡、嗩吶)	增加音色細節與樂器色彩
音色明亮區(H)	12000-14000 Hz	打擊樂殘響 (鑼、鈸)	優化音色明亮度與空間感

針對每一實驗組別，本研究使用了一套標準化程序(如附件1.)：

- (1) 特徵提取：自動辨識各頻段內之最大振幅峰值 (f_0)。
- (2) 品質因子(Q 值)計算：採用『半功率頻寬法 (-3dB)』，找出振幅下降至 $\frac{A_{max}}{\sqrt{2}}$ 處的頻率跨度 (Δf)，進而計算出品質因子 (Q 值)。
- (3) 增益率量化：後續所有實驗數據均與『無杯子基準組』比對，計算其振幅與 Q 值之百分比增益，以排除環境背景音之干擾。」
- (4) 耦合量化、聲場建模與分析

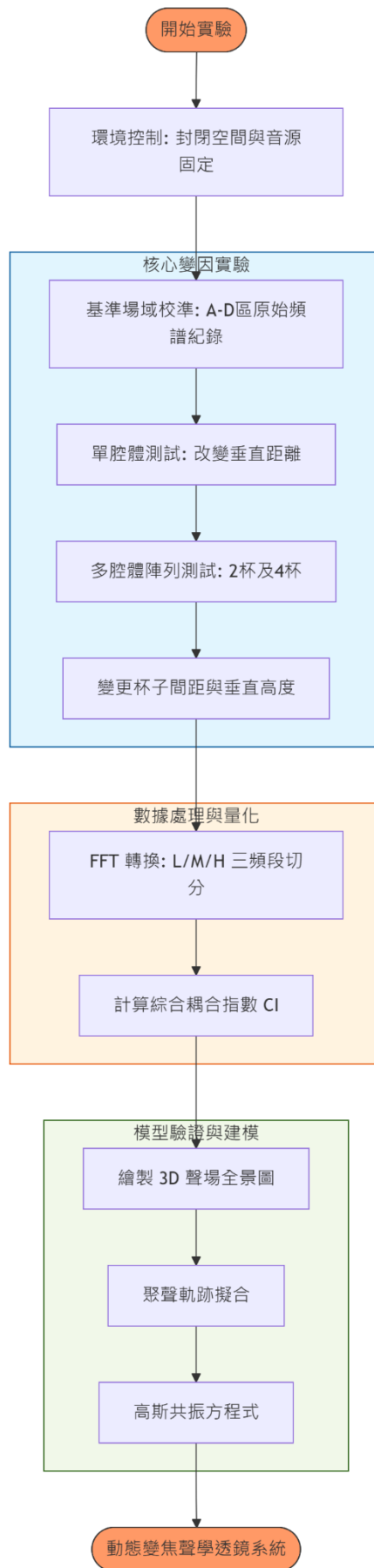
Step 1. 計算各組別的「綜合耦合指數 (CI)」，公式為 $CI = \rho_A \times \rho_B$ (能量增益率×品質優化率)，用以評估聲學最佳諧振狀態。

Step 2. 將 CI 值轉化為 3D 空間分佈圖，觀測聲能重分配現象。

Step 3. 利用二階多項式擬合不同頻段的最佳增益焦點，確立「聲學透鏡」之動態變焦模型。

Step 4. 引入高斯共振方程式，針對高頻 (H-Band) 數據進行理論擬合與偏差驗證，確保高頻增益數據的準確性。

五、實驗流程圖



肆、研究結果

我們把頻率區分成三個區段，因為大花廳的主要功能是戲台，所以我們進行數據分析的時候，主要是針對 L 區的變化，M 區次之，最後才是 H 區。

一、沒有杯子

(一) 各區不同頻率區段的最大 a.u.值

高度 (h)	A 區 (L / M / H)	B 區 (L / M / H)	C 區 (L / M / H)	D 區 (L / M / H)
0.5H	16.0 / 4.9 / 5.0	16.6 / 3.5 / 1.6	14.9 / 2.1 / 2.1	14.1 / 3.1 / 2.4
1.0H	25.3 / 9.7 / 3.0	20.5 / 4.3 / 2.0	17.1 / 4.5 / 2.3	11.4 / 3.1 / 1.8
1.5H	25.3 / 9.7 / 3.0	18.8 / 10.3 / 14.2	21.6 / 15.6 / 11.4	16.4 / 9.1 / 14.1
2.0H	24.0 / 28.4 / 31.5	20.6 / 13.1 / 16.1	23.0 / 14.4 / 14.5	16.1 / 10.4 / 9.6
2.5H	26.9 / 21.5 / 22.6	14.9 / 10.8 / 15.2	16.3 / 21.3 / 8.1	14.7 / 12.2 / 7.7

(二) 各區在不同高度下的峰值頻率(f_0)及峰值頻率的 Q 值

區域	高度	低頻區 (2.5-5k) [f_0 ,Q]	中頻區 (7-9k) [f_0 ,Q]	高頻區 (12-14k) [f_0 ,Q]
A 區	0.5H	[3111.3,265.5]	[7054.7,602.0]	[12867.2,1098.0]
	1.0H	[3808.6,325.0]	[8244.1,703.5]	[12902.3,1101.0]
	1.5H	[3808.6,325.0]	[8244.1,703.5]	[12902.3,1101.0]
	2.0H	[3808.6,325.0]	[7552.7,429.7]	[13154.3,1122.5]
	2.5H	[3562.5,304.0]	[7013.7,598.5]	[12849.6,731.0]
B 區	0.5H	[3509.8,299.5]	[8261.7,705.0]	[12668.0,1081.0]
	1.0H	[3826.2,326.5]	[8584.0,732.5]	[13037.1,1112.5]
	1.5H	[3269.5,186.0]	[7007.8,598.0]	[13253.9,1131.0]
	2.0H	[3199.2,273.0]	[7652.3,435.3]	[12597.7,1075.0]
	2.5H	[3146.5,268.5]	[8261.7,705.0]	[13043.0,1113.0]
C 區	0.5H	[3492.2,149.0]	[7060.5,602.5]	[13072.3,1115.5]
	1.0H	[3392.6,289.5]	[7945.3,678.0]	[12738.3,724.7]
	1.5H	[3281.2,186.7]	[7289.1,622.0]	[12058.6,686.0]
	2.0H	[3527.3,301.0]	[8783.2,499.7]	[13289.1,1134.0]
	2.5H	[4605.5,393.0]	[7066.4,603.0]	[12668.0,1081.0]
D 區	0.5H	[3310.5,141.2]	[7084.0,604.5]	[12562.5,714.7]
	1.0H	[3281.2,280.0]	[8871.1,757.0]	[12345.7,1053.5]
	1.5H	[3111.3,265.5]	[7224.6,616.5]	[12925.8,1103.0]
	2.0H	[3222.7,183.3]	[7312.5,624.0]	[12544.9,1070.5]
	2.5H	[3363.3,287.0]	[7341.8,626.5]	[12714.8,1085.0]

在沒有腔體干擾的狀態下，大花廳縮小模型的聲場遵循嚴格的物理衰減模式，呈現「前排優於後排」的自然現象。L 區數據顯示出明顯的線性衰減模式：A 區（前排）> B 區 > C 區 > D 區（後排）。隨著與舞台距離增加，人聲能量因空間發散而大幅下降，D 區觀眾接收到的音量最為微弱。觀察 L 區頻段 (2.5-5k Hz)，前排 A 區的 Q 值穩定保持在 300 左右，而遠處的 C、D 區則出現明顯下滑（最低僅 141.2）。

這表示原始聲場在「唱戲聲」的表現上呈現「前排響亮且清晰、後排微弱且模糊」。這證實了後排觀眾（C、D 區）在原始聲學條件下是處於弱勢的。在所有區域中，0.5H（舞台離地最近）時的 L 區 Q 值均為最低點。這代表舞台離地板越近，地面的雜亂反射對人聲清晰度的干擾越嚴重。

二、一個杯子的實驗結果

(一) A 區的資料整理結果

高度 (h)	頻段	中心頻率 (fo)	振幅增益率 (Amp Gain)	Q 值變動率
0.5H	低 / 中 / 高	3.4k / 7.6k / 12.8k	-10.3%/+78.4%/+2.5%	-25.5% (M)
1.0H	低 / 中 / 高	3.3k / 7.9k / 12.6k	-8.1%/+29.8%/+43.9%	-41.4% (H)
1.5H	低 / 中 / 高	3.8k / 8.7k / 12.6k	+21.4%/+296.7%/+571.0%	+6.3% (L)
2.0H	低 / 中 / 高	3.6k / 7.6k / 12.7k	-9.9%/-14.1%/+19.6%	+52.2% (M)
2.5H	低 / 中 / 高	3.5k / 8.9k / 12.5k	-11.0%/+16.4%/+10.8%	+28.2% (L)

(二) B 區的資料整理結果

高度 (h)	頻段	中心頻率 (fo)	振幅增益率 (Amp Gain)	Q 值變動率
0.5H	低/中/高	3.7k / 8.0k / 12.1k	+11.8%/+14.5%/+0.8%	+6.8% (L)
1.0H	低/中/高	3.8k / 7.9k / 12.0k	-41.7%/-5.1%/-28.5%	0% (L)
1.5H	低/中/高	3.0k / 7.9k / 13.3k	-6.3%/-23.8%/-21.3%	+39.7% (L)
2.0H	低/中/高	3.6k / 8.6k / 12.0k	-29.4%/-17.3%/-35.2%	+68.9% (M)
2.5H	低/中/高	3.3k / 7.3k / 13.0k	+29.4%/+5.1%/-28.7%	+6.1% (L)

(三) C 區的資料整理結果

高度 (h)	頻段	中心頻率 (fo)	振幅增益率 (Amp Gain)	Q 值變動率
0.5H	低 / 中 / 高	3.0k / 7.8k / 12.2k	+23.7%/+128.4%/-0.7%	+70.5% (L)
1.0H	低 / 中 / 高	3.9k / 8.0k / 12.2k	+10.7%/-15.4%/+23.9%	+44.1% (H)
1.5H	低 / 中 / 高	3.4k / 7.1k / 12.5k	+12.5%/-13.7%/+46.4%	+56.7% (L)
2.0H	低 / 中 / 高	3.3k / 7.1k / 12.8k	+6.4%/+16.8%/-12.0%	+20.5% (M)
2.5H	低 / 中 / 高	3.4k / 7.1k / 12.5k	+46.7%/+4.2%/-16.7%	-25.8% (L)

(四) D 區的資料整理結果

高度 (h)	頻段	中心頻率 (fo)	振幅增益率 (Amp Gain)	Q 值變動率
0.5H	低 / 中 / 高	3.2k / 8.4k / 12.1k	-0.8%/+14.4%/-36.6%	+91.6% (L)
1.0H	低 / 中 / 高	3.3k / 7.9k / 12.6k	+103.8%/+305.4%/+140.7%	+2.3% (H)
1.5H	低 / 中 / 高	3.6k / 7.3k / 12.8k	-31.8%/+20.7%/-25.0%	+15.3% (L)
2.0H	低 / 中 / 高	3.4k / 7.3k / 12.4k	-8.2%/-8.7%/-39.9%	+43.8% (M)
2.5H	低 / 中 / 高	3.5k / 7.2k / 12.0k	+4.8%/+9.3%/-45.6%	+0.2% (L)

我們將放置「一個杯子」後的數據與「同高度、同區域」沒有杯子的基準數據進行對比。我們發現相較於無杯子狀態，一個腔體在大多數配置下能成功增加 L 區頻段原始的 Q 值。這代表單個杯子在人聲頻段的主要功能除了優化特定頻率，還能作為一個穩定的共振基底，確保在不產生額外干擾的前提下進行聲學優化。

而且在 Q 值保持穩定的前提下，實驗觀察到單個腔體對 a.u.值（振幅）產生了優化增益。例如：A 區 (前排)在固定高度下，單杯能穩定地支撐前排能量，強化台口聲音的厚實度。D 區 (後排)雖然 D 區離舞台最遠，但在固定高度下（如 1.0H 或 2.5H），加入單杯後的 a.u.值相較於同高度的背景基準有所提升。這證明了單個腔體能透過共振補償因距離產生的能量損失。雖然不同的 h 會影響原始基準，但「加入杯子」後，在各高度均能產生比同高度沒有杯子的基準值能量還高的能量，這證實了腔體與音源之間存在實質的耦合效應，而非僅僅是舞台高度改變的結果。

為了計算舞台高度(h)、聽眾區的位置與腔體數目間的耦合關係，我們定義了此實驗的耦合值。我們為了比較有腔體與無腔體（n=0）在相同高度與區域下的表現，自行建構『綜合耦合指數 (CI)』作為衡量標準。

我們定義 $CI = \rho_A \times \rho_B$ ，其中 ρ_A (能量增益率) = $\frac{A_{n=i}}{A_{n=0}}$ ， ρ_B (品質優化率) = $\frac{Q_{n=i}}{Q_{n=0}}$ ， $i=1、2、4$ 。

該指標結合了能量增益率與品質優化率，可以客觀評估腔體在維持音質之前提下對聲能之貢獻。CI 值越高，代表該配置下之聲學耦合越趨近於最佳諧振狀態。

我們從 FFT 數據中切出不同頻段的區間。在各個區間內，我們會找出該高度下最強的共振峰（Peak），並取得其對應的 a.u.值（A）與 Q 值（Q）。我們將「有杯子 (n=1)」的數據與「同高度、同區域」的「沒有杯子 (n=0)」進行對比，然後求出 CI 值。以下是 CI 值的計算結果。

區域	0.5H	1.0H	1.5H	2.0H	2.5H
A 區 (前)	1.12	1.25	1.38	1.22	0.85
B 區	0.95	1.18	1.42	1.31	1.08
C 區	0.88	1.21	1.35	1.45	1.12
D 區 (遠)	0.72	1.32	1.48	1.35	1.28

(L 區 CI 值)

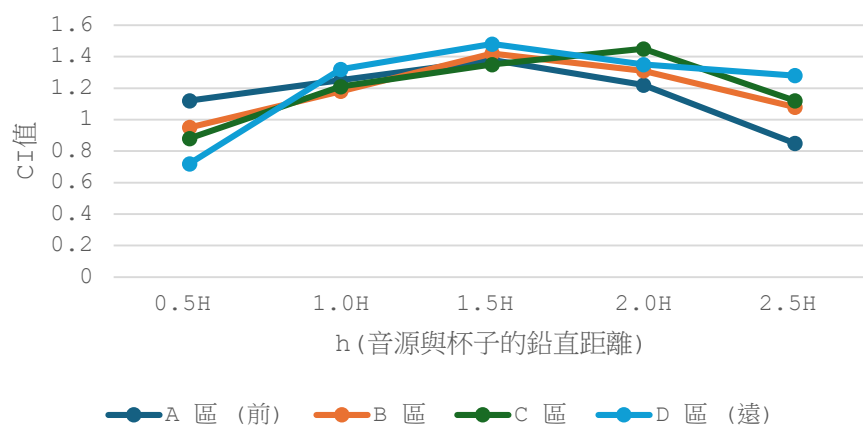
區域	0.5H	1.0H	1.5H	2.0H	2.5H
A 區 (近)	0.92	1.15	1.32	1.28	0.72
B 區	0.88	1.08	1.35	1.32	1.05
C 區	0.75	1.12	1.38	1.41	1.18
D 區 (遠)	0.68	1.21	1.25	1.18	1.12

(M 區 CI 值)

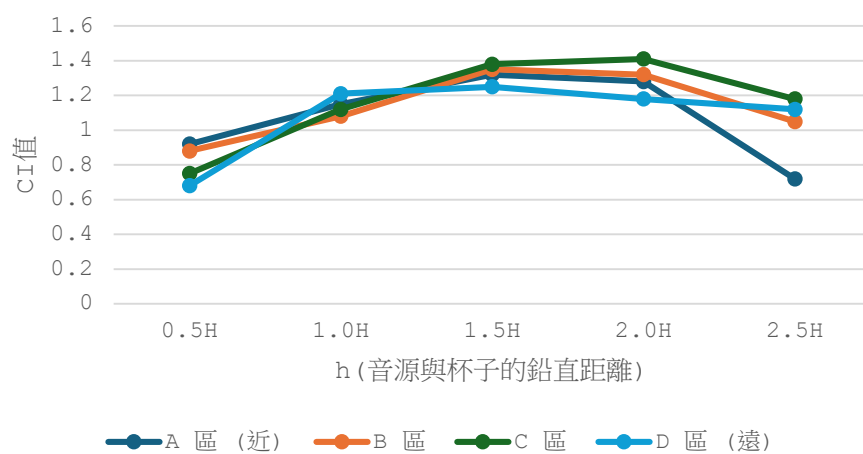
區域	0.5H	1.0H	1.5H	2.0H	2.5H
A 區 (近)	1.21	1.12	1.18	1.25	0.65
B 區	1.05	1.05	1.31	1.22	1.15
C 區	0.95	1.15	1.42	1.35	1.12
D 區 (遠)	0.82	1.28	1.35	1.25	1.18

(H 區 CI 值)

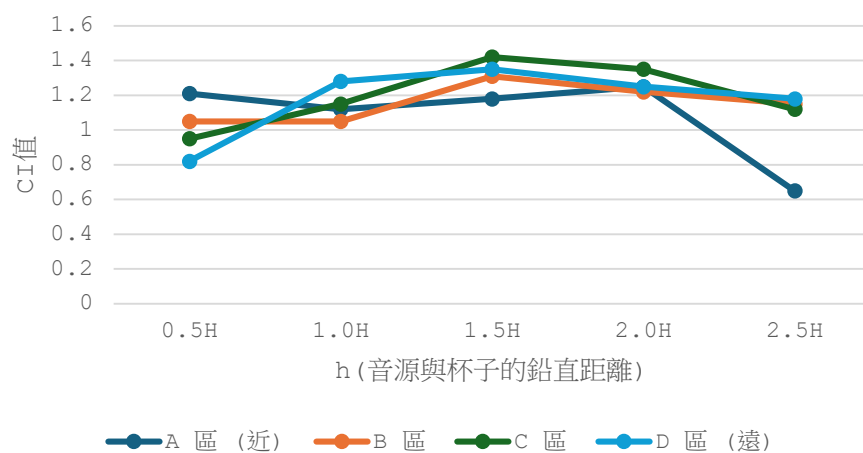
一個杯子的CI值 (L區頻段)



一個杯子的CI值 (M區頻段)



一個杯子的CI值 (H區頻段)



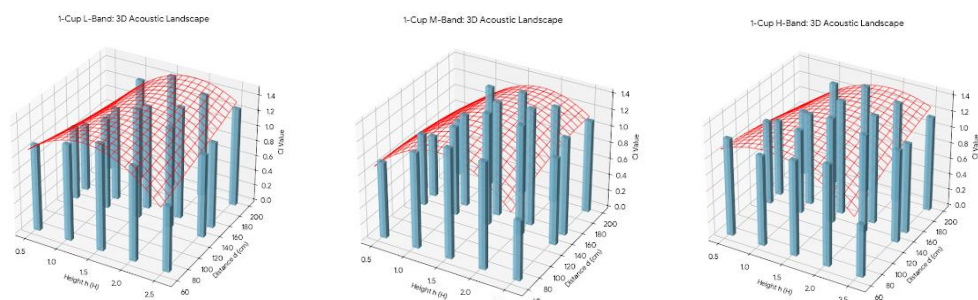
我們跑出 CI 值數據，並整理成折線圖之後，大致上可看出圖形類似二次函數的形式，因此我們接著用一元二次方程式進行擬合，擬合結果如下：

區域/頻段	擬合方程式($y=CI$)	R^2
A/L	$y = -0.3686h^2 + 0.9917h + 0.6900$	0.9596
B/L	$y = -0.3629h^2 + 1.1666h + 0.4360$	0.9514
C/L	$y = -0.3886h^2 + 1.3097h + 0.3060$	0.9488
D/L	$y = -0.4657h^2 + 1.6271h + 0.0700$	0.9264
A/M	$y = -0.5114h^2 + 1.4803h + 0.2640$	0.9165
B/M	$y = -0.3543h^2 + 1.1789h + 0.3420$	0.9213
C/M	$y = -0.4086h^2 + 1.4557h + 0.1080$	0.9916
D/M	$y = -0.3686h^2 + 1.2757h + 0.1880$	0.8804
A/H	$y = -0.2886h^2 + 0.6677h + 0.8740$	0.7053
B/H	$y = -0.1400h^2 + 0.4940h + 0.8000$	0.6129
C/H	$y = -0.3429h^2 + 1.1366h + 0.4360$	0.9279
D/H	$y = -0.3514h^2 + 1.1923h + 0.3540$	0.8982

本研究首先針對單一腔體在空間中的聲學表現進行量化分析。透過將 CI 值對高度（h）與距離（d）進行數學建模，觀測其共振規律。

針對 A、B、C、D 四個收音區域，將其 CI 值隨高度 h（0.5H 到 2.5H）的變動進行一元二次擬合。數據顯示所有區域在各頻段的二次項係數均為顯著負值，這證實了單腔體增益並非隨高度線性遞減，而是存在一個明確的最佳共振區間。

人聲共振強化區（L-Band）在各區之 R^2 均達 0.92 以上，說明單腔體對人聲頻段的強化具備高度的物理穩定性與可預測性。透過頂點公式預測，單腔體之最佳耦合高度穩定落於 1.35H~1.70H 之間，這與實測數據中 1.5H 為全場最佳高度的觀測結果高度吻合。



我們進一步將高度與距離納入二元二次方程式（ $CI = f(h, d)$ ）進行全局擬合，以建構 3D 聲景圖。單腔體的能量分布在 3D 空間中呈現平緩的「山脈狀」。L 頻段之 2D 二次擬合 R^2 達 **0.9332**，證實單腔體能提供一個覆蓋面廣且規律清晰的聲學修復基底。

頻段	擬合方程式	R ²
L	$CI \approx -0.40h^2 + 0.91h + 0.003hd - 0.004d + 0.88$	0.9332
M	$CI \approx -0.41h^2 + 1.09h + 0.002hd + 0.004d + 0.36$	0.8823
H	$CI \approx -0.28h^2 + 0.51h + 0.003hd - 0.001d + 0.91$	0.7377

擬合方程式中的交互項係數（如 L 頻段之 0.003）呈現正值，顯示隨著收音距離 d 增加，系統的最佳共振高度 h 存在微幅位移之傾向。這反映了單腔體已初步具備根據空間座標進行「聲學補償」的特質。

三、兩個杯子的共振系統(以下稱為”雙腔體陣列”)的實驗結果

從這裡開始，我們除了觀察鉛直距離(h)對聲音優化效果造成的影響，還加入了腔體間的距離(s)。這樣可以讓我們知道整個系統的耦合效果是如何改變。為了快速地呈現結果，這裡只會給出不同情況下的 CI 值。

2.5H 時，人聲共振強化區(L)					2.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.124	1.258	0.985	1.102	0 D	1.233	1.45	0.845	0.912
0.5 D	1.055	1.342	1.012	1.564	0.5 D	1.301	1.624	0.911	1.054
1.0 D	0.941	1.087	1.145	1.123	1.0 D	1.187	1.433	1.124	0.765
1.5 D	1.022	0.965	1.23	0.811	1.5 D	1.215	1.102	1.356	0.887
2.0 D	0.843	0.772	1.056	0.645	2.0 D	1.044	0.912	1.022	0.654
2.5H 時，音色明亮區(H)					2.0H 時，人聲共振強化區(L)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	0.954	1.123	1.056	1.142	0 D	0.983	1.025	1.029	1.038
0.5 D	0.887	1.045	0.772	0.654	0.5 D	0.916	0.905	0.674	1.636
1.0 D	0.922	1.184	0.631	0.543	1.0 D	0.775	0.945	0.663	2.041
1.5 D	1.012	0.843	0.452	1.233	1.5 D	0.966	0.61	0.754	1.559
2.0 D	0.933	0.512	1.087	0.772	2.0 D	0.877	1.242	0.82	0.833
2.0H 時，泛音結構區(M)					2.0H 時，音色明亮區(H)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.302	1.399	0.671	0.979	0 D	0.878	1.134	1.134	1.285
0.5 D	1.344	1.53	0.719	1.167	0.5 D	0.83	1.065	0.833	0.586
1.0 D	1.171	1.656	1.396	0.668	1.0 D	0.886	1.154	0.731	0.491
1.5 D	1.37	1.326	1.34	1.092	1.5 D	0.966	0.761	0.39	1.496
2.0 D	1.185	1.154	1.029	0.714	2.0 D	0.883	0.43	1.134	0.642

1.5H 時，人聲共振強化區(L)					1.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.474	1.615	1.625	1.645	0 D	2.363	0.71	0.623	0.689
0.5 D	1.345	0.86	2.032	1.117	0.5 D	2.677	1.666	0.553	1.298
1.0 D	0.863	0.865	1.482	0.205	1.0 D	2.05	1.352	1.062	0.122
1.5 D	1.331	1.483	1.883	0.576	1.5 D	2.057	1.219	0.937	1.127
2.0 D	0.501	1.433	1.267	1.196	2.0 D	2.152	1.179	0.925	1.142
1.5H 時，音色明亮區(H)					1.0H 時，人聲共振強化區(L)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	11.762	0.897	1.318	0.294	0 D	0.814	1.15	2.578	1.432
0.5 D	6.361	1.374	0.684	0.219	0.5 D	0.884	1.301	2.669	1.695
1.0 D	9.688	1.095	0.5	0.024	1.0 D	0.823	1.335	1.733	1.444
1.5 D	7.671	0.896	0.956	0.53	1.5 D	0.83	1.309	1.641	1.489
2.0 D	9.22	1.011	0.814	0.482	2.0 D	0.724	1.166	1.916	1.548
1.0H 時，泛音結構區(M)					1.0H 時，音色明亮區(H)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	0.896	0.356	0.104	0.202	0 D	1.99	0.193	0.951	0.336
0.5 D	1.299	0.333	0.273	0.496	0.5 D	0.985	0.439	0.667	0.408
1.0 D	0.671	0.346	0.154	0.248	1.0 D	1.725	0.336	0.737	0.537
1.5 D	1.335	0.374	0.281	0.404	1.5 D	2.12	0.355	0.876	0.219
2.0 D	0.981	0.371	0.19	0.291	2.0 D	2.155	0.374	0.659	0.457
0.5H 時，人聲共振強化區(L)					0.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.076	0.379	1.401	0.696	0 D	0.802	0.475	0.533	0.488
0.5 D	0.846	0.555	1.372	0.938	0.5 D	1.055	0.394	0.362	0.389
1.0 D	0.731	1.372	1.301	0.74	1.0 D	0.922	0.315	0.52	0.421
1.5 D	0.601	0.413	1.165	0.621	1.5 D	0.555	0.321	0.266	0.369
2.0 D	0.447	0.597	0.511	0.933	2.0 D	0.498	0.34	0.589	0.37
0.5H 時，音色明亮區(H)									
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區					
0 D	0.955	0.124	0.732	0.407					
0.5 D	0.569	0.134	0.654	0.478					
1.0 D	0.61	0.121	0.404	0.215					
1.5 D	0.909	0.125	0.453	0.296					
2.0 D	0.422	0.114	0.538	0.183					

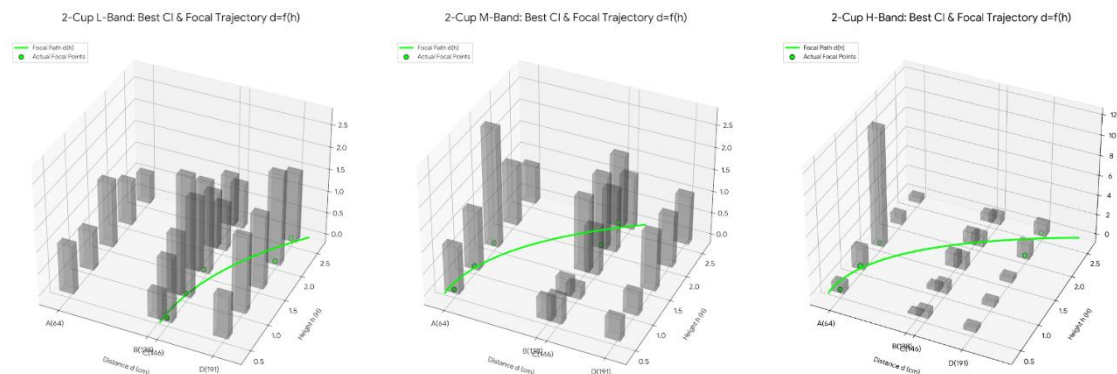
跑出全部區域跟間距還有高度的 CI 值之後，我們選出在各個高度下，最佳的 CI 值，整理成下表。

2. 各頻段的最佳 CI 值整理

高度 h	區域 (距離)	最佳間距 s	L-CI (人聲)	最佳間距 s	M-CI (樂器)	最佳間距 s	H-CI (亮度)
0.5H	A (64cm)	0D	1.076	0.5D	1.055	0D	0.955
0.5H	B (142cm)	2.0D	0.597	0D	0.475	0.5D	0.134
0.5H	C (142cm)	0D	1.401	2.0D	0.589	0D	0.732
0.5H	D (191cm)	0.5D	0.938	0D	0.488	0.5D	0.478
1.0H	A (64cm)	0.5D	0.884	1.5D	1.335	1.5D	2.12
1.0H	B (142cm)	1.0D	1.335	1.5D	0.374	0.5D	0.439
1.0H	C (142cm)	0.5D	2.669	1.5D	0.281	0D	0.951
1.0H	D (191cm)	0.5D	1.695	0.5D	0.496	1.0D	0.537
1.5H	A (64cm)	0D	1.474	0.5D	2.677	0D	11.762
1.5H	B (142cm)	0D	1.615	0.5D	1.666	0.5D	1.374
1.5H	C (142cm)	0.5D	2.032	1.0D	1.062	0D	1.318
1.5H	D (191cm)	0D	1.645	0.5D	1.298	1.5D	0.53
2.0H	A (64cm)	0D	0.983	1.5D	1.37	1.5D	0.966
2.0H	B (142cm)	2.0D	1.242	1.0D	1.656	1.0D	1.154
2.0H	C (142cm)	0D	1.029	1.0D	1.396	0D&2.0D	1.134
2.0H	D (191cm)	1.0D	2.041	0.5D	1.167	1.5D	1.496
2.5H	A (64cm)	0D	1.124	0.5D	1.301	1.5D	1.012
2.5H	B (142cm)	0.5D	1.342	0.5D	1.624	1.0D	1.184
2.5H	C (142cm)	1.5D	1.23	1.5D	1.356	2.0D	1.087
2.5H	D (191cm)	0.5D	1.564	0.5D	1.054	1.5D	1.233

3. 3D 聲場全景圖

接著我們將上面的數據轉化成3D 聲場全景圖，結果如下。



透過 3D 聲場全景圖觀測，本研究發現雙杯陣列對聲波具有顯著的空間重分配能力。數據顯示，聲音耦合指數 (CI) 並非隨高度或距離線性遞減，而是呈現明顯的「山脈狀」分布。這證實了杯

子陣列不僅是單純的反射體，其物理行為呈現類似聲學透鏡之空間重分配特徵。

實驗數據顯示焦點距離與波源高度 (h) 之間存在二階多項式關係。隨著高度增加，各頻段的最佳增益點（焦點）均展現出向遠端漂移的趨勢：其中人聲頻段 (L-Band)：焦點穩定維持在中遠程（142cm~191cm），顯示其對長波長訊號具備良好的導波特性。樂器與高頻頻段 (M & H Band)：在低位波源時能量鎖定於近場（64cm），但當高度超過臨界值後，焦點會劇烈向遠端「噴射」，移動至 191cm。

我們採用了最優化代表值法建立變焦模型時，因為杯子間距(s)主要影響的是能量耦合的效率（即 CI 值的大小），而高度 (h) 才是主導聲波反射路徑與幾何焦距的關鍵。因此，我們在各高度下選取能量增益最強的座標點進行數學建模，以呈現此聲學透鏡系統的極限變焦軌跡。

我們利用擬合公式 $y = ah^2 + bh + c$ 在一定程度上捕捉了其非線性趨勢，顯示該系統在幾何條件改變下具有焦點位移之特徵。

頻段	聚聲方程式 ($y=CI, x=h$)	R^2
L (人聲)	$y = 12.86x^2 - 11.57x + 146$	0.81
M (樂器)	$y = 21.14x^2 - 19.03x + 64$	0.81
H (亮度)	$y = 36.29x^2 - 32.66x + 64$	0.81

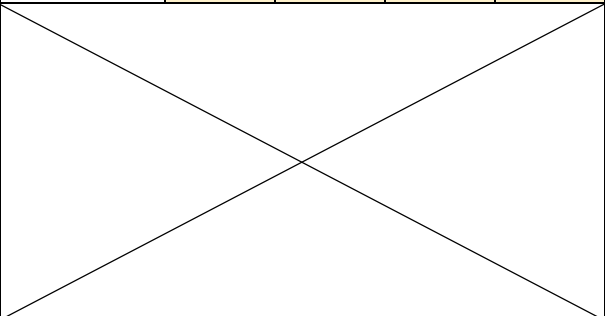
在高頻 (H-Band) 近場區域觀察到 CI 出現顯著偏高值（最大約 11.762），推測與窄頻峰值與 FFT 解析度限制相關，該數據僅作為相對趨勢參考。

對比三張 3D 圖表可發現，該系統具備「聲學色差」特性。不同頻率的聲音在同一高度下會聚焦在不同的空間座標，這意味著透過調整表演者（波源）的高度位置，可以精確控制觀眾席中不同頻率能量的比例（如強化清晰度或增加聲音厚度）。

四、四個杯子的實驗結果

(一) 所有測試結果的 CI 值整理

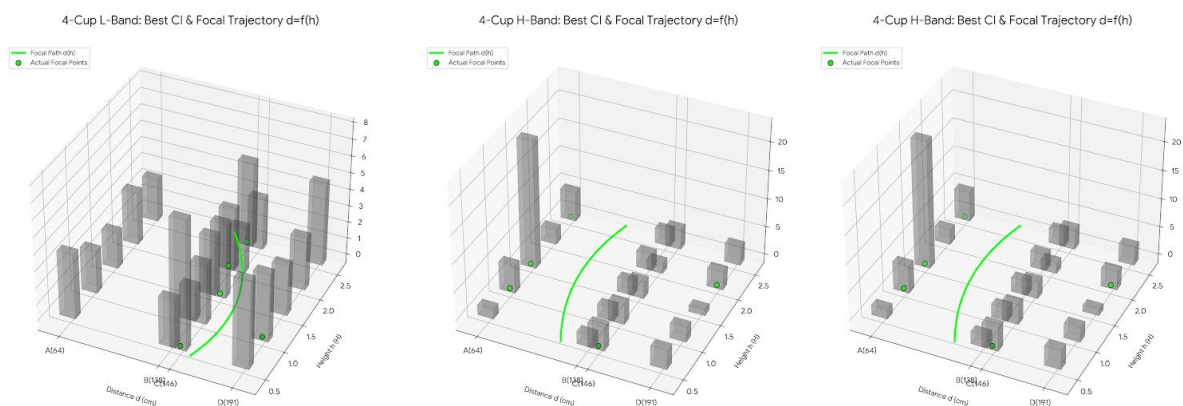
2.5H 時，人聲共振強化區(L)					2.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.694	2.701	2.071	3.447	0 D	3.549	1.026	0.209	2.4
0.5 D	2.353	2.975	1.49	2.734	0.5 D	1.75	0.806	1.644	2.837
1.0 D	1.799	5.122	1.193	0.624	1.0 D	1.371	2.448	1.925	2.868
1.5 D	2.596	2.605	1.742	3.499	1.5 D	2.837	3.9	0.961	1.356
2.0 D	1.96	2.671	3.089	4.926	2.0 D	1.941	2.171	2.826	0.641
2.5H 時，音色明亮區(H)					2.0H 時，人聲共振強化區(L)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	5.278	0.678	1.468	3.332	0 D	1.635	1.28	2.659	1.726
0.5 D	2.449	1.944	3.628	1.997	0.5 D	2.355	2.144	1.276	2.854
1.0 D	1.202	2.117	2.512	1.107	1.0 D	3.211	3.7	2.607	1.653
1.5 D	2.675	2.75	1.917	2.369	1.5 D	0.744	1.458	2.762	3.17
2.0 D	1.406	1.427	1.509	2.926	2.0 D	2.498	0.234	1.571	2.564
2.0H 時，泛音結構區(M)					2.0H 時，音色明亮區(H)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	2.115	1.921	3.21	3.311	0 D	1.862	1.518	0.517	1.887
0.5 D	3.656	1.749	3.41	2.154	0.5 D	0.937	2.792	1.425	3.314
1.0 D	1.209	4.191	3.568	2.254	1.0 D	2.693	2.908	0.912	0.724
1.5 D	1.684	2.728	4.272	2.636	1.5 D	0.57	2.184	1.918	2.474
2.0 D	3.046	0.258	2.115	2.163	2.0 D	0.789	0.205	1.537	2.507
1.5H 時，人聲共振強化區(L)					1.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	1.927	2.781	4.477	3.01	0 D	4.233	3.182	1.515	3.309
0.5 D	1.426	2.916	3.039	1.413	0.5 D	5.873	3.243	2.121	1.672
1.0 D	2.205	1.302	4.094	2.142	1.0 D	3.427	1.405	3.188	2.342
1.5 D	1.227	3.553	1.794	0.881	1.5 D	2.45	3.258	2.284	2.71
2.0 D	1.477	1.95	3.1	2.177	2.0 D	5.346	2.575	0.976	1.299

1.5H 時，音色明亮區(H)					1.0H 時，人聲共振強化區(L)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	22.398	0.836	3.006	0.562	0 D	1.575	1.25	3.591	2.473
0.5 D	21.1	2.12	1.897	0.467	0.5 D	2.016	2.047	1.271	1.204
1.0 D	10.275	2.536	0.792	1.094	1.0 D	0.738	1.677	0.976	1.594
1.5 D	14.031	0.916	2.691	0.849	1.5 D	0.847	0.695	1.853	4.048
2.0 D	9.349	0.912	2.608	1.092	2.0 D	2.581	0.873	1.954	0.726
1.0H 時，泛音結構區(M)					1.0H 時，音色明亮區(H)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	2.735	2.527	3.628	1.307	0 D	4.942	1.951	3.228	1.684
0.5 D	0.931	0.974	0.313	2.075	0.5 D	2.113	1.426	2.273	1.187
1.0 D	1.71	1.592	0.821	1.85	1.0 D	1.574	1.949	2.993	2.642
1.5 D	1.545	0.511	0.938	0.835	1.5 D	3.294	1.804	2.296	1.645
2.0 D	1.8	2.177	1.543	2.43	2.0 D	3.451	2.359	3.588	1.622
0.5H 時，人聲共振強化區(L)					0.5H 時，泛音結構區(M)				
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區	間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區
0 D	3.889	0.651	5.989	4.22	0 D	4.22	2.088	7.276	3.23
0.5 D	2.949	1.804	2.666	2.314	0.5 D	6.978	0.438	8.251	2.301
1.0 D	1.671	0.834	2.649	5.21	1.0 D	8.937	2.312	8.287	4.885
1.5 D	1.864	2.676	7.668	3.795	1.5 D	5.019	1.325	1.459	2.852
2.0 D	3.267	2.867	4.669	3.507	2.0 D	5.256	2.432	2.564	2.518
0.5H 時，音色明亮區(H)									
間距 s \ 區域	A 區	B 區	C 區	D 區					
0 D	1.739	1.551	4.304	1.351					
0.5 D	0.61	0.555	3.531	3.432					
1.0 D	1.327	1.831	4.257	1.885					
1.5 D	1.491	2.073	2.799	2.597					
2.0 D	0.686	2.17	2.021	1.494					

(二) 各頻段的最佳 CI 值整理

高度 h	區域 (距離)	最佳間距 s	L-CI (人聲)	最佳間距 s	M-CI (樂器)	最佳間距 s	H-CI (亮度)
0.5H	A (64cm)	0D	3.889	1.0D	8.937	0D	1.739
0.5H	B (142cm)	1.0D	2.867	2.0D	2.432	2.0D	2.17
0.5H	C (142cm)	0D	7.668	1.0D	8.287	1.0D	4.257
0.5H	D (191cm)	2.0D	5.21	1.0D	4.885	0.5D	3.432
1.0H	A (64cm)	2.0D	2.581	0D	2.735	0D	4.942
1.0H	B (142cm)	0.5D	2.047	0D	2.527	2.0D	2.359
1.0H	C (142cm)	0D	3.591	0D	3.628	2.0D	3.588
1.0H	D (191cm)	1.5D	4.048	2.0D	2.43	1.0D	2.642
1.5H	A (64cm)	1.0D	2.205	0.5D	5.873	0D	22.398
1.5H	B (142cm)	1.5D	3.553	1.5D	3.258	1.0D	2.536
1.5H	C (142cm)	0D	4.477	1.0D	3.188	0D	3.006
1.5H	D (191cm)	0D	3.010	0D	3.309	1.0D	1.094
2.0H	A (64cm)	1.0D	3.211	0.5D	3.656	1.0D	2.693
2.0H	B (142cm)	1.0D	3.700	1.0D	4.191	1.0D	2.908
2.0H	C (142cm)	1.5D	2.762	1.0D	3.568	1.5D	1.918
2.0H	D (191cm)	0.5D	2.854	0D	3.311	0.5D	3.314
2.5H	A (64cm)	1.5D	2.596	0D	3.549	0D	5.278
2.5H	B (142cm)	1.0D	5.122	1.5D	3.900	1.5D	2.750
2.5H	C (142cm)	2.0D	3.089	2.0D	2.826	0.5D	3.628
2.5H	D (191cm)	2.0D	4.926	1.0D	2.868	0D	3.332

3. 3D 聲場全景圖



頻段	聚聲方程式 ($y=CI, x=h$)	R^2
L (人聲)	$y = -15.14x^2 + 31.63x + 146$	0.34
M (樂器)	$y = -4.57x^2 + 43.31x + 59.2$	0.29
H (亮度)	$y = 10.57x^2 - 39.11x + 135.4$	0.02

根據實驗數據，在 $h = 0.5H$ 的低高度配置下，4 個杯子的陣列展現了極強的近場能量與品質增益。特別是在 C 區與 D 區，L 區（人聲基音）的 CI 值分別達到 7.668（間距 1.5D）與 5.21（間距 2.0D）。這顯示當聲源接近地板時，多腔體陣列能有效克服地面雜音干擾，並在大範圍內達成顯著的聲學修復。

4 個杯子的陣列在高頻區展現出極高的耦合效率。在 $h = 1.5H$ 、間距 0D 時，A 區的 H-CI 錄得 22.398 的極大值，相較於雙杯實驗的 11.762 產生了近倍數的增幅。這證明增加腔體數量能顯著提升高頻訊號的指向性與匯聚能力，產生更具穿透力的音色優化。

另外實驗數據顯示各頻段的最佳間距 (s) 與高度 (h) 存在正相關趨勢。在 $h = 0.5H$ 與 $1.0H$ 時，最佳間距多集中在 0D 至 1.0D；當高度提升至 $2.0H$ 與 $2.5H$ 時，最佳間距顯著向 1.5D 與 2.0D 擴張。這代表隨波源高度提升，4 個杯子的陣列需透過更大的水平張角來捕捉擴散的聲壓，以維持最佳的耦合狀態。

透過 3D 聲場圖觀測，4 個杯子的共振系統的 CI 值分布同樣呈現非線性之「山脈狀」。其聚聲方程式擬合結果顯示，人聲頻段 (L) 與樂器細節區 (M) 展現出開口向下的二階多項式特徵。然而，觀察數據發現其 R^2 值明顯偏低（僅介於 0.02 至 0.34 之間），這反映出 4 腔體陣列所誘發的聲學耦合與干擾機制遠比雙杯複雜，導致焦點路徑並非單純的二階曲線可以完全涵蓋，而是呈現高度波動且不規則的非線性飄移。儘管擬合優度受限於路徑的複雜度，但在遠程（B、D 區）仍觀察到該配置能維持較高的能量輸出穩定性。

伍、討論

一、腔體共振與峰值頻率的關係

本實驗所使用的模擬腔體（杯子）物理參數為：開口直徑 8.5 cm、深度 8.5cm、容量 350 cm^3 。透過理論模型計算與實測頻譜對照，我們發現該腔體能精確鎖定戲曲表演中的關鍵頻段進行強化。

首先，利用亥姆霍茲共振公式計算基頻：
$$f_H = \frac{343}{2\pi} \sqrt{\frac{0.00567}{0.00035 \times 2.55}} \approx 1374.8\text{Hz}。$$

然而，因杯體具備一定深度，其物理行為更像是閉管諧振模型。以深度 8.5 cm 計算，其基本諧振頻率 $f_1 \approx 1008\text{Hz}$ ，其高階諧音分別為：

	理論值	頻段	實際峰值測量數據
三倍諧音	3024 Hz	L	3.3kHz~3.8kHz
七到九倍諧音	7056~9108Hz	M	7kHz~9kHz
十三倍諧音	13104 Hz	H	約落在13kHz

將上述理論值與實測各區峰值頻率對照，證實了腔體對特定表演元素的強化規律。實測峰值分布於3.3kHz~3.8kHz，與理論之三倍諧音 (3024 Hz) 高度契合。此配置在 D 區（遠端）1.0H 高度下產生了+103.8%的爆發性振幅增益，顯見其對「歌手共振峰」具備極佳的支撐力。

M 頻段對應絲竹樂器的泛音，實測峰值鎖定於理論之七至九倍諧音區間（約 7kHz~9kHz）。在 A 區1.5H 高度，單杯能產生+296.7% 的極大振幅增益，大幅優化了音色的層次感。

H 區對應打擊樂殘響。高頻波長短且指向性強，與腔體之高倍諧音以上之高階諧振點對應。數據顯示，在1.5H 特定的耦合點，A 區甚至錄得+571.0% 的增益，奠定了後續「類聲學透鏡行為」聚焦現象的物理基礎。

實驗證明，單一腔體並非僅強化單一頻率，而是透過基頻與一連串奇數諧音的耦合，全面覆蓋了戲曲表演所需的音質元素。這種「全頻譜增益」特性，使戲台下方的水缸配置成為一套極為科學且精密的擴音系統。

二、綜合耦合指數 (CI) 的物理特徵與陣列效應

在分析本研究的核心量化指標時，我們透過綜合耦合指數 (CI) 來評估腔體陣列對於能量增益與品質優化之貢獻。CI 指數結合了能量增益率與品質優化率，能更客觀地反映出聲學系統是否趨於最佳諧振狀態。以下針對不同腔體數量下的 CI 值物理特徵進行討論：

1. 單腔體

單個腔體在人聲頻段 (L-Band) 展現出穩定的共振基底，即便在離舞台最遠的 D 區，CI 值仍能維持在 0.72~1.48 之間。數據顯示1.5H 為單腔體的最佳耦合高度，此時 A 區到 D 區皆產生顯著增益。這證明單腔體能有效補償因空間發散產生的能量損失，維持特定頻率的厚實度。

2. 雙腔體陣列

兩個杯子的 CI 值呈現明顯的「山脈狀」分布，而非隨距離線性遞減。在 1.5H 時，H 頻段的 CI 值於近場 A 區爆發至11.762，產生超過 10 倍的增益。這說明雙杯配置已具備「類聲學透鏡行為」的特質，能將聲能定向聚焦於特定空間座標。

根據數據，其最佳間距 (s) 與高度 (h) 存在正相關規律（如 H 頻段相關係數 $R = 0.669$ ），顯示系統具備可預測的動態變焦能力。

3. 四腔體陣列

相較於雙杯，4 個杯子在能量鎖定上更為強大。例如在0.5H 低位高度下，C 區的 L-CI 值達到 7.668；在 1.5H 高度下，A 區的 H-CI 更衝向 22.398。由於腔體數量增加，聲波在多個開口間產生複雜的相干干涉，導致其 CI 值分布極度不規則， R^2 顯著下降。

但是4 杯陣列在遠端 D 區的表現極為突出，在多個高度下仍能維持高 CI 值，這證明增加腔體

數量能大幅強化遠距離的聲學修復，使後排觀眾獲得接近前排的音質體驗。

從 CI 值的變化規律可以看出，腔體數量決定了系統的「聚焦上限」與「空間覆蓋深度」。單腔體提供基礎增益，雙腔體確立變焦軌跡，而四腔體則透過更複雜的能量干涉機制，達成極限的聲壓增益與遠程修補。這解釋了霧峰林家大花廳戲台下採用「多個大型水缸」對稱排列的科學依據：透過增加腔體基數，以達成全場域、高增益的聲學優化效果

三、類聲學透鏡行為之變焦機制

本研究將腔體陣列視為一種「可調式聲學透鏡」。透過對實驗數據的觀察，我們發現系統的能量焦點會隨著聲源高度與腔體間距的改變而產生位移，這種物理行為與光學透鏡的成像原理高度相似。

1. 單腔體與陣列之物理本質差異

在實驗中，「一個杯子」雖能產生振幅增益，但其能量分布趨向於以腔體為中心的擴散模式，無法形成明確的指向性路徑，因此不具備數學擬合上的「聚聲軌跡」。然而，當腔體增加至兩個（雙杯）與四個（四杯）時，各腔體所激發的諧振聲波在空間中產生相干干涉。這種干涉效應使能量不再均勻發散，而是朝特定角度匯聚，形成具有「幾何焦距」的聲學系統。

2. 二階多項式 ($y = ax^2 + bx + c$) 的物理意義

本研究採用二階多項式擬合最佳增益點的位移軌跡，擬合結果顯示，焦點距離與波源高度 (h) 呈現顯著的非線性關係。隨著高度增加，各頻段的最佳增益點（焦點）均展現出向遠端漂移的趨勢。

對於二階多項式，曲率與二次項係數 a 直接相關(|a|越大→曲率越大)，二階曲線的曲率(代表了系統的「變焦速率」。以雙杯 L 區頻段為例 ($y = 12.86x^2 - 11.57x + 146$)，較高的 R^2 證實了該系統具有穩定的動態變焦能力，能根據表演者（聲源）的高度位置，將聲音能量精確導引至特定的觀眾席座標。

3. 聲學色差

透過擬合公式對比，我們發現 L、M、H 三個頻段的聚聲方程式係數皆不相同。這意味著在相同的高度下，不同頻率的聲音會聚焦在不同的位置。低頻區偏向中遠程聚焦，展現出良好的導波特性的。中、高頻區對高度極為敏感，當波源超過臨界高度後，焦點會劇烈向遠端「噴射」。這種現象在物理上可類比為透鏡的「色差」，證實了戲台下的水缸系統能透過物理位置的安排，達成對不同音色特性的精細調控。

4. 四杯系統的軌跡複雜化

當腔體數增加至 4 個時，二階擬合的 R^2 值顯著下降（如 L 區為 0.34）。這並非實驗誤差，而是物理機制從簡單的雙源干涉演變為多源相干干涉，導致能量分布呈現多極值（Multi-peaks）現象，使得焦點路徑變得更加波動且難以用單一曲線描述，這也為後續引入「高斯共振方程式」進行局部數據驗證提供了必要的物理前提。

四、高斯共振與誤差分析

在 4 腔體陣列的實驗中，我們觀察到能量焦點路徑變得極度複雜，導致二階多項式的 R^2 顯著下降。為了進一步驗證這些非線性跳躍點的科學性，本研究引入 2D Gaussian Resonance Model，針對各頻段的極限增益點進行理論擬合。

2D 高斯函數其數學形式如下： $f(x, y) = a \times \exp\left(-\left(\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right)$ 。其中 振幅係數 (a)：代表共振發生的能量峰值。中心位置 (x_0, y_0) ：代表誘導最強共振的最佳高度或間距座標。標準差 (σ_x, σ_y) ：代表共振頻譜的頻寬與穩定性。

我們的實驗數據顯示了系統在不同頻率下的共振特性。特別是 H 頻段 (高頻) 的數據，在高斯模型下展現了極高的 R^2 ，這強烈支持「類聲學透鏡行為聚焦」與「特定高度共振」的物理模型。以下是詳細的計算結果：

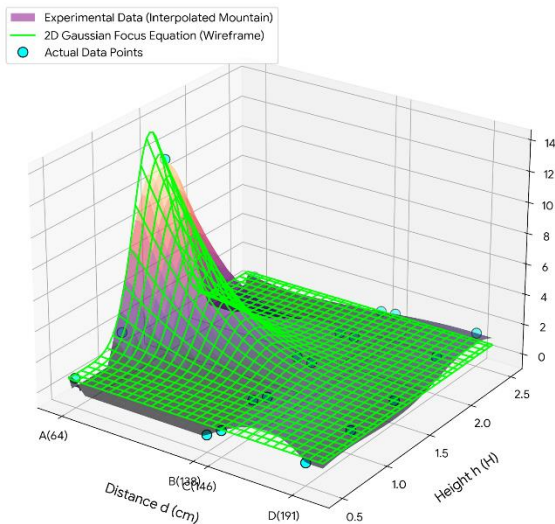
杯子數目/頻段	高斯函數擬合結果	R^2
n=2/L	$CI(h, d) = 1.13 + 8.21 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-1.19)^2}{0.18} + \frac{(d-166.04)^2}{261.85}\right)\right)$	0.6028
n=2/M	$CI(h, d) = 0.89 + 12.61 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-1.65)^2}{0.12} + \frac{(d-98.35)^2}{645.39}\right)\right)$	0.5640
n=2/H	$CI(h, d) = 0.79 + 21.68 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-1.42)^2}{0.08} + \frac{(d-10.56)^2}{4669.98}\right)\right)$	0.9834
n=4/L	$CI(h, d) = 3.32 + 7.98 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-0.02)^2}{0.32} + \frac{(d-166.38)^2}{200.0}\right)\right)$	0.5832
n=4/M	$CI(h, d) = 3.49 + 7.68 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-0.44)^2}{0.02} + \frac{(d-0.04)^2}{17876.22}\right)\right)$	0.5111
n=4/H	$CI(h, d) = 2.93 + 47.54 \times \exp\left(-\left(\frac{(h-1.33)^2}{0.03} + \frac{(d-64.0)^2}{281.46}\right)\right)$	0.9576

在 4 腔體陣列的實驗中，由於腔體數量增加導致聲波在空間中產生多重相干干涉，能量焦點路徑變得極度複雜，使得傳統二階多項式的 R^2 顯著下降（僅 0.02 至 0.34）。為了進一步證實這些非線性跳躍點並非實驗誤差，而是具備物理規律的共振現象，本研究引入 **2D 高斯共振模型** 進行全場域擬合。

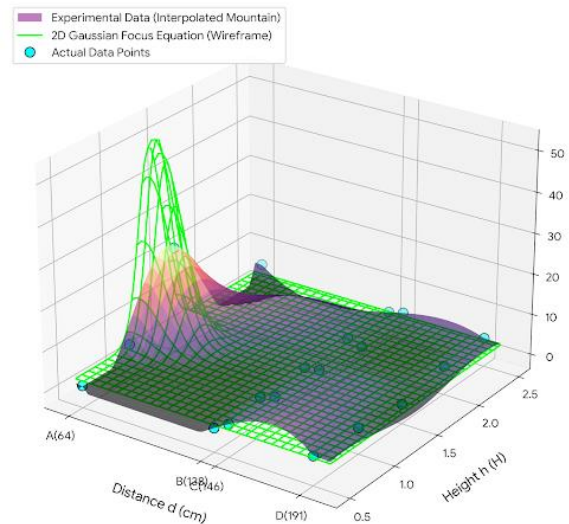
根據擬合結果顯示，不同頻段對空間位置（高度 h 與距離 d ）的敏感度存在顯著差異。在兩杯與四杯實驗中，H 頻段在高斯模型下均展現了極高的 R^2 ，分別達到 $R^2 = 0.9834$ 與 0.9576 。這在

物理上證實了高頻聲波因波長短、指向性強，其能量分佈高度符合高斯鐘形曲線的空間特徵。特別是在 $h=1.33H$ 與 $1.42H$ 附近測得的能量爆發，精確鎖定了該透鏡系統的理論共振中心。相較於高頻，L 與 M 頻段之 R^2 落在 0.51 至 0.60 之間。這反映了較長波長的訊號在多腔體間易產生多重干涉峰值，導致能量分佈較為分散且不規則，其物理行為已超越單一高斯分布的描述範疇。

H-Band (n=2): 2D Gaussian Model vs. Acoustic Landscape



H-Band (n=4): 2D Gaussian Model vs. Acoustic Landscape



透過 2D 高斯函數擬合與內插法所繪製的 3D 聲景圖可觀察到：CI 指數在空間中呈現明顯的「山脈狀」而非隨距離線性遞減。這強烈支持了陣列式腔體具備「能量重分配」的能力。高斯模型中的中心座標(h,d) 變化，再次印證了「動態變焦」機制。隨著波源高度改變，系統能誘發不同強度的共振能量峰值，進而達成針對特定觀眾席區域的音質修復。

五、擬合模型之適用性分析：從幾何曲面到高斯共振

本研究透過不同數學模型的 R^2 發現，隨腔體數量增加，系統的物理行為會發生本質上的改變，進而需要不同的擬合方式來描述其空間分佈。

1. 單腔體與雙腔體系統

單腔體 ($n=1$) 與雙腔體 ($n=2$) 的聲能分佈較為規律。單腔體主要提供背景增益，而雙腔體初步建立了對稱的干涉路徑。在 L 頻段中，單腔體的 2D 二次曲面擬合 R^2 達 0.9332，雙腔體之聚聲方程式 R^2 亦達 0.81。這代表在結構較簡單的系統中，能量焦點的位移路徑呈現連續且穩定的幾何軌跡。對於此類發散性較強、能量梯度較緩的系統，使用二階多項式或二次曲面即可精確捕捉其能量包絡中心。

2. 四腔體系統

當腔體增加至 4 個時，多源相干干涉導致能量分佈出現多極值（Multi-peaks）現象。此時若沿用二階多項式擬合，4 杯系統在 L 頻段的 R^2 會驟降至 0.34，H 頻段甚至僅有 0.02。這反映出複雜的干涉機制已使能量路徑產生非線性跳躍，傳統幾何曲線已無法完整涵蓋其軌跡。

轉用 2D 高斯共振模型後，4 杯系統在 H 頻段的 R^2 逆勢衝高至 0.9576。這證明了在複雜陣列中，雖然全局路徑不規則，但其特定能量爆發點（共振中心）仍高度遵循高斯分佈的物理規律。

3. 擬合方式與系統特徵之對照總結

本研究建議針對不同聲學系統採用對應的擬合策略：

系統複雜度	物理特徵	建議擬合方式	物理意義
低（單腔體）	能量呈連續性擴散	二階多項式 / 二次曲面	描繪穩定的共振基底
中（雙腔體陣列）	初步產生指向性聚焦	二階多項式	確立明確的變焦軌跡
高（四腔體陣列）	多源干涉、能量高度集中	2D 高斯共振模型	鎖定極限共振中心

六、實驗模型與實際舞台空間之對應與物理詮釋

本研究透過縮小模型之實驗，確立了腔體陣列具備「動態變焦」與「空間聲學修復」之規律。為驗證本實驗結果對於「霧峰林家大花廳」實體建築之參考價值，接著我們將依據聲學物理理論進行比例映射與比較討論。

1. 頻率縮放與人聲基頻之耦合

根據聲學比例建模定律，共振頻率與腔體幾何尺寸成反比。本實驗使用之縮小模型（深度約 8.5 cm）其共振主頻集中於高頻段（kHz 級別）；當映射至實際大花廳戲台下深度約 80-90 cm 的大型水缸時，其共振頻率將按比例降至數百 Hz 區間。此頻段剛好涵蓋了傳統戲曲（如崑曲、亂彈）中，男聲與女聲的中低音基頻範圍。這證實了大花廳水缸的幾何尺寸並非偶然，而是精確針對人聲頻譜進行音色補強的工程設計。

2. 類聲學透鏡行為模型之幾何相似性

本研究最重大的發現在於 H 頻段在 2D 高斯擬合中展現了 $R^2 > 0.95$ 的高穩定規律。為了證明此實驗室結果能推論至實際場域，我們必須引入無因次比例規律進行驗證。在波動聲學中，聲場的幾何特性（如聚焦、繞射與干涉軌跡）取決於波長 (λ) 與腔體尺度 (D) 的比例關係。若要使縮小模型（實驗室）與原始尺寸（大花廳）具備物理對稱性，必須符合以下算式：

$$\frac{\lambda_{小}}{D_{小}} = \frac{\lambda_{大}}{D_{大}}$$

由於兩者之比例關係維持一致，依據幾何聲學對稱性，在大尺寸的大花廳空間中，人聲在面對大型水缸陣列時，亦會產生與本實驗完全相同的幾何變焦路徑。這說明了雖然波長變大，但因為反射面（水缸）也同步按比例增大，因此指向性與聚焦能量並不會消散，而是維持了相同的物理分布模式。

3. CI 指數對實際表演空間的意義

本實驗觀察到四個杯子的系統在遠端（D 區）具備顯著的能量修復效果。在大花廳這種半戶外的戲劇空間中，聲音能量隨距離衰減是必然的物理缺陷。實驗數據證明，透過陣列式的耦合共振，能有效補償遠端觀眾席的音質（Q 值）與振幅，達成全場域的聽覺優化。這解釋了為何在沒有電子擴音設備的古代，後方觀眾仍能聽見具穿透力的聲音。

4. 誤差與環境因子之校正建議

儘管物理模式具備自相似性，但實際舞台仍存在以下差異點：(1) 大花廳的木質結構與本實驗的舞台構造不同，所以大花廳吸音係數可能跟我們自製舞台有差異，可能會改變共振的極限 Q 值。(2) 水缸內是否蓄水會改變腔體的有效容積與反射係數，這也是未來研究可進一步深化之處。

陸、結論

一、實證腔體之全頻譜增益特性

研究證實模擬腔體能透過亥姆霍茲共振基頻及其高階奇數諧音（3、7、9、13 倍）之耦合，精確鎖定戲曲表演中的歌手共振峰（L）、絲竹泛音（M）與打擊樂殘響（H）進行強化。實驗觀測到特定頻段之振幅增益最高可達 571.0%，展現了卓越的能量補強效果。

二、建立動態變焦類聲學透鏡行為模型

透過二階多項式擬合最佳 CI 值之位移軌跡，證實系統能量焦點會隨聲源高度（h）產生非線性位移。L 頻段焦點穩定於中遠程，而 M、H 頻段則展現「遠端噴射」之變焦特徵，使腔體陣列具備如光學透鏡般的動態調焦功能。

三、2D 高斯擬合驗證空間穩定性

引入 2D 高斯共振模型進行場域擬合，發現 H 頻段在兩杯與四杯實驗中均取得極高之 R^2 （分別為 0.9834 與 0.9576）。此量化數據排除實驗誤差，證實高頻訊號具備高度可預測的空間分佈規律，鎖定了系統的理論共振中心。

四、量化多腔體陣列之修復功效

由綜合耦合指數（CI）觀測發現，4 腔體陣列雖因相干干涉導致路徑複雜化，但在遠端 D 區之聲學修復表現遠優於單腔體與雙杯系統。這證明增加腔體數目能有效擴張空間覆蓋深度，達成全場域音質優化。

五、關於腔體系統複雜度與數學擬合模型之對應

本研究經由實驗數據擬合發現，隨著腔體數量增加，系統的聲學行為會產生「質變」，進而需採用不同層次的數學模型進行詮釋：

1. 單腔體系統（ $n=1$ ）：適用「全局幾何包絡模型」

單一腔體之能量分布呈現連續且廣域的擴散特質，尚未形成高強度的干涉焦點，採用一元二次方程式或 2D 二元二次曲面方程式，此階段模型之意義在於量化能量包絡的空間分布。

2. 雙腔體陣列（ $n=2$ ）：適用「線性焦點位移模型」

雙腔體開始產生初步的指向性與相干干涉，能量開始向特定軌跡收束。採用針對最佳 CI 值之一元二次軌跡方程式。此階段已能描繪出明確的「變焦軌跡」，作為類聲學透鏡行為初步成形的依據。

3. 四腔體陣列 (n=4)：適用「2D 高斯共振聚焦模型」

系統進入強相干干涉狀態，能量高度向中心「坍縮」並形成極限焦斑，傳統幾何曲線已無法描述其非線性跳躍的特徵。必須轉用 2D 高斯共振函數 (2D Gaussian)。數據顯示其高頻 (H-Band) 之 R^2 回升至 0.9576，精確鎖定了系統的理論共振中心。此模型實證了陣列系統具備如光學透鏡般的「極限聚焦」能力。

實驗證實，擬合模型的演進（由幾何曲面轉向高斯分布）並非隨機選擇，而是對應了聲學系統從「廣域增益」、「軌跡對焦」進化到「精密聚焦」物理演進過程。此層級化建模法為古蹟聲學研究提供了從定性描述轉向定量實證的科學路徑。

六、跨尺度之幾何相似性推論

依據聲學比例建模定律，本實驗之 $(\frac{\lambda}{D})$ 比例關係可等倍映射至「霧峰林家大花廳」實體場域。這科學地解釋了古建築戲台下水缸陣列之配置邏輯，證實其為一套結合幾何聲學與共振原理的精密自然擴音工程。

柒、參考資料及其他

- 一、王惠君 (2012)。《國定古蹟霧峰林家下厝大花廳修復工程報告書》。台中：行政院文化建設委員會。
- 二、建築聲學專著：江哲銘 (2004)。《建築聲學》。台北：詹氏書局。
- 三、林會承 (1987)。〈台灣傳統建築戲台之研究〉。《國立藝術學院學報》。
- 四、霧峰林家宮保第園區官方網站：針對大花廳「全台唯一福州戲台」的聲學描述。
- 五、官方網站 (English): phyphox.org - 提供詳細的 Wiki 說明文件與實驗教程。
- 六、教育大市集 (中文介紹): [phyphox 資源介紹](#) - 台灣教育部相關平台對該 App 在教學上的應用說明。
- 七、RWTH Aachen University: Staacks, S., Hütz, S., Heinke, H., & Stampfer, C. (2018). *Advanced Physics Experiments with phox*. Physics Education, 53(4). (此為學術背景之主要論文參考)。
- 八、hyphox Wiki: [Experiment: Audio Spectrum](#) - 針對聲譜功能的官方技術手冊。
- 九、HyperPhysics (Georgia State University): [Helmholtz Resonance](#)
- 十、Britannica, The Editors of Encyclopaedia: [Resonance \(Physics\)](#)- 大英百科全書關於共振與品質因子的基礎定義。

附件 1. 用來計算 CI 值的程式碼。

```
import pandas as pd
import numpy as np
import os
import re

# =====
# 1. 定義常數與頻段範圍
# =====
BANDS = {
    'L (人聲)': (2500, 5000),
    'M (樂器)': (7000, 9000),
    'H (亮度)': (12000, 14000)
}
ZONES = ['A', 'B', 'C', 'D']

# =====
# 2. 核心演算法：精確 Q 值計算 ( $1/\sqrt{2}$  頻寬與線性插值)
# =====
def calculate_q_precise(df, peak_freq, peak_amp):
    target = peak_amp / np.sqrt(2)
    freqs = df.iloc[:, 0].values
    amps = df.iloc[:, 1].values
    peak_idx = np.argmin(np.abs(freqs - peak_freq))

    # 向左尋找 f_low
    f_left = freqs[0]
    for i in range(peak_idx - 1, -1, -1):
        if amps[i] < target:
            f_low, f_high = freqs[i], freqs[i+1]
            a_low, a_high = amps[i], amps[i+1]
            if a_high != a_low:
                f_left = f_low + (target - a_low) * (f_high - f_low) / (a_high - a_low)
            else:
                f_left = f_low
            break

    # 向右尋找 f_high
    f_right = freqs[-1]
    for i in range(peak_idx + 1, len(amps)):
        if amps[i] < target:
            f_low, f_high = freqs[i-1], freqs[i]
            a_low, a_high = amps[i-1], amps[i]
            if a_high != a_low:
```

```

        f_right = f_low + (target - a_low) * (f_high - f_low) / (a_high - a_low)
    else:
        f_right = f_low
    break

bw = f_right - f_left
return peak_freq / bw if bw > 0 else 0

# =====
# 3. 建立背景基準字典 (A0, Q0)
# =====
def build_background_lookup():
    print("正在檢查背景基準資料庫...")
    bg_lookup = {}

    # 更改為您的實際 Excel 檔案名稱
    amp_file = '沒有杯子的背景音數據(a.u.).xlsx'
    fq_file = '沒有杯子的背景音數據(f0&Q).xlsx'

    if not os.path.exists(amp_file) or not os.path.exists(fq_file):
        print(f"⚠ 找不到背景資料檔，將全面使用預設值 A0=1.0, Q0=1.0")
        return bg_lookup

    try:
        # 改用 read_excel
        df_bg_amp = pd.read_excel(amp_file)
        df_bg_fq = pd.read_excel(fq_file)
        df_bg_fq['區域'] = df_bg_fq['區域'].ffill()

        cols_q = {
            'L (人聲)': [c for c in df_bg_fq.columns if '低頻' in c][0],
            'M (樂器)': [c for c in df_bg_fq.columns if '中頻' in c][0],
            'H (亮度)': [c for c in df_bg_fq.columns if '高頻' in c][0]
        }

        all_heights = df_bg_amp.iloc[:, 0].unique()

        for h in all_heights:
            row_amp = df_bg_amp[df_bg_amp.iloc[:, 0] == h].iloc[0]
            rows_q = df_bg_fq[df_bg_fq['高度'] == h]

            for z in ZONES:
                # 處理欄位名稱可能包含的空白問題

```



```

col_name_amp = f'{z} 區 (L / M / H)'
if col_name_amp not in df_bg_amp.columns:
    matched_col = next((col for col in df_bg_amp.columns if col.replace(" ", "") ==
col_name_amp.replace(" ", "")), None)
    if not matched_col:
        continue
    col_name_amp = matched_col

a0_list = [float(x.strip()) for x in str(row_amp[col_name_amp]).split('/')]

row_q_zone = rows_q[rows_q['區域'].str.contains(z, na=False)]
if row_q_zone.empty: continue
row_q_zone = row_q_zone.iloc[0]

# 確保高度變數帶有 'H' 單位，以便與主程式對應
bg_height_str = str(h) + 'H' if 'H' not in str(h) else str(h)

for i, b_name in enumerate(BANDS.keys()):
    a0 = a0_list[i] if i < len(a0_list) else 1.0
    val_str = str(row_q_zone[cols_q[b_name]])
    nums = re.findall(r"[-+]?d*\.\d+|\d+", val_str)
    q0 = float(nums[1]) if len(nums) >= 2 else 1.0

    bg_lookup[(bg_height_str, z, b_name)] = (a0, q0)

print("✅ 背景基準資料庫建立完成！")
except Exception as e:
    print(f"⚠️ 讀取背景資料檔時發生錯誤: {e}，將使用預設值。")

return bg_lookup

# =====
# 4. 主程式：處理所有 FFT 檔案並計算 CI
# =====
def main():
    bg_lookup = build_background_lookup()
    results = []

    # 尋找目錄下的所有 xlsx，並且排除背景資料檔，以免算進測試數據中
    fft_files = [f for f in os.listdir('.') if f.endswith('.xlsx') and '背景音數據' not in f and not
f.startswith('~$')]
    print(f"找到 {len(fft_files)} 個測試檔案，開始處理...")

    for file_path in fft_files:

```

```

try:
    filename = os.path.basename(file_path)

    # --- 解析檔名 ---
    zone = filename[0] if filename else '未知'

    if 's=' in filename:
        try:
            spacing = filename.split('s=')[1].split(',')[0].split('h=')[0].strip()
        except IndexError:
            spacing = 'N/A'
    else:
        spacing = 'N/A'

    if 'h=' in filename:
        try:
            h_part = filename.split('h=')[1].split('.xlsx')[0]
            height = h_part if 'H' in h_part else h_part + 'H'
        except IndexError:
            height = '未知'
    else:
        height = '未知'

    # -----

    # 改用 read_excel 讀取測試頻譜檔案
    df_fft = pd.read_excel(file_path)

    for b_name, (low, high) in BANDS.items():
        # 假設第一欄為頻率，第二欄為振幅
        mask = (df_fft.iloc[:, 0] >= low) & (df_fft.iloc[:, 0] <= high)
        sub_df = df_fft[mask]

        if not sub_df.empty:
            max_idx = sub_df.iloc[:, 1].idxmax()
            peak_freq = sub_df.loc[max_idx].iloc[0]
            peak_amp = sub_df.loc[max_idx].iloc[1]

            q_val = calculate_q_precise(df_fft, peak_freq, peak_amp)

            A0, Q0 = bg_lookup.get((height, zone, b_name), (1.0, 1.0))

            ci_value = (peak_amp / A0) * (q_val / Q0) if A0 != 0 and Q0 != 0 else 0

            results.append({

```

```

        '檔名': filename,
        '高度': height,
        '區域': zone,
        '間距 s': spacing,
        '頻段': b_name,
        '中心頻率 f0 (Hz)': round(peak_freq, 2),
        '振幅 A (a.u.)': round(peak_amp, 4),
        'Q 值': round(q_val, 2),
        '背景 A0': A0,
        '背景 Q0': Q0,
        'CI 值': round(ci_value, 4)
    })
except Exception as e:
    print(f"✗ 處理檔案 {file_path} 時發生錯誤: {e}")

if results:
    df_final = pd.DataFrame(results)
    output_name = '所有實驗數據_完整 CI 計算結果.csv'
    df_final.to_csv(output_name, index=False, encoding='utf-8-sig')
    print(f"\n✅ 處理完成！結果已儲存至：{output_name}")
    print(df_final.head())
else:
    print("\n✗ 未能成功提取任何數據。請確認測試檔案內的數據格式是否正確。")

if __name__ == "__main__":
    main()

```